

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРАРНО-ЕКОНОМІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

М. Г. Чеканович, О. Є. Янін

РОЗРАХУНОК БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Навчальний посібник

*Рекомендовано вченою радою
Херсонського державного аграрно-економічного університету*

Видання 2-ге, доповнене і перероблене

ОЛДІПІЮС

2021

УДК 624.01
Ч-37

Рецензенти:

Давиденко О. І. – д. т. н., професор, директор ТОВ «Будівельне проектування та науковий консалтинг»;

Рудакова Г. В. – д.т.н., професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету;

Добрянський І. М. – д.т.н., професор кафедри будівництва та енергоефективних споруд Інституту архітектури, будівництва та енергетики Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу

*Рекомендовано до друку вченою радою
Херсонського державного аграрно-економічного університету
(протокол № 12 від 27 травня 2021 року)*

Чеканович М.Г.
Ч-37 Розрахунок будівельних конструкцій : навчальний посібник / М. Г. Чеканович, О. Є. Янін. – Видання 2-ге, доповнене і перероблене. – Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2021. – 240 с.

ISBN 978-966-289-508-7

У навчальному посібнику наведено теорію і методику розрахунків будівельних конструкцій, детальне описання спеціальних програм, реалізованих у програмному середовищі MathCAD. Викладено конкретні приклади розв'язання задач проектування залізобетонних та сталевих конструкцій.

УДК 624.01

ISBN 978-966-289-508-7

© М. Г. Чеканович, 2021
© О. Є. Янін, 2021

▪ ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- A** – площа поперечного перерізу;
- $J_x; J_y$** – моменти інерції перерізу відносно осей відповідно x - x і y - y ;
- $M_x; M_y$** – моменти відносно осей відповідно x - x і y - y ;
- $W_x; W_y$** – моменти опору відносно осей відповідно x - x і y - y ;
- R_y** – розрахунковий опір сталі розтягу, стиску та згину за границею текучості;
- b_{ef}** – розрахункова ширина;
- b_f** – ширина полиці (пояси);
- h** – висота;
- h_{ef}** – розрахункова висота стінки;
- h_w** – висота стінки;
- $i_x; i_y$** – радіуси інерції перерізу відносно осей відповідно x - x і y - y ;
- t_f** – товщина полиці (пояса);
- t_w** – товщина стінки;
- g** – коефіцієнт умов роботи;
- $\bar{\lambda}_{uw}$** – найбільша умовна гнучкості стінки;
- l** – розрахункові гнучкості елемента в площинах, перпендикулярних осям відповідно x - x і y - y ;
- j** – коефіцієнт стійкості при центральному стиску (коефіцієнт повздовжнього згину);
- j** – коефіцієнт стійкості при згині зі стиском (коефіцієнт зниження розрахункових опорів при позацентровому стиску);
- M_{Ed}** – розрахункове значення зовнішнього згинального моменту;
- N_{Ed}** – розрахункове значення зовнішньої прикладеної осьової поздовжньої сили (розтягу або стиску) сила;
- f_{cd}, f_{ck}** – розрахункові опори бетону осьовому стиску для граничних станів відповідно першої і другої груп;
- f_{yd}, f_{yk}** – розрахункові опори арматури розтягу для граничних станів відповідно першої і другої груп;

- E_{ck} – характеристичне значення початкового модуля пружності бетону при стиску і розтягу;
- E_{cd} – розрахункове значення модуля пружності бетону;
- E_s – розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;
- b – ширина прямокутного перерізу;
- h – висота прямокутного, таврового і двотаврового перерізів;
- x – висота стислої зони бетону;
- ξ – відносна висота стислої зони бетону, що дорівнює $\frac{x}{h_0} \times 0$;
- e_0 – ексцентриситет повздовжньої сили N відносно центру тяжіння приведенного перерізу
- l_0 – розрахункова довжина елемента, що піддається дії стискаючої повздовжньої сили;
- i – радіус інерції поперечного елемента відносно центру ваги перерізу;
- A_s, A_s' – площі перерізу розтягнутої і стиснутої арматури;
- m – коефіцієнт армування;
- A – площа всього бетону в поперечному перерізі;
- A_{red} – площа приведенного перерізу елемента;
- I – момент інерції перерізу бетону відносно центру ваги перерізу елемента;
- I_{red} – момент інерції приведенного перерізу елемента відносно його центру ваги;
- I_s – момент інерції площі перерізу арматури відносно його центру ваги перерізу елемента;
- W_{red} – момент опору приведенного перерізу елемента для крайнього розтягнутого волокна.

