

---

# КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

---

COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION TECHNOLOGY

УДК 004.8

DOI <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2022.2.1>

## РОЗРОБКА МОДЕЛІ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ЗАНЯТЬ МЕТОДОМ ЕВОЛЮЦІЙНОГО ПОШУКУ

---

*Димова Г. О.* – кандидат технічних наук,  
доцент кафедри менеджменту та інформаційних технологій  
Херсонського державного аграрно-економічного університету  
ORCID ID: 0000-0002-5294-1756

Складання розкладу представляє собою надзвичайно трудомісткий та складний процес, який полягає у встановленні послідовності зустрічей викладачів і здобувачів вищої освіти у заздалегідь заданий проміжок часу, з урахуванням задоволення низки обмежень різного характеру. Беручи до уваги той факт, що в більшості українських вищих навчальних закладах складання розкладу відбувається вручну, при цьому, у зв'язку з надзвичайною складністю урахування всіх обмежень, велику увагу приділяють автоматизації складання розкладу. Проте процесу автоматизації передують розробка правильного математичного алгоритму, на основі якого створюватиметься система. Він є ядром всієї системи, тому перш ніж сідати за проектування та розробку програмного продукту, потрібно скласти правильну математичну модель та метод (алгоритм) для системи. Це є надзвичайно складним процесом, оскільки потрібно враховувати безліч чинників та факторів.

В статті розглядається використання еволюційного алгоритму в процесі розробки математичної моделі для складання розкладу у вищому навчальному закладі. Висуваються обов'язкові обмеження та бажані вимоги до розкладу в університеті. Описується початкова інформація основних математичних множин, які характеризують математичну модель ВНЗ: множина груп здобувачів, множина аудиторій, множина дисциплін, множина викладачів, множина навчальних пар. Описуються основні сутності, необхідні для складання будь-якого розкладу в університеті. Наводяться і математично обґрунтовуються різні обмежуючі обов'язкові та бажані умови достовірності математичної моделі розкладу для вищого навчального закладу, що розробляється. Поставлена задача для подальшої реалізації еволюційного пошуку оптимального розкладу з використанням генетичного алгоритму.

**Ключові слова:** навчальний заклад, навчальний процес, Big Data технології, алгоритм еволюційного пошуку, математична модель розкладу, генетичний алгоритм.

**Dymova H. O.** *Development of a class scheduling model using the evolutionary search method*  
Scheduling is an extremely time-consuming and complex process, which consists in establishing a sequence of meetings between teachers and students in a predetermined period of time, taking into account the satisfaction of a number of restrictions of a different nature. Taking

---

*into account the fact that in most Ukrainian universities scheduling is done manually, at the same time, due to the extreme complexity of taking into account all restrictions, much attention is paid to automation of scheduling. However, the automation process is preceded by the development of the correct mathematical algorithm, on the basis of which the system will be created. It is the core of the entire system, so before you sit down to design and develop a software product, you need to create the correct mathematical model and method (algorithm) for the system. This is an extremely complex process as there are many causes and factors to consider.*

*The article discusses the use of an evolutionary algorithm in the process of developing a mathematical model for scheduling at a university. Mandatory restrictions and desirable requirements for the schedule at the university are put forward. The initial information of the main mathematical sets characterizing the mathematical model of the university is described: a set of groups of students, a set of audiences, a set of disciplines, a set of teachers, a set of study pairs. The main entities necessary for compiling any schedule at the university are described. Various limiting obligatory and desirable conditions for the reliability of the mathematical model of the developed timetable of a higher educational institution are given and mathematically substantiated. A task has been set for the further implementation of the evolutionary search for the optimal decomposition using a genetic algorithm.*

**Key words:** *educational institution, educational process, Big Data technologies, evolutionary search algorithm, mathematical model of the schedule, genetic algorithm.*

