

# **МЕТАЛЕВІ КОНСТРУКЦІЇ**

УДК 624.014.045

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ СТАЛЬНОЇ БАЛОЧНОЇ КЛІТКИ**

**І.Д. ПЕЛЕШКО** – к.т.н., доцент,  
**В.В.ЮРЧЕНКО** – аспірант, Державний університет  
“Львівська політехніка”

### **1. Вступ**

Балочну клітку (БК) зазвичай визначають як ортогональну систему несучих балок, що перетинаються, призначену для спираючої настила робочої площадки. Компанування БК виконується виходячи з: 1) генеральних розмірів площі, що перекривається; 2) схеми прикладення, характеру і значень навантажень; 3) технологічного завдання.

Дотепер вибір типу БК здійснюється, як правило, шляхом розробки декількох можливих варіантів проектів БК та подальшого їх порівняння за визначеними техніко-економічними показниками, що не завжди забезпечує вибір оптимального проекту. Виходячи з цього, зберігає свою актуальність автоматизація оптимального проектування даного класу конструкцій з врахуванням повного набору обмежень і критерія якості, який відображає реальні витрати ресурсів на їх виготовлення та монтаж.

### **2. Математична модель задачі**

Задачу оптимізації БК сформулюємо як задачу нелінійного програмування, оскільки остання дозволяє в повній мірі врахувати необхідні умови у формі, що практично не відрізняється від викладеної в нормативних документах [1].

Постановку задачі оптимізації БК будемо здійснювати виходячи з наступних загальноприйнятих міркувань: 1) матеріал конструкції є ідеально пружним; 2) система балок лінійно-деформована; 3) балки згинаються в площині найбільшої жорсткості; 4) навантаження на балки передається через суцільний жорсткий настил (стальний незміщуваний, залізобетонний тощо), який неперервно спирається на стиснутий пояс балок настилу та

надійно з ним зв'язаний; 5) стінки балок складеного перерізу у місцях прикладення до верхнього поясу зосередженого навантаження, а також в опорних перерізах підкріплені поперечними ребрами жорсткості; 6) міцність ребер жорсткості, монтажних стиків головних балок, а також вузлів спряження балок між собою забезпечена; 7) головні балки проектується складеного зварного симетричного двотаврового перерізу постійного або змінного по довжині, балки настилу – прокатного; 8) генеральні розміри площі, що перекривається, схема прикладення, характер та значення технологічних навантажень задані.

Вимоги, які висуваються до конструкції при її оптимізації, врахуємо комплексно за допомогою математичної моделі, для якої опишемо незалежні змінні проектування, систему обмежень та особливості формування критерія якості шуканого рішення.

### 2.1. Змінні проектування

В якості компонент вектору змінних проектування  $\vec{X}$  будемо розглядати параметри  $\vec{X}_G = (x_1, x_2, \dots, x_{N_G})^T$ , що задають розташування місць з'єднання балок БК та площі  $\vec{X}_A = (A_1, A_2, \dots, A_{N_A})^T$  їх поперечних перерізів (рис. 2), де  $N_g$  та  $N_A$  відносяться відповідно до кількості геометричних змінних проектування та змінних площ перерізів балок. Це дозволяє віднести задачу оптимізації БК до задач оптимізації стержневих конструкцій зі змінною геометрією [2].

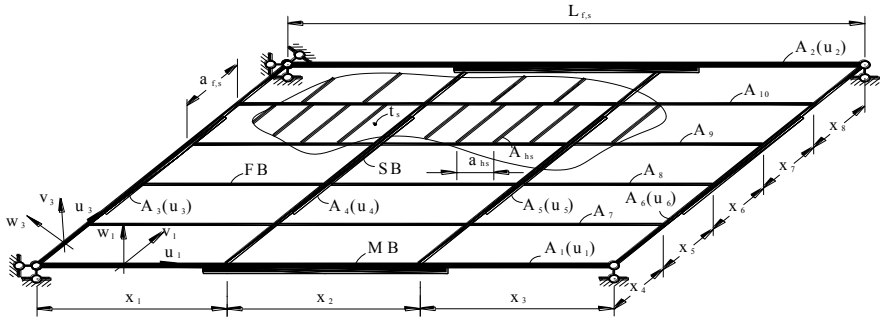


Рисунок 1. Змінні проектування задачі оптимізації балочної клітки (настил з ребрами жорсткості показано фрагментарно).