▪ ВСТУП

Будівництво займає одне з визначних місць у матеріально-технічному комплексі більшості країн світу. Не виключенням є й Україна, де будівництво останні роки розвивається сталими темами. В Україні для прискорення розвитку економіки, покращення інфраструктури країни, якості доріг ефективно працює державна програма «Велике будівництво». Як відомо, через проектування пролягає шлях до осучаснення будівництва.

Поліпшення якості проектування нового будівництва, реконструкції існуючих будівель і споруд передбачає комп'ютеризацію розрахунків. Зараз вже важко представити (уявити) проектування складних відповідальних об'єктів будівництва без використання комп'ютерних програм розрахунків.

Використання відомих розрахункових програм передбачає придбання прав на їх використання. Інколи вартість права на використання таких програм може перевищувати вартість проектних робіт. Це стримує впровадження програм у законний спосіб і створює складнощі при проектуванні.

Автори посібника пропонують широкому загалу найбільш вживані у практиці проектування розрахункові програми у відкритому доступі, які можуть використовуватися при проектуванні та на які можна посилатися у проектній документації без труднощів, пов'язаних з набуттям офіційних прав на їх використання. Це розрахунки на основі методу скінченних елементів, рамних конструкцій, ферм, колон, тощо. Окремі програми дозволяють розрахувати залізобетонні й металеві конструкції, оптимізувати їх геометричні параметри та інше.

Посібник включає програмні розрахунки як за діючими нормами, що допускають використання і попередніх нормативних положень, так і за попередніми нормами. Програми розроблені в поширеному і широко доступному середовищі MathCAD. Багаторічне використання програм в будівельній сфері довело точність і зручність розрахунків. Особливістю наведених програм у посібнику є відкритість, деталізація опису програм та лаконічні коментарі. Відкритість дозволяє кожному не тільки перевірити, а й доповнити і розвинути викладені у посібнику розрахункові програми.

У навчальному посібнику стисло викладено теорію і наведено методику розрахунків будівельних конструкцій, детально представлено описання спеціальних програм, реалізованих у програмному середовищі MathCAD. Наведено конкретні приклади розв'язання задач проектування поширених залізобетонних та сталевих конструкцій.

Програми розрахунку будівельних конструкцій викладені у посібнику будуть корисні для проектувальників, експертів будівельних, інженерів-консультантів, викладачів, здобувачів вищої освіти, аспірантів та наукових співробітників при вирішенні проблем будівництва.

▪ 1. ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО СЕРЕДОВИЩА MATHCAD ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ЗГІДНО З ВИМОГАМИ СУЧАСНОЇ НОРМАТИВНОЇ БАЗИ

При використанні у розрахунку дійсної діаграми стиску бетону [1-2] трудомісткість проектування залізобетонних балок може виявитись достатньо великою. Необхідність використання ітераційних методів робить практично неможливим «ручний» підбір арматури балки. Використання запропонованої комп'ютерної програми дозволяє значно скоротити час проектування та обрати найбільш економічний поперечний переріз балки та арматури.

1.1. Призначення програми

За допомогою запропонованої програми, що складена у комп'ютерному середовищі MathCAD, можна виконати розрахунок залізобетонної балки прямокутного поперечного перерізу зі звичайною попередньо ненапруженою арматурою у відповідності з новою нормативною базою [1-2]. Програма дозволяє виконати підбір поздовжньої розтягнутої арматури балки та перевірити її жорсткість з урахуванням дійсної пружно-пластичної роботи бетону і арматури.