Створення оптимального розкладу університету є актуальною проблемою дуже давно. Розклад є невід'ємною частиною під час планування навчального процесу, оскільки без нього не може функціонувати жодний навчальний заклад. Створення розкладу та організація навчального процесу займає багато часу для людини, оскільки необхідно враховувати безліч різних факторів, якими можуть виступати комфортні умови навчання здобувачів вищої освіти, зручний час проведення занять для викладачів, ресурси університету тощо. Підходи до розв'язання задач з настільки великою кількістю параметрів, що враховуються, можна віднести до Big Data технологій, а за складністю генерація розкладу відноситься до класу NP-повних задач [1]. Сучасні технології дозволяють автоматизувати та прискорити цей процес у тисячі разів. Це стало можливим з появою евристичних методів, одним з яких є алгоритм еволюційного пошуку, що розглядається у статті. Для таких алгоритмів є сильна залежність під конкретний навчальний заклад, що дозволяє створити універсальну систему. Ці алгоритми допомагають не тільки автоматизувати створення розкладу, а й створити оптимальний розклад з урахуванням багатьох переваг.

Існує багато класичних методів розв'язання задачі складання розкладу: метод імітації випалювання, алгоритм розфарбування графів, імітаційне моделювання [2]. Метод імітації випалювання такий, що процедура пошуку глобального розв'язку імітує фізичний процес відпалу, який часто використовується, коли пошук наближеного глобального оптимуму важливіший, ніж пошук точного локального оптимуму за встановлений проміжок часу [3]. Алгоритм розфарбування графу, що створений жадібним алгоритмом, який проходить вершини графу в деякій визначеній послідовності та призначає кожній вершині перший доступний колір [4]. Незважаючи на зовнішню простоту метод імітації випалювання та алгоритм розфарбування графів, можуть виявитися цілком ефективними для складання лише невеликих розкладів. При реалізації алгоритму, що базується на принципах імітаційного моделювання, обмежується можливість застосування розробленої системи в інших вищих навчальних закладах (ВНЗ), крім того, знадобиться вносити істотні зміни в алгоритм при незначних внутрішніх змінах у ВНЗ [2]. Застосування методів еволюційного пошуку приводить до одержання гарних результатів, однак має місце висока обчислювальна трудомісткість і відносна неефективність на заключних етапах еволюції [5].

Метою роботи є розробка математичної моделі складання розкладу з використанням алгоритму еволюційного пошуку.

Розглянемо навчальний заклад, в якому виділяються наступні групи об'єктів:

- множина груп здобувачів  $G$ ;
- множина аудиторій  $A$ ;
- множина дисциплін  $D$ ;
- множина викладачів  $T$ ;
- множина навчальних пар  $C$  (тимчасових інтервалів проведення занять).

Якщо в зазначеній групі  $G$  проводяться заняття в аудиторії  $A$  з дисципліни  $D$ , викладач  $T$ , під час навчальної пари  $C$ , то функція приймає значення рівне 1, в протилежному випадку – 0.

Нехай необхідно визначити

$$\begin{aligned} a &= (a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_N) \\ c &= (c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_N) \\ t &= (t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_N) \end{aligned} \quad (1)$$

де  $N$  – кількість блоків занять;

$a_i \in A$  – код аудиторії, назначений блоку занять  $z_i \in Z$ ;

$c_i \in C$  – код навчальної пари, призначений першого заняття з блоку занять  $z_i \in Z$ ;

$t_i \in T$  – код викладача, назначений блоку занять  $z_i \in Z$ .

До розкладу пред'являється множина вимог і обмежень. Умовно, весь ряд обмежень розбивається на обов'язкові і бажані обмеження. До обов'язкових відносяться:

- відсутність накладок різного характеру;
- відсутність вікон;
- відповідність типу проведеного заняття аудиторії проведення;
- обмеження на обсяг занять, які проводяться щодня;
- обов'язкове проведення всіх занять, запланованих робочим навчальним планом.

Бажані (неосновні) вимоги представляються в наступному вигляді:

– забезпечення комфортності умов навчання, а саме мінімізація переходів поміж аудиторіями або корпусами, підбір аудиторії, максимально наближених до типу проведених занять, тощо;

– побажання викладацького складу;

– рівномірність навантаження здобувачів вищої освіти протягом всього семестру, а також конкретного навчального дня.

Обов'язкові обмеження, що накладаються на розклад, описуються наступним чином:

Обмеження, яке гарантує відсутність накладок для аудиторій, представляються виразом:

$$\begin{aligned} \forall (a_i, c_j): a_i \in A, c_j \in C (\exists! z_k: (a_i = a_k) \wedge (z_k \in Z^{c_j})) \vee (\neg \exists z_k \\ : (a_i = a) \wedge (z_k \in Z^{c_j})) \end{aligned} \quad (2)$$

де  $Z^{c_j}$  – множина блоків занять, що проводяться під час пари  $c_j$ .