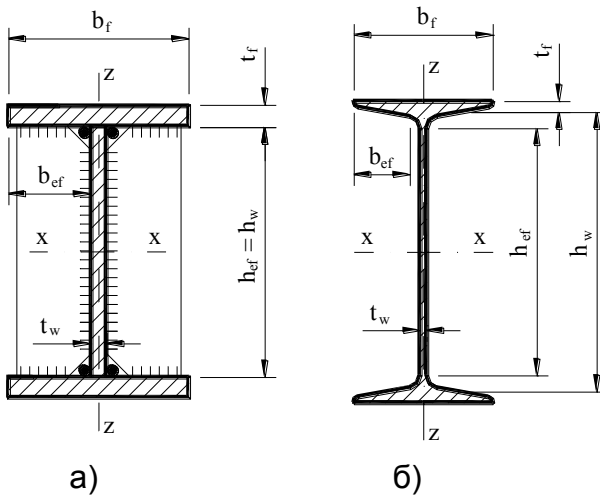


Рисунок 2. Розрахункові розміри елементів двотаврового перерізу: а) зварного складеного; б) прокатного

При наявності сталюого настилу вектор змінних проектування набуде виду:  $\vec{X} = (\vec{X}_G, \vec{X}_A, \vec{X}_t)^T$ , де

$\vec{X}_t = (t_1, t_2, \dots, t_s, \dots, t_{N_s})^T$ ,  $t_s$  – товщина настилу,  $s$  – номер ділянки площі БК з однаковим кроком балок настилу. Якщо

проектом передбачено підкріплення настилу ребрами жорсткості, вектор змінних проектування запишеться у формі:

$$\vec{X} = (\vec{X}_G, \vec{X}_A, \vec{X}_t, \vec{X}_h)^T,$$

де  $\vec{X}_h = (A_{h1}, a_{h1}, A_{h2}, a_{h2}, \dots, A_{hs}, a_{hs}, \dots, A_{hN_s}, a_{hN_s})^T$ ,  $A_{hs}$ ,  $a_{hs}$  – відповідно площа поперечного перерізу та крок ребер жорсткості настилу. Зазначимо, що параметри  $t_s$ ,  $A_{hs}$ ,  $a_{hs}$  в межах  $s$ -ої ділянки приймаються постійними.

## 2.2. Система обмежень

Система обмежень математичної моделі зазвичай описує граничні стани, покладені в основу розрахунку металевих конструкцій та регламентовані нормами [1], а також компанувальні, конструктивні, технологічні та експлуатаційні особливості даного класу конструкцій.

Прийmemo наступні позначення:  $i$  – номер балки БК постійного або змінного по довжині перерізу;  $j$  – номер завантаження;  $k$  – номер перерізу, положення якого відоме;  $s$  – номер кроку балок настилу;  $q_j$ ,  $q_{n,j}$  – рівномірно розподілене розрахункове та нормативне навантаження, що діють на настил;  $M_{ijk}$ ,  $Q_{ijk}$  – розрахункові згинальний момент та поперечна сила;  $R_{y,i}$ ,  $R_{s,i}$ ,  $R_{y,h}$ ,  $R_{s,h}$  – розрахункові опори сталі на згин та зсув для балок БК та ребер жорсткості настилу,  $R_s = 0.58R_y$ ;  $R_{y,n}$ ,  $E_n$  – розрахунковий опір та модуль пружності сталі настилу;

