

---

# БУДІВНИЦТВО ТА ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ

---

## CONSTRUCTION AND CIVIL ENGINEERING

УДК 624.074.04

DOI <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2021.3.16>

### ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ШАРНІРНО ОПЕРТОЇ ТРИШАРОВОЇ ПЛАСТИНКИ, ЩО ПІДКРІПЛЕНА ОДНИМ РЕБРОМ ЖОРСТКОСТІ

---

**Смел'янова Т.А.** – кандидат технічних наук,  
старший викладач кафедри будівництва  
Херсонського державного аграрно-економічного університету  
ORCID ID: 0000-0001-5191-8418

*У статті розглянуто задачу стійкості тришарової пластинки симетричної будови за товщиною з легким трансверсально-ізотропним заповнювачем, що підкріплена одним повздовжнім ребром жорсткості з урахуванням дії поздовжніх сил у серединних площинах зовнішніх шарів та в ребрі. Обґрунтовано актуальність питання стійкості саме підкріплених тришарових пластинок, які вивчені недостатньо. Відзначена відсутність практичних та теоретичних баз для параметричних досліджень стійкості зазначених пластинок.*

*Зазначено, що за допомогою варіаційного принципу Остроградського–Гамільтона отримані рівняння руху тришарової пластинки симетричної будови, підкріпленої ребрами жорсткості у двох взаємно перпендикулярних напрямках з урахуванням дії подовжніх сил у серединних площинах зовнішніх шарів і ребрах, граничні умови й умови по лініях ребер. Під час виведення рівнянь передбачалося, що заповнювач легкий, а ребра мають однакову жорсткість в одному напрямку й розташовані на однакових відстанях. Для зовнішніх несучих шарів приймалися гіпотези Кірхгофа–Лява, а для заповнювача і ребер – лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною та враховувався згин ребер у вертикальній площині.*

*Отримані диференціальні рівняння стійкості ділянки пластинки, яка замкнена між ребром та краями пластинки, без урахування згинальної жорсткості зовнішніх шарів. За допомогою граничного переходу отримані умови по боках пластинки та лінії ребра за наявності на опорних кромках діафрагм без урахування крутильної жорсткості ребер.*

*Отримано рівняння стійкості тришарової пластинки симетричної будови з легким трансверсально-ізотропним заповнювачем, підкріпленої одним повздовжнім ребром жорсткості. Отримані рівняння для визначення параметру жорсткості та параметру критичних сил. Проаналізовані форми втрати стійкості зазначеної пластинки.*

**Ключові слова:** тришарова пластинка, легкий заповнювач, ребро жорсткості, стійкість, жорсткість пластинки, жорсткість ребра, параметр зсуву, параметр жорсткості, параметр критичних сил, рівняння стійкості тришарової пластинки, граничні умови.

---

**Yemelianova T.A. Investigation of a three-layered hinge-supported plate supported by one longitudinal rib of rigidity**

The article considers the problem of stability of a three-layer plate of symmetrical structure in thickness with a light transversely isotropic filler, supported by one longitudinal rigidity rib taking into account the action of longitudinal forces in the middle planes of the outer layers and in the edge. The urgency of the question of the stability of the reinforced three-layer plates, which are insufficiently studied, is substantiated. The lack of practical and theoretical bases for parametric studies of the stability of these plates is noted.

It is noted that the equations of motion of a three-layer plate of symmetrical structure supported by stiffening ribs in two mutually perpendicular directions taking into account the action of longitudinal forces in the middle planes of outer layers and ribs, boundary conditions and conditions along ribs are obtained using the Ostrogradsky-Hamilton variational principle. In deriving the equations, it was assumed that the filler is light, and the edges have the same stiffness in one direction and are located at equal distances. The Kirchhoff-Lev hypotheses were accepted for the outer bearing layers, and the linear law of change of tangential displacements in thickness was accepted for the aggregate and edges, and the bending of the edges in the vertical plane was taken into account.

Differential equations of stability of the section of the plate, which is closed between the edge and the edges of the plate, without taking into account the bending stiffness of the outer layers. By means of the boundary transition, the conditions on the sides of the plate and the rib line are obtained in the presence of diaphragms on the bearing edges without taking into account the torsional stiffness of the ribs.