Цей вираз можна пояснити так: для кожної впорядкованої двійки елементів, а саме аудиторія і пара, для аудиторії існує або єдиний блок занять з множини  $Z$ , що означає проведення заняття цього блоку в цій аудиторії в момент даної пари, або відсутність блоку заняття, яке вказує на те, що аудиторія вільна.

2. Обмеження, що гарантує відсутність накладок для викладачів, визначається наступним чином:

$$\forall (t_i, c_j): t \in T, c_j \in C (\exists! z_k: (t_i = t_k) \wedge (z_k \in Z^{c_j})) \vee (\neg \exists z_k : (t_i = t_k) \wedge (z_k \in Z^{c_j})) \quad (3)$$

де  $Z^{c_j}$  – множина блоків занять, що проводяться під час пари  $c_k$ .

Вираз (3) можна пояснити так: існує або єдиний блок занять, які проводить даний викладач під час заданої пари, або цього блоку не існує взагалі.

3. Обмеження, яке забезпечує відсутність накладок для навчальних груп

$$\forall (g_n, c_j): g_n \in G, c_k \in C \sum z_i^e \leq 1, i \in Z^{g_n} \cap Z^{c_j} \quad (4)$$

де  $Z^{g_n}$  – множина блоків занять, в яких присутня група  $g_n$ ;

$Z^{c_j}$  – множина блоків занять, що проводяться під час пари  $c_k$ .

Це обмеження пояснюється так: для кожної пари елементів, таких як група і пара, сума компонентів  $z_i^e$  вектора  $Z_i$  блоків із множини  $Z^{g_i} \cap Z^{c_k}$  не перевищує одиницю [6, 7]. Тобто під час конкретної пари група знаходиться на одному занятті, або проводиться заняття тільки у одній з підгруп, або у обох, або занять немає взагалі.

4. Відповідність типу аудиторії проведеному заняттю описується виразом:

$$\forall z_i \in Z a_i \in A^{z_i^a} \quad (5)$$

тобто для кожного блоку заняття  $z_i$ ,  $z_i \in Z$  аудиторія вибирається з допустимої підмножини аудиторій, код цієї підмножини зберігає компонент  $z_i^a$ .

5. Обмеження, що накладається на кількість навчальних пар, що проводяться протягом одного навчального дня, виглядає наступним чином

$$\forall (b_\tau, g_n): b_\tau \in B, g_n \in G \sum z_i^e \leq N_{max}, i \in I_{g_n}^{b_\tau} \quad (6)$$

де  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  – множина навчальних днів.

Кожен елемент описаної множини, визначається так:

$$b_\tau = \{c_j \in C: c_j^a = b_\tau\}$$

Вираз (6) означає, що для кожної пари елементів: група і день, число проведених пар не перевищує максимально допустимого –  $N_{max}$ .

6. Обмеження відсутності вікон для навчальних груп, тобто для кожної пари елементів: день і група, кількість пар, що проводяться в цій групі в поточний день має дорівнювати величині:

$$\forall (b_\tau, g_n): b_\tau \in B, g_n \in G \left( \sum_{i \in I_{g_n}^{b_\tau}} z_i^e = c\_max\_number_{g_n}^{b_\tau} - c\_min\_number_{g_n}^{b_\tau} + 1 \right) \wedge (\forall c: c\_min_{g_n}^{b_\tau} \leq c \leq c\_max_{g_n}^{b_\tau} \sum_{i: z_i \in Z^{g_n} \wedge c_j^a = c} z_i^e = 1), \quad (7)$$

де  $c\_max\_number_{g_n}^{b_\tau} - c\_min\_number_{g_n}^{b_\tau} + 1$ , також відсутність вікон у груп;

$c\_max\_number_{g_n}^{b_\tau}$  – максимальний номер пари протягом дня  $b_\tau$ , для групи  $g_n$ ;

$c\_min\_number_{g_n}^{b_\tau}$  – мінімальний номер пари протягом дня  $b_\tau$ , для групи  $g_n$ ;

$I_{g_n}^{b_\tau} = \{i: (z_i \in Z^{g_n}) \wedge (c_j^d = b_\tau)\}$  – множина номерів блоків занять, що проводяться для групи  $g_n$  під час дня  $b_\tau$ .