$[\delta]_{z,ij}$ ,  $[f]_{hz,sj}$ ,  $[f]_{nz,sj}$  – граничні переміщення в напрямку осі  $z-z$  для балок, ребер жорсткості та настилу;  $\gamma_{c,i}$ ,  $\gamma_{c,h}$ ,  $\gamma_{c,n}$  – коефіцієнти умов роботи балок, ребер жорсткості та настилу;  $h_{w,ik}$ ,  $h_{ef,ik}$ ,  $t_{w,ik}$ ,  $b_{f,ik}$ ,  $b_{ef,ik}$ ,  $t_{f,ik}$  – розрахункові розміри балок двотаврового перерізу (рис. 4);  $I_{xi,k}$ ,  $W_{n,\min,ik}$  – момент опору нетто розрахункового перерізу балок в

площині найбільшої жорсткості;  $S_{ik}$  – статичний момент півперерізу балок відносно нейтральної осі;  $h_{hs}$ ,  $I_{hs}$ ,  $W_{n.min,hs}$  – висота, момент інерції бруто та момент опору нетто перерізу ребра жорсткості настилу, визначені з врахуванням сумісної роботи з настилом [3];  $\delta_{z,ijk}$  – переміщення  $k$ -го перерізу по напрямку осі  $z - z$ ;  $k_{o,sj}$ ,  $k_{z,sj}$ ,  $k_{n,sj}$ ,  $k_{x,sj}$ ,  $k_{y,sj}$ ,  $k_{\partial,sj}$ ,  $\xi_{sj}$  – коефіцієнти для розрахунку настилу, які можна визначити за [3].

Систему обмежень будемо формувати орієнтуючись на градієнтні методи розв'язку оптимізаційних задач [4]. Виходячи з цього, представимо обмеження у формі, яка зменшує імовірність появи погано обумовлених матриць в алгоритмах зазначених методів.

До системи обмежень задачі оптимізації БК включені:

1. Обмеження міцності:

1.1. для згинаних елементів – перевірка нормальних, дотичних та приведених до рівня поясних швів напружень в розрахункових перерізах:

$$\frac{M_{ijk}}{W_{n.min,ik} R_{y,i} \gamma_{c,i}} - 1 \leq 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{Q_{ijk} S_{ik}}{I_{x,ik} t_{w,ik} R_{s,i} \gamma_{c,i}} - 1 \leq 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{1.15 R_{y,i} \gamma_{c,i}} \sqrt{\left(\frac{M_{ijk} h_{w,ik}}{2 I_{x,ik}}\right)^2 + 3 \left(\frac{Q_{ijk} S_{ik}}{I_{x,ik} t_{w,ik}}\right)^2} - 1 \leq 0; \quad (2.3)$$

У згинаних елементах постійного по довжині двотаврового перерізу (рис. 2): 1) розрізних зі сталі з межею текучості  $R_{yn} < 580$  МПа та 2) нерозрізних і защемлених, розрахункові згинальні моменти в яких визначені за (45), [1] допускається розвиток пластичних деформацій. Для розрізних балок двотаврового змінного по довжині перерізу робота сталі в пружньо-пластичній області дозволяється лише в одному перерізі з найбільш несприятливим поєднанням  $M_{ijk}$  і  $Q_{ijk}$ . У цих випадках при  $\tau \leq 0.9 R_{s,i}$  обмеження (2.1), (2.2) набудуть виду:

$$\frac{M_{ijk}}{c_{1ijk} W_{n,\min,ik} R_{y,i} \gamma_{c,i}} - 1 \leq 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{Q_{ijk}}{t_{w,ik} h_{w,ik} R_{s,i} \gamma_{c,i}} - 1 \leq 0, \quad (2.5)$$

де  $c_{1ijk} = c_{1ijk}(R_{s,i}, Q_{ijk}, A_{ik})$  – коефіцієнт, що визначається за [1].