The equation of stability of a three-layer plate of symmetrical structure with a light transversely isotropic filler, supported by one longitudinal stiffening rib, is obtained. Equations are obtained to determine the stiffness parameter and the critical force parameter. The forms of loss of stability of the specified plate are analyzed.

**Key words:** three-layer plate, lightweight aggregate, rigidity, stability, rigidity of the plate, rigidity of the ribs, shear parameter, rigidity parameter, stability equation of a three-layer plate, boundary conditions.

**Постановка проблеми.** Останнім часом шарові конструкції, а саме тришарові пластини, знаходять широке застосування в таких наукоємних галузях, як промислові та цивільне будівництво, літакобудування, суднобудування тощо. Проблема стійкості тришарових конструкцій висувається на перший план, оскільки з метою економії маси вони виконуються таким чином, що зовнішні обшивки є тонкими, а серединний шар є легким. Тришарові пластини за порівняно невеликої ваги володіють високими характеристиками міцності та жорсткості та в разі належного вибору параметрів вони можуть сприймати значні навантаження. Однак великий вплив поперечних деформацій зсуву заповнювача на роботу зовнішніх шарів може спричинити втрату стійкості конструкції в цілому, тому доцільно підкріплювати тришарові пластини ребрами жорсткості [1].

Дослідженням стійкості непідкріплених тришарових пластин присвячене досить багато публікацій [2; 3; 4; 5]. У роботах [6; 7] наведено чисельні методи розрахунку зазначених пластин на стійкість. Розрахункам на стійкість підкріплених тришарових пластин присвячено незначну кількість праць [8; 9; 10], і ці дослідження не носять систематичного характеру. Тому пошук нових методів розв'язання задач на стійкість підкріплених тришарових пластин, які дозволяють отримати найбільш точні розрахункові параметри, є актуальною задачею.

У статті розглядається пружна стійкість тришарової пластини з легким трансверсально-ізотропним заповнювачем, що підкріплена одним поздовжнім ребром жорсткості (рис. 1).

**Метою дослідження** є отримання рівняння стійкості тришарової пластини симетричної будови з легким трансверсально-ізотропним заповнювачем, що підкріплена одним поздовжнім ребром жорсткості з урахуванням дії поздовжніх сил у серединних площинах зовнішніх шарів та в ребрі.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Під час побудови розрахункової моделі тришарової пластини, підкріпленої ребрами в повздовжньому та поперечному напрямках, використовувався варіаційний принцип Остроградського – Гамільтона та були прийняті такі гіпотези: для зовнішніх несучих шарів – гіпотези Кірхгофа – Лява, а для заповнювача і ребр – лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною та враховувався згин ребер у вертикальній площині [11, с. 126–130]. Отримано диференціальні рівняння стійкості ділянки пластинки, яка замкнена між ребрами або між ребрами та краями пластинки з урахуванням дії сил у серединних площинах зовнішніх шарів [11, с. 135].

Також встановлено граничні умови ділянки оболонки, замкненої між ребрами. За допомогою граничного переходу отримано умови по лініях ребер з урахуванням і без урахування деформацій зсуву в ребрах, але без урахування крутильної жорсткості ребер [11, с. 139].