Потрібно знайти такий варіант вибору векторів  $\alpha, c, t$ , яке задовольняє обмеженням (2) – (7), а також мінімізує значення критерію втрати якості  $K$ . Критерій якості ґрунтується на бажаних вимогах і має такий вигляд:

$$K = \varphi(\alpha, c, t) = \sum_{i=1}^N p_i \omega_i(\alpha, c, t), \quad (8)$$

де  $p_i$  – значення штрафного коефіцієнта за невиконання  $i$ -ї вимоги;  
 $\omega_i$  – оцінка ступеня невиконання  $i$ -ї бажаної вимоги.

До найбільш значимих бажаних вимог відносяться:

1. Побаження викладацького складу.

Для формулювання даної вимоги розглядаються дві матриці. Перша матриця називається матрицею заборон і виглядає наступним чином:

$$M_{\text{заборон}} = \begin{cases} 1, \text{ заборона проведення заняття} \\ \text{для } i - \text{го викладача} \\ \text{під час } k - \text{ї пари} \\ 0, \text{ відсутність заборони} \end{cases} \quad (9)$$

Друга матриця – матриця зайнятості формується наступним чином:

$$M_{\text{зайнятості}} = \begin{cases} 1, \text{ проведення заняття} \\ \text{для } i - \text{го викладача} \\ \text{під час } k - \text{ї пари} \\ 0, \text{ відсутність заняття} \end{cases} \quad (10)$$

Тому вираз, враховуючи (9) – (10), має вигляд

$$\sum_{t_i \in T} \sum_{c_j \in C} (M_{\text{заборон}} \wedge M_{\text{зайнятості}}) \rightarrow \min, \quad (11)$$

і є вимогою врахування побажань.

2. Обмеження, що враховує мінімізацію кількості вікон у викладачів.

$$\sum \sum (c\_max_{p_i}^{b_\tau} - c\_min_{p_i}^{b_\tau}) - N_{\text{блоків}} \rightarrow \min, \quad (12)$$

де  $c\_max_{p_i}^{b_\tau}$  – максимальний номер пари в день  $b_\tau$  у викладача  $t_p$

$c\_min_{p_i}^{b_\tau}$  – мінімальний номер пари в день  $b_\tau$  у викладача  $t_i$ .

3. Бажана вимога рівномірності занять:

$$D_n^{\text{cp}} = \frac{1}{N_{\text{днів}}} \sum_{b_\tau} (M_n^{\text{cp}} - |I_{g_n}^{b_\tau}|)^2. \quad (13)$$

4. Якщо середнє відхилення кількості занять для групи  $g_n$  має вигляд:

$$M_n^{\text{cp}} = \frac{1}{N_{\text{днів}}} \sum_{b_\tau} |I_{g_n}^{b_\tau}|,$$

звідси, вимога виглядає так:

$$\sum_{n=1, N_{\text{груп}}} D_n^{\text{CP}} \rightarrow \min. \quad (14)$$

На підставі описаних вимог будується цільова функція на основі мінімізації штрафних показників. Кожне порушення обмеження або бажаної вимоги збільшує значення цільової функції відповідно до коефіцієнта значимості вимоги. В результаті цільова функція в загальному вигляді описується формулою:

$$F_{\text{ц}} = \sum_{i=1..N_{\text{кількість обмежень}}} og_i * k_{og_i} + K \quad (15)$$

де  $K$  – критерій якості, що описується виразом (8).

Кожне порушення обмеження (15) збільшує значення цільової функції у відповідності до коефіцієнту значимості вимоги  $k_{og_i}$ .

Якщо обмеження не виконуються або не виконуються бажані вимоги, розклад вважається конфліктним [8].