1.2. для настилу – перевірка напружень та граничного розподіленого навантаження у випадку довгих (непідкріплених ребрами жорсткості) пластин настилу:

$$\frac{1}{R_{y,n} \gamma_{c,n}} (k_{o,sj} + k_{z,sj}) q_j \left( \frac{a_{f,s}}{t_s} \right)^2 - 1 \leq 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{q_j} k_{n,sj} \frac{E_n}{1 - \nu^2} \left( \frac{t_s}{a_{f,s}} \right)^4 - 1 \leq 0, \quad (2.7)$$

де  $a_{f,s} = a_{f,s}(\bar{X}_G)$  – крок балок настилу. В разі прямокутних (підкріплених) пластин настилу, обмеження (2.6) переписуться як:

$$\frac{4E_n}{R_{y,n} \gamma_{c,n}} \left( \frac{t_s}{a_s} \right)^2 \sqrt{(k_{x,sj}^2 + k_{y,sj}^2 - k_{x,sj} k_{y,sj})} - 1 \leq 0 \quad (2.8)$$

1.3. для ребер жорсткості настилу – перевірка нормальних та дотичних напружень:

$$\frac{q_j a_s a_{f,s}^2}{8 R_{y,h} \gamma_{c,h} W_{n,\min,hs}} - 1 \leq 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{3 q_j a_s a_{f,s}}{4 t_s h_{hs} R_{s,h} \gamma_{c,h}} - 1 \leq 0. \quad (2.10)$$

2. Обмеження прогинів: перевірка вертикальних переміщень розрахункових перерізів згинаних елементів, а також в середині пластини настилу:

$$\text{для перерізів балок: } \delta_{z,ijk} / [\delta]_{z,ij} - 1 \leq 0; \quad (2.11)$$

$$\text{для невідкритої пластини: } k_{\partial,sj} t_s / [f]_{zh,sj} - 1 \leq 0; \quad (2.12)$$

$$\text{для відкритої пластини: } \xi_{sj} t_s / [f]_{zh,sj} - 1 \leq 0; \quad (2.13)$$

$$\text{для ребер жорсткості: } \frac{5q_{nj} a_s a_{f,s}^4}{384 [f]_{zh,sj} E_n I_{x,hs}} - 1 \leq 0. \quad (2.14)$$

3. Обмеження місцевої стійкості згинаних елементів: умови забезпечення місцевої стійкості полицки та стінки балок (без зміцнення останніх поздовжніми та короткими поперечними ребрами жорсткості):

$$\frac{h_{ef,ik}}{3.5t_{w,ik}} \sqrt{\frac{R_{y,i}}{E_i}} - 1 \leq 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{b_{ef,ik}}{0.5t_{w,ik}} \sqrt{\frac{R_{y,i}}{E_i}} - 1 \leq 0. \quad (2.16)$$

4. Технологічні обмеження для елементів складеного зварного двотаврового перерізу: обмеження товщин зварювальних елементів (стінки та полиці балки), записані у вигляді функцій, які апроксимують дискретні дані табл. 38, [1] ( $t_{f,ik}$ ,  $t_{w,ik}$  у см):

при  $0.4 \text{ см} \leq t_{f,ik} < 4.1 \text{ см}$ :

$$0.25t_{f,ik} - 2.7t_{w,ik} + 1 \leq 0; \quad (2.17)$$

при  $t_{f,ik} \geq 4.1 \text{ см}$ :  $1 - t_{w,ik} / 0.75 \leq 0$ .

5. Геометричні обмеження, які встановлюють межі для змінних проектування та формуються при проектуванні конкретної конструкції БК:

$$X_n / X_n^U - 1 \leq 0, \quad (2.18)$$

$$X_n^L / X_n - 1 \leq 0, \quad (2.19)$$

де  $n$  – номер змінної проектування,  $n = \overline{1, N}$ . Мінімальні та максимальні значення змінних проектування, що відповідають за площі поперечних перерізів прокатних елементів БК, обмежуються зазвичай сортаментом. В основу вибору меж для геометричних змінних можуть бути покладені архітектурно-компанувальні вимо-

ги, обмеження будівельної висоти площадки, обмеження кроку балок настилу в разі залізобетонного настилу.