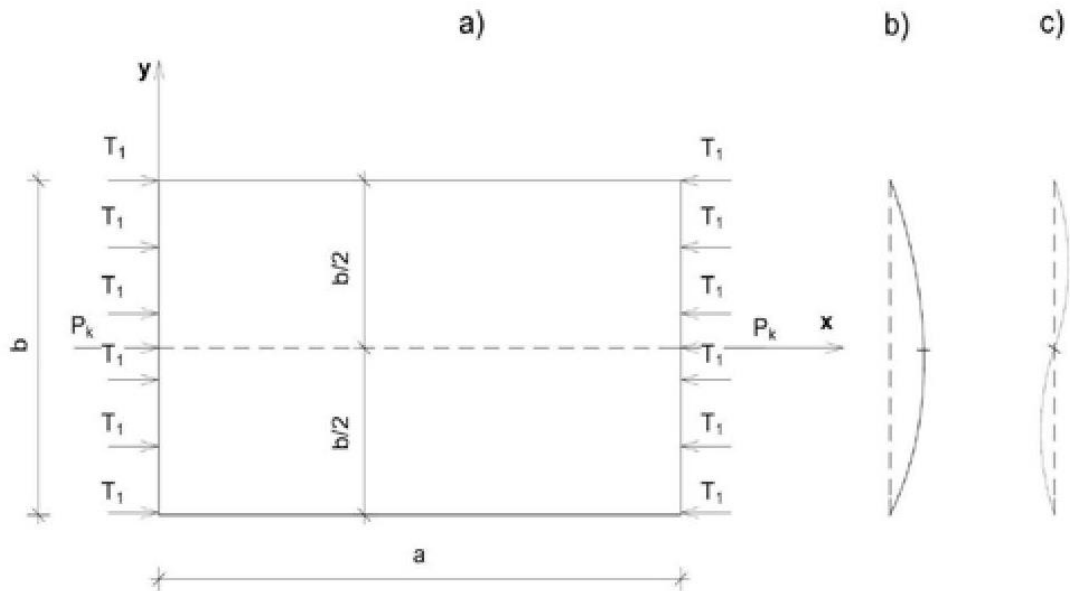


Рис. 1. Схема тришарової пластинки з легким заповнювачем, яка підкріплена одним повздовжнім ребром жорсткості

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Отримаємо вирішення задачі стійкості без урахування згинальної жорсткості зовнішніх шарів, уважаючи  $D = 0$ . Ураховуючи  $\omega = D = T_2 = 0$ , отримаємо систему диференціальних рівнянь у вигляді

$$U_\beta - H \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{Bh}{G_3} \left( \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial x \partial y} \right);$$

$$V_\beta - H \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{Bh}{G_3} \left( \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial x \partial y} \right); \quad (1)$$

$$-2BH\nabla^2 \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial x} + \frac{\partial V_\beta}{\partial y} \right) + 2T_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0$$

Граничні умови по боках пластинки (рис. 1а) за наявності на опорних кромках діафрагм мають вигляд:

$$(W)_{x=0,a} = \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial x} + \mu \frac{\partial V_\beta}{\partial y} \right)_{x=0,a} = (V_\beta)_{x=0,a} = 0, \quad (2)$$

$$(W)_{y=\pm b/2} = \left( \frac{\partial V_\beta}{\partial y} + \mu \frac{\partial U_\beta}{\partial x} \right)_{y=\pm b/2} = (U_\beta)_{y=\pm b/2} = 0.$$

Приймаючи до уваги, що

$$\left( \frac{\partial V_\beta}{\partial x} \right)_{y=+0} = \left( \frac{\partial V_\beta}{\partial x} \right)_{y=-0}, \quad \left( \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial x^2} \right)_{y=+0} = \left( \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial x^2} \right)_{y=-0}$$

та враховуючи (1), умови по лінії ребра набувають вигляду

$$\left( \frac{\partial V_\beta}{\partial y} + \mu \frac{\partial U_\beta}{\partial x} \right)_{y=+0} = \left( \frac{\partial V_\beta}{\partial x} + \mu \frac{\partial U_\beta}{\partial y} \right)_{y=-0} \quad (3)$$

$$\left[ \frac{2G_p b_p}{h} \left( U_\beta - H \frac{\partial W}{\partial x} \right) - \frac{2E_p b_p h}{3} \left( \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial x^2} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \right) \right]_{y=0} - B(1-\mu) \frac{\partial U_\beta}{\partial y} \Big|_{y=-0}^{y=+0} = 0, \quad (4)$$

$$\left[ \frac{2G_p b_p H}{h} \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial x} - H \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) - \frac{E_p b_p h \delta}{3} \left( \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial x^2} - \frac{\delta}{2} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} \right) + P_k \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right]_{y=0} +$$

$$+ 2BH \left( \frac{\partial^2 V_\beta}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial x \partial y} \right) \Big|_{y=-0}^{y=+0} = 0.$$

Крім цього, для переміщень вище та нижче ребра маємо

$$(W)_{y=+0} = (W)_{y=-0}, \quad (U_\beta)_{y=+0} = (U_\beta)_{y=-0}, \quad (V_\beta)_{y=+0} = (V_\beta)_{y=-0} \quad (6)$$

У рівняннях (1–6) позначено:

$$B = \frac{E\delta}{(1-\mu^2)}; \quad D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}; \quad H = h + 0,5\delta; \quad u_\beta = 0,5(u_1 - u_2); \quad v_\beta = 0,5(v_1 - v_2);$$

$\delta, 2h$  – товщина зовнішніх шарів та заповнювача;  $G_3$  – модуль зсуву заповнювача;  $E, \mu$  – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона зовнішніх шарів;  $u_1, v_1, u_2, v_2$  – тангенціальні переміщення серединних площин верхнього та нижнього шарів;  $w$  – прогин оболонки.