В статті проаналізовано існуючі методи розв'язання задачі складання розкладу занять у вищих навчальних закладах та виявлено найефективніший метод. Розроблено математичну модель складання розкладу методом еволюційного пошуку. На підставі побудованої моделі (1) – (7) розкладу надалі буде проводитися реалізація еволюційного пошуку оптимального розкладу з використанням генетичного алгоритму.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Теорія розкладів. 2022. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Теорія\\_розкладів](https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_розкладів) (дата звернення 20.03.22).
2. Розклад занять. 2022. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Розклад\\_занять](https://uk.wikipedia.org/wiki/Розклад_занять) (дата звернення 20.03.22).
3. Алгоритм імітації відпаду. 2021. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм\\_імітації\\_відпаду](https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_імітації_відпаду) (дата звернення 21.03.22).
4. Жадібне розфарбовування. 2021. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Жадібне\\_розфарбовування](https://uk.wikipedia.org/wiki/Жадібне_розфарбовування) (дата звернення 21.03.22).
5. Еволюційний алгоритм. 2021. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Еволюційний\\_алгоритм](https://uk.wikipedia.org/wiki/Еволюційний_алгоритм) (дата звернення 21.03.22).
6. Кисіль В.В., Драч І.В., Кисіль Т.М. Модель задачі складання та оптимізації розкладу занять за умови задоволення об'єктивних та суб'єктивних вимог навчального закладу. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія: технічні науки*. 2019. Том 30 (69) Ч. 1. № 6. С. 65–70.
7. Бойко О.М. Еволюційна технологія розв'язування задачі складання розкладів навчальних занять. *Штучний інтелект*. 2006. Вип. № 3. С. 341–348.
8. Снитюк В.Є., Сіпко Є.Н. Аспекти формування цільової функції в задачі складання розкладу занять у вищих навчальних закладах на основі суб'єктивних переваг. *Автоматика. Автоматизація. Електротехнічні комплекси і системи*. 2013. Вип. № 2. С. 98–104.

#### REFERENCES:

1. Teoriya rozkladiv [Schedule theory]. (2022). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Теорія\\_розкладів](https://uk.wikipedia.org/wiki/Теорія_розкладів) (date of the application 20.03.22) [in Ukrainian].
2. Rozklad zanyat' [Class Schedule]. (2022). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Розклад\\_занять](https://uk.wikipedia.org/wiki/Розклад_занять) (date of the application 20.03.22) [in Ukrainian].

3. Alhorytm imitatsiyi vidpalu [Simulated annealing algorithm]. (2021). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм\\_імітації\\_відпалу](https://uk.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_імітації_відпалу) (date of the application 21.03.22) [in Ukrainian].
  4. Zhadibne rozfarbovuvannya [Greedy coloring graph]. (2021). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Жадібне\\_розфарбовування](https://uk.wikipedia.org/wiki/Жадібне_розфарбовування) (date of the application 21.03.22) [in Ukrainian].
  5. Evolyutsiynyy alhorytm [Evolutionary algorithm]. (2021). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Еволюційний\\_алгоритм](https://uk.wikipedia.org/wiki/Еволюційний_алгоритм) (date of the application 21.03.22) [in Ukrainian].
  6. Kysil' V.V., Drach I.V., Kysil' T.M. (2019). Model' zadachi skladannya ta optymizatsiyi rozkladu zanyat' za umovy zadovolennya ob'yektyvnykh ta sub'yektyvnykh vymoh navchal'noho zakladu [The model of the task of compiling and optimizing the class schedule, subject to the satisfaction of the objective and subjective requirements of the educational institution]. *Scientific notes of TNU named after V.I. Vernadsky. Series: technical sciences*. Vol. 30 (69) Ch. 1 No. 6. 65–70 [in Ukrainian].
  7. Boyko O.M. (2006). Evolyutsiyana tekhnolohiya rozv'yazuvannya zadachi skladannya rozkladiv navchal'nykh zanyat' [Evolutionary technology for solving the problem of scheduling training sessions]. *Artificial intelligence*. Vol. No. 3. 341–348 [in Ukrainian].
  8. Snytyuk V.YE., Sipko YE.N. (2013). Aspekty formuvannya tsil'ovoyi funktsiyi v zadachi skladannya rozkladu zanyat' u vyshchyykh navchal'nykh zakladakh na osnovi sub'yektyvnykh perevah [Aspects of formation of the objective function in the problem of scheduling classes in universities based on subjective advantages]. *Automation. Automation. Electrotechnical complexes and systems*. Vol. No. 2. 98–104 [in Ukrainian].
-