Зазначимо, що для визначення геометричних характеристик перерізів елементів:  $h_{w,ik}$ ,  $h_{ef,ik}$ ,  $t_{w,ik}$ ,  $b_{f,ik}$ ,  $b_{ef,ik}$ ,  $t_{f,ik}$ ,  $h_{hs}$ ,  $I_{x,ik}$ ,  $I_{x,hs}$ ,  $W_{n.min,ik}$ ,  $W_{n.min,hs}$ ,  $S_{ik}$ , необхідних при формуванні системи обмежень (2.1) - (2.19) та статичному розрахунку нерозрізних БК, використовуються їх неперервні аналітичні залежності від змінних проектування, що відповідають за площі поперечних перерізів (для сортаментних профілів) [5], та алгоритми безітераційного компанування складених перерізів [2].

### 2.3. Критерій оптимальності

В основу формування критерія оптимальності покладено теоретичні об'єми матеріалу конструкцій балок:  $V_{1i} = A_i l_i$ ,  $i = \overline{1, N_A}$ , настилу:  $V_{2s} = t_s a_{f,s} l_{f,s}$ ,  $s = \overline{1, N_s}$  та ребер жорсткості настилу:  $V_{3s} = A_{hs} a_{f,s} l_{f,s} / a_{hs}$ , де  $l_i = l_i(\vec{X}_G)$  – довжина  $i$ -ї балки,  $l_{f,s} = l_{f,s}(\vec{X}_G)$  – довжина балок настилу. У залежності від умов проектування та потреби в якості функції мети можуть використовуватись маса основних елементів конструкції, вартість матеріалів, заводська вартість конструкції, вартість “на ділі”, зведені витрати тощо [6]. Наприклад, у випадку, коли трудовитрати на виробництво та монтаж БК мало залежать від її проектного рішення як критерій оптимальності проекту можна використати вартість матеріалів:

$$f(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{N_A} \gamma_i c_i \psi_i A_i l_i + \sum_{s=1}^{N_s} \gamma_s c_s \psi_s a_{f,s} l_{f,s} (A_{hs} / a_{hs} + t_s), \quad (2.20)$$

де  $\gamma_i$ ,  $\gamma_s$  – густина матеріалу;  $c_i$ ,  $c_s$  – вартість 1 т сталі;  $\psi_i$ ,  $\psi_s$  – будівельний коефіцієнт, за допомогою якого здійснюється перехід від теоретичної маси конструкції до дійсної.

Для БК з різними матеріалами, способами компанування перерізів її елементів, умовами виготовлення, доцільно використати узагальнений критерій якості проекту, який дозволяє обґрунтовано врахувати в межах однокритеріального підходу різні по суті та ча-



сто суперечливі техніко-економічні показники конструкції. Вибір такого критерія якості виходить за межі даної статті.

Таким чином, задача оптимізації БК розглядається як задача вибору таких значень змінних проектування  $\vec{X}$ , які мінімізують визначений критерій якості при заданих генеральних розмірах площі, що перекривається, схемі прикладення, характері та значеннях навантажень і задовольняють обмеження (2.1) - (2.19).

#### Висновок

Задача оптимізації довільної БК у формі (2.1) – (2.19) забезпечує логічну основу для подальшого формулювання критерія якості та розробки програмного забезпечення автоматизованого оптимального проектування даного класу конструкцій.

#### Література

1. Стальные конструкции: СНИП II-23-81\*. М., 1991. – 95 с.
2. Пермяков В. А., Ременников А. М. Поиск геометрических схем металлических конструкций на основе методов нелинейного программирования // Совершенствование сварных металлических конструкций / Под ред. Жербина М. М.– К.: Наук. думка, 1992. – с. 68-73.
3. Стальные конструкции производственных зданий: Справочник / А. А. Нилов, В. А. Пермяков, А. Я. Прицкер.-К.: Будівельник, 1986.- 272 с.
4. Методы оптимизации в строительной механике. Учебное пособие / Гуляев В. И., Баженов В. А., Кошкин В. Л. – К.: УМК ВО, 1988. – 192 с.
5. Пелешко І. Д., Юрченко В. В. Програмне забезпечення для апроксимації дискретних даних // Вісник Львівського державного аграрного університету: Архітектура і сільськогосподарське будівництво, №1. – Львів: Львівський держагроуніверситет, 2000. – с.181-187.
6. Трофимович В. В., Пермяков В. А. Оптимизация металлических конструкций. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – 200 с.