Вирішення задачі для нижньої частини пластини шукаємо у вигляді

$$W^I = f(y) \sin \frac{\pi n}{a} x, \quad U_\beta^I = f_1(y) \cos \frac{\pi n}{a} x, \quad V_\beta^I = f_2(y) \sin \frac{\pi n}{a} x, \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (7)$$

що задовольняє граничним умовам (2) по кромках  $x = 0, a$ .

Вносячи (7) в (1), отримаємо систему диференціальних рівнянь для визначення функцій  $f, f_1, f_2$ .

$$W^I = \frac{b}{H\pi} \sum_{i=1}^r \frac{1 + k_0 \left( \frac{n^2}{\alpha^2} - \beta_i^2 \right)}{\beta_i} \left( A_i \cosh \frac{\pi \beta_i}{b} y + C_i \sinh \frac{\pi \beta_i}{b} y \right) \sin \frac{\pi n}{a} x,$$

$$V_{\beta}^I = \sum_{i=1}^r \left( A_i \sinh \frac{\pi\beta_i}{b} y + C_i \cosh \frac{\pi\beta_i}{b} y \right) \sin \frac{\pi n}{a} x, \quad (8)$$

$$U = \left[ \sum \frac{1}{\alpha\beta} \left( A_i \cosh \frac{\pi\beta_i}{b} y + C_i \sinh \frac{\pi\beta_i}{b} y \right) + \frac{\beta_3\alpha}{\beta_3} \left( A_i \cosh \frac{\pi\beta_3}{b} y + C_i \sinh \frac{\pi\beta_3}{b} y \right) \right] \cos \frac{\pi}{a} x.$$

У (8) позначено:

$$\beta_{1,2} = \frac{n}{\alpha} \sqrt{1 - \frac{k_0 m_t}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_0 m_t}{2}\right)^2 + m_t \left(\frac{\alpha}{n}\right)^2}}, \quad \beta_3 = \sqrt{\frac{2}{(1-\mu)k_0} + \left(\frac{n}{\alpha}\right)^2},$$

$$k_0 = \frac{\pi^2 B h}{G_3 b^2}, \quad m_t = \frac{2T_1 b^2}{\pi^2 D^*}, \quad D^* = 2BH^2, \quad \alpha = \frac{a}{b}. \quad (9)$$

Для верхньої частини пластини рішення має вигляд, аналогічний (8).

Підпорядковуючи рішення для нижньої і верхньої частини пластини граничним умовам (2), (4), (5), (6), отримаємо систему однорідних рівнянь відносно довільних постійних  $A_i, C_i, A'_i, C'_i$  ( $A'_i, C'_i$  відносяться до верхньої частини пластинки). Прирівнюючи до нуля визначник, складений з коефіцієнтів за  $A_i, C_i, A'_i, C'_i$ , отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{\operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_1}{2}}{\beta_1} \left[ \frac{r_1 r_{12}}{k_0} + \frac{\operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_2}{2}}{\beta_2} (r_1 r_6 - r_2 r_5) - \frac{2r_4 r_3 r_{10} \alpha^2}{n^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\beta_3 \alpha^2 (r_3 r_5 - r_1 r_7) \operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_3}{2}}{n^2} \right] - \frac{\operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_2}{2}}{\beta_2} \left[ \frac{r_2 r_{11}}{k_0} - \frac{2r_1 r_6 r_{10} \alpha^2}{n^2} - \right. \\ & \left. - \frac{\beta_3 \alpha^2 (r_2 r_7 - r_3 r_6) \operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_3}{2}}{n^2} \right] - \frac{\alpha^2 (\beta_1^2 - \beta_2^2)}{n^2} \left( r_3 \beta_3 \operatorname{tgh} \frac{\pi\beta_3}{2} - 2r_4 r_{10} \right) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

У (10) позначено:

$$r_3 = 1 + \frac{E_p h^2 n^2 \pi^2}{3G_p a^2}, \quad r_5 = 1 + \frac{E_p h^2 n^2 \pi^2}{3G_p a^2}, \quad r_4 = \frac{\pi B h (1-\mu)}{2G_p b_p b},$$

$$r_{5,6} = \frac{G_p b_p H^2 n^2 b r_{8,9}}{\pi D^* h \alpha^2} - \frac{E_p b_p h^2 \delta \pi n^4}{6BD^* \alpha^4} \left( 1 + \frac{\delta r_{8,9}}{2h} \right) - \frac{\pi n^2}{2\alpha^2} \delta_i m_t r_{11,12},$$

$$r_7 = \frac{G_p b_p H^2 n^2 b}{\pi D^* h \alpha^2} - \frac{\pi E_p b_p h \delta H n^4}{6D^* b \alpha^4}, \quad r_{8,9,10} = \left( \frac{n^2}{\alpha^2} - \beta_{1,2,3}^2 \right), \quad r_{11,12} = 1 + r_{8,9},$$

$$\delta_i = \frac{E_p F_p}{2E \delta b}. \quad (11)$$

Якщо не враховувати зсув у ребрі, вважаючи  $G_p = \infty$ , з (10), отримаємо

$$\frac{r_1}{\beta_1} \left[ -\frac{r_7 r_8}{k_0} + \frac{r_4 r_2}{\beta_2} (\beta_1^2 - \beta_2^2) + \frac{\beta_3 \alpha^2}{n^2} r_5 r_3 \right] + \frac{r_3}{\beta_2} \left[ \frac{r_1 r_8}{k_0} + \frac{\beta_1 \alpha^2}{n_2} r_6 r_3 \right] - \frac{\beta_3 \alpha^2 r_1}{n^2} (\beta_1^2 - \beta_2^2) = 0, \quad (12)$$

У (12) позначено:

$$r_{1,2,3} = \operatorname{tgh} \frac{\pi \beta_{1,2,3}}{2}, \quad r_4 = \frac{\pi n^2}{2 \alpha^2} \left( \frac{n^2}{\alpha^2} \gamma - \delta_t m_t \right), \quad r_{5,6} = r_4 (1 + r_{7,8}), \\ r_{7,8} = k_0 \left( \frac{n^2}{\alpha^2} - \beta_{1,2}^2 \right), \quad \gamma = \frac{D_k}{b D^*}. \quad (13)$$

Тут  $D_k$  – згинальна жорсткість ребра.

Визначаємо значення параметра  $\gamma$  з рівняння стійкості (12). Вирішуючи рівняння стійкості (12) відносно  $\gamma$ , матимемо

$$\gamma = \frac{\frac{r_1 r_8}{k_0 \left( \frac{r_1}{\beta_1} - \frac{r_2}{\beta_2} \right)} + \frac{\beta_3 \alpha^2 (\beta_1^2 - \beta_2^2) r_3}{n^2}}{\frac{\pi n^4}{2 \alpha^4} \left[ \frac{\beta_3 \alpha^2 r_3}{n^2 \left( \frac{1+r_7}{\beta_1} r_1 - \frac{1+r_8}{\beta_2} r_2 \right) + \frac{k_0 (\beta_1^2 - \beta_2^2) r_1 r_2}{\beta_1 \beta_2}} \right]} + \frac{\alpha^2}{n^2} \delta_t m_t. \quad (14)$$

Якщо задатися критичним напруженням  $m_t$  для пластини, з (14) можна визначити відповідне йому значення  $\gamma$ , а по ньому, відповідно до (13), знайти необхідний момент інерції ребра, що підкріплює. При цьому критичне напруження  $m_t$  не повинно перевищувати критичне напруження шарнірно опертої пластинки шириною  $b/2$ . Якщо ж критичне напруження підкріпленої пластинки стає рівним критичному напруженню шарнірно опертої пластинки шириною  $b/2$  і з параметром  $k_0$  (9) в чотири рази більшим, то, як зазначалося вище, отримаємо критичне значення параметра  $\gamma = \gamma_0$ . За визначення  $\gamma = \gamma_0$  зі (14) значення  $m_t$  що входить в (14), та параметри  $\beta_1$  і  $\beta_2$  (9) слід визначити за рівнянням

$$m_t = \frac{4 \left( \frac{n_1}{2\alpha} + \frac{2\alpha}{n_1} \right)^2}{1 + 4k_0 \left[ \left( \frac{n_1}{2\alpha} \right)^2 + 1 \right]} \left\{ s \left[ 1 + 4k_0 \left( \left( \frac{n_1}{2\alpha} \right)^2 + 1 \right) \right] + 1 \right\}. \quad (15)$$

Тут  $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ ,  $s = \frac{\left( \frac{\delta}{H} \right)^2}{12}$ ,  $\alpha = \frac{a}{b}$ .

Оскільки характеристики жорсткості ребра і пластинки приймаються одного порядку, то деформації зсуву ребра прямокутного перетину надають малий вплив на величину критичної сили, й ними можна знехтувати.

**Висновки і пропозиції.** Внаслідок того, що пластинка з ребром є системою, симетричною відносно осі  $X$ , випинання пластинки буде або симетричним, або антисиметричним, за якого ребро жорсткості залишається прямим (рис. 1 в, с).

В останньому випадку вузлова лінія випучування пластинки збігається з віссю ребра, і кожна половина пластинки поводитья як вільно оперта пластинка довжиною  $a$  і шириною  $b/2$ . У цьому випадку критичне навантаження пластинки з ребром сягає свого максимального значення.

Антисиметрична форма втрати стійкості (рис. 1с) має місце в разі, коли відношення згинальних жорсткостей більше деякого значення  $\gamma_0$ , яке будемо називати критичним.

У разі збільшення  $\gamma > \gamma_0$  ми вже не будемо отримувати збільшення критичного навантаження для пластинки (воно буде залишатися постійним і рівним критичному навантаженню вільно опертої пластинки шириною  $b/2$ ).

Симетрична форма втрати стійкості (рис. 2 в), за якої ребро жорсткості згинається разом із пластинкою, має місце за  $\gamma = \gamma_0$ . За  $\gamma = \gamma_0$  можливі обидві форми втрати стійкості.

Отже, дослідження можна обмежити розглядом лише симетричної форми втрати стійкості й визначенням критичного значення  $\gamma = \gamma_0$ .

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Stability Analysis of a Three-Layer Shell with Lightweight Filler Supported By Rigidity Ribs. *IJSET – International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology* / M. Surianinov et al. Vol. 7. Issue 12. P. 462–469.
2. Александров А.Я., Куршин Л.И. Многослойные пластинки и оболочки. *Труды VII Всесоюзной конференции оболочек по теории оболочек и пластинок, Днепропетровск, 1969 г.* Москва : Наука, 1970. С. 714–721.
3. Григолюк Э.И., Кассихин В.Н. Осесимметричные свободные колебания круговых трехслойных пластин. *Некоторые прикладные задачи теории пластин и оболочек: сборник научных трудов* / под ред. Э.И. Григолюка. 1981. С. 185–195.
4. Прусаков А.П. Некоторые задачи изгиба круглых трехслойных пластин с легким заполнителем. *Труды конференции по теории пластин и оболочек, Казань, 1961 г.* Казань : Казанский гос. ун-т, 1961. С. 293–297.
5. Chun-Sheng Chen. Investigation on the Vibration and Stability of Hybrid Composite Plates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 2005. 24 (16). 1747–1758.
6. Алфутов Н.А., Трофимов В.В. Энергетический метод расчета оболочек на устойчивость, не требующий определения начального напряженного состояния. *Труды VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок, Днепропетровск, 1969 г.* Москва : Наука, 1970. С. 52–57.
7. Новые методы расчета систем с дискретно-непрерывным распределением параметров / В.С. Дорофеев и др. ; под ред. Н.Г. Сурьянинова. Одесса : ЭВЕН, 2012. 374 с.
8. Al-Qablan H. Semi-analytical Buckling Analysis of Stiffened Sandwich Plates. *Journal of Applied Sciences*. 2010. 10: 2978–2988.
9. Patel S.N., Sheikh A.H. Buckling response of laminated composite stiffened plates subjected to partial in-plane edge loading. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. 2016. 17: 5–6. 322–338.
10. Александров А.Я., Бородин М.Я. Конструкция с заполнителями из пенопластов. Москва : Оборонгиз, 1962. 212 с.
11. Yemelianova T.A., Kirichenko V.L. Differential equations of stability and free oscillations of a three-layer plate supported by rigidity ribs. Perspective trajectory of

scientific research in technical sciences : Collective monograph. Riga, Latvia: "Baltija Publishing". P. 132–154.

12. Емельянова Т.А. Устойчивость трехслойной пологой оболочки с легким наполнителем, подкрепленной продольными ребрами жесткости. *Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике* : материалы Международной научно-технической конференции, Минск, 2001 г. Минск : УП «Технопринт», 2001. С. 193–197.

#### REFERENCES:

1. Mykola Surianinov, Tetiana Yemelianova, Dina Lazarieva, Anastasiia Bazhanova (2020) Stability Analysis of a Three-Layer Shell with Lightweight Filler Supported By Rigidity Ribs. *IJSET – International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, Vol. 7. Issue 12. pp. 462-469. [in English]

2. Aleksandrov A.YA., Kurshin L.I. (1970) Mnogosloynnye plastinki i obolochki. *Trudy VII Vsesoyuznoy konferentsii obolochek po teorii obolochek i plastinok*, Dnepropetrovsk, 1969 g. Moskva: Nauka. S. 714–721. [in Russian].

3. Grigolyuk E.I., Kassikhin V.N. (1981) Osesimmetrichnyye svobodnyye kolebaniya krugovykh trekhsloynnykh plastin. *Nekotoryye prikladnyye zadachi teorii plastin i obolochek: sbornik nauchnykh trudov / pod red. E.I. Grigolyuka*. С. 185–195. [in Russian].

4. Prusakov A.P. (1961) Nekotoryye zadachi izgiba kruglykh trekhsloynnykh plastin s legkim zapolnitelem. *Trudy konferentsii po teorii plastin i obolochek*, Kazan', 1961 g. Kazan': Kazanskiy gos. un-t. S. 293–297. [in Russian].

5. Chun-Sheng Chen. (2005) Investigation on the Vibration and Stability of Hybrid Composite Plates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 24(16). 1747-1758. [in English]

6. Alfimov N.A., Trofimov V.V. (1970) Energeticheskiy metod rascheta obolochek na ustoychivost', ne trebuyushchiy opredeleniya nachal'nogo napryazhennogo sostoyaniya. *Trudy VII Vsesoyuznoy konferentsii po teorii obolochek i plastinok*, Dnepropetrovsk, 1969 g. Moskva: Nauka. S. 52–57. [in Russian].

7. Dorofeyev V.S., Kovrov A.V., Krutiy YU.S., Orobey V.F., Sur'yaninov N.G., Tatsiy R.M., Ushak T.I. (2012) Novyye metody rascheta sistem s diskretno-nepreryvnyim raspredeleniyem parametrov / Pod red. N.G. Sur'yaninova. Odessa: EVEN. 374 s. [in Ukrainian].

8. H. Al-Qablan. (2010) Semi-analytical Buckling Analysis of Stiffened Sandwich Plates. *Journal of Applied Sciences*, 10: 2978-2988. [in English]

9. S. N. Patel & A. H. Sheikh (2016) Buckling response of laminated composite stiffened plates subjected to partial in-plane edge loading. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. 17:5-6. 322-338. [in English]

10. Aleksandrov A.YA., Borodin M.YA. (1962) Konstruktsiya s zapolnitelyami iz penoplastov. Moskva: Oborongiz. 212 s. [in Russian].

11. Yemelianova T. A., Kirichenko V. L. (2021) Differential equations of stability and free oscillations of a three-layer plate supported by rigidity ribs. Perspective trajectory of scientific research in technical sciences: Collective monograph. Riga, Latvia: "Baltija Publishing". P.132-154. [in Ukrainian]

12. Yemel'yanova T.A.(2001) Ustoychivost' trekhsloynnoy pologoy obolochki s legkim zapolnitelem, podkreplenny prodom'nymi rebrami zhestkosti. Aktual'nyye problemy dinamiki i prochnosti v teoreticheskoy i prikladnoy mekhanike: materialy Mezhdunarodnoy nauchno–tekhnicheskoy konferentsii, Minsk, 2001 g. Minsk: UP «Tekhnoprint». S. 193–197. [in Russian].