1.2. Принципи, покладені в основу розрахунку

Розглядається однопрогонова шарнірно оберта залізобетонна балка прямокутного поперечного перерізу, яка завантажена рівномірно розподіленим лінійним навантаженням q і має поздовжню арматуру в нижній розтягнутій зоні тільки в одному рівні. Оскільки у такій конструкції відсутня поздовжня сила N , її слід розраховувати

виходячи із другої форми рівноваги на підставі розв'язання рівнянь проєкцій (4.3) і моментів (4.4) [1].

Згідно з п. 4.2.8 [1] несучу здатність нормального перерізу балки треба прийняти рівною найбільшому значенню на діаграмі «момент – кривизна». Можна у якості незалежного змінного аргументу прийняти деформацію бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ і будувати графік залежності згинального моменту, що сприймається перерізом, від цієї величини. Такий підхід дозволить розв'язати задачу підбору поздовжньої арматури та розрахувати балку за прогинами.

Припускаючи значення $\epsilon_{c(2)}$ заданим, з рівняння проєкцій (4.3) [1] можна виразити осереднену деформацію розтягнутої фібри бетону $\epsilon_{c(2)}$ або кривизну вигнутої осі в перерізі

$$\chi = \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_{c(1)} - \epsilon_{c(2)}}{h}. \quad (1.1)$$

При цьому у відповідності до п. 3.2.1.11 [1] можливі два випадки розрахунку для попередньо ненапруженої звичайної арматури:

поздовжня арматура працює пружно і її відносна деформація розраховується за формулою (4.6) [1];

поздовжня арматура знаходиться у стані текучості і напруження в ній σ_s дорівнює розрахунковому значенню міцності на границі текучості f_{yd} . Позначка «-» поставлена згідно з прийнятим у нормах [1] правилом знаків, оскільки ця арматура знаходиться у нижній розтягнутій зоні.

У першому випадку розрахунку при заданому відомому значенні $\epsilon_{c(1)}$, щоб виразити з рівняння проєкцій (4.3) кривизну χ достатньо розв'язати лише алгебраїчне рівняння другого ступеню, що виконується достатньо легко. З урахуванням залежностей, наведених у п. 4.2 [1] отримаємо:

$$\chi = \frac{A_s E_s \epsilon_{c(1)} - N}{2 A_s E_s z_s} + \frac{\sqrt{(A_s E_s \epsilon_{c(1)} - N)^2 + 4 A_s E_s z_s b f_{cd} \epsilon_{c1} \Sigma}}{2 A_s E_s z_s}, \quad (1.2)$$

де

$$\Sigma = \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \gamma^{k+1}.$$

Від'ємний корінь рівняння не відповідає умовам задачі і тому не розглядається.

У другому випадку, коли $\sigma_s = -f_{yd}$ вираз для кривизни з рівняння (4.3) [1] має вигляд

$$\chi = \frac{bf_{cd}\varepsilon_{c1}\Sigma}{f_{yd}A_s + N} \quad (1.3)$$

В обох випадках при знайденій кривизні за допомогою формул п. 4.2 [1] треба знайти:

$$1) \text{ висоту стиснутої зони } \quad x_1 = \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\chi}; \quad (1.4)$$

$$2) \text{ відносну кривизну } \quad \bar{\chi} = \frac{\chi}{\varepsilon_{c1}}. \quad (1.5)$$

Для першого випадку обчислюються також:

$$1) \text{ відносна деформація арматури } \quad \varepsilon_s = \chi(x_1 - z_s); \quad (1.6)$$

де z_s – відстань від розтягнутої нижньої арматури до найбільш стиснутої грані перерізу;

2) напруження в арматурі за формулою (3.17) [1]

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s. \quad (1.7)$$

Знайдені значення при кожному випадку підставляються у формулу моментів (4.4) [1], і при заданому $\varepsilon_{c(t)}$ розраховується відповідний згинальний момент, що сприймається перерізом:

– для першого випадку розрахунку, коли арматура працює пружно

$$M_{Rd} = \frac{bf_{cd}}{-2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \gamma^{k+2} + \sigma_s A_s (x_1 - z_s); \quad (1.8)$$

– для другого випадку розрахунку, коли арматура перебуває у стадії текучості

$$M_{Rd} = \frac{bf_{cd}}{-2} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \gamma^{k+2} - f_{yd} A_s (x_1 - z_s); \quad (1.9)$$

де
$$\gamma = \frac{\varepsilon_{c(1)}}{\varepsilon_{c1}}. \quad (1.10)$$

При поступовому збільшенні навантаження на балку відбувається взаємний поворот нескінченно близьких нормальних перерізів, деформація бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ і арматури ϵ_s зростає і в певний момент відбувається перехід арматури з пружної у пластичну стадію. При цьому деформація в ній досягає значення ϵ_{s0} (див. рис. 3.1 [1]). Відповідну деформацію бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ у цей момент позначимо $\epsilon_{c(10)}$, а осереднені деформації розтягнутої фібри – $\epsilon_{c(20)}$. Щоб їх знайти, потрібно розв'язати наступну систему рівнянь:

$$\frac{bf_{cd}}{\chi} \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+1} \gamma^{k+1} - f_{yd} A_s - N = 0; \quad (1.11)$$

$$-f_{yd} = E_s \chi (\chi_1 - z_s). \quad (1.12)$$

Вираз (1.11) являє собою рівняння проєкцій (4.3) [1] для моменту текучості арматури, а вираз (1.12) впливає з того, що в момент переходу арматури у стан текучості, напруження в ній досягає значення $-f_{yd}$.

Змінна y залежить від $\epsilon_{c(1)}$.

Змінні χ , $\bar{\chi}$, χ_1 залежать від $\epsilon_{c(1)}$ та $\epsilon_{c(2)}$.

Отже, ця система двох рівнянь має дві невідомі: $\epsilon_{c(1)}$ та $\epsilon_{c(2)}$. Розв'язавши її, можна знайти $\epsilon_{c(10)}$ і $\epsilon_{c(20)}$.

Коли деформація бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ ще не досягла $\epsilon_{c(10)}$, згинальний момент, що сприймається перерізом, повинен розраховуватись відповідно до першого випадку розрахунку за формулою (1.8).

Коли деформація бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ перевищить $\epsilon_{c(10)}$, згинальний момент, що сприймається перерізом, повинен розраховуватись відповідно до другого випадку розрахунку за формулою (1.9).

За допомогою комп'ютерного середовища MathCAD на підставі викладеного можна побудувати графік функцій згинального моменту, що сприймається перерізом M_{Rd} у залежності від деформації бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$, яка повинна змінюватись від нуля до значення відносних граничних деформацій стиску ϵ_{cul} на низхідній вітці діаграми $\sigma_c - \epsilon_c$ (див. рис. 3.1 [2]). Ця задача була вирішена при наступних контрольних вихідних даних:

- клас міцності бетону C16/20; $f_{cd} = 11,5$ МПа; $\epsilon_{cul} = 3,59 \cdot 10^{-3}$;
- клас арматури A400C; $f_{yd} = 365$ МПа; $E_s = 210000$ МПа;
- розміри поперечного перерізу балки $h = 0,4$ м; $b = 0,2$ м; $z_s = 0,37$ м;

- площа поперечного перерізу арматури $A_s = 6 \text{ см}^2$;
- лінійне рівномірно-розподілене навантаження на шарнірно-обперту балку $q = 15 \text{ кН/м}$;
- проліт балки $L = 6 \text{ м}$;
- зовнішній згинальний момент посередині прольоту балки від навантаження $M_{Ed} = (15 \cdot 6^2)/8 = 67,5 \text{ кН} \cdot \text{м} = 0,0675 \text{ МН} \cdot \text{м}$.

Графік функцій згинального моменту, що сприймається перерізом M_{Rd} (МН·м) наведений на рис.1.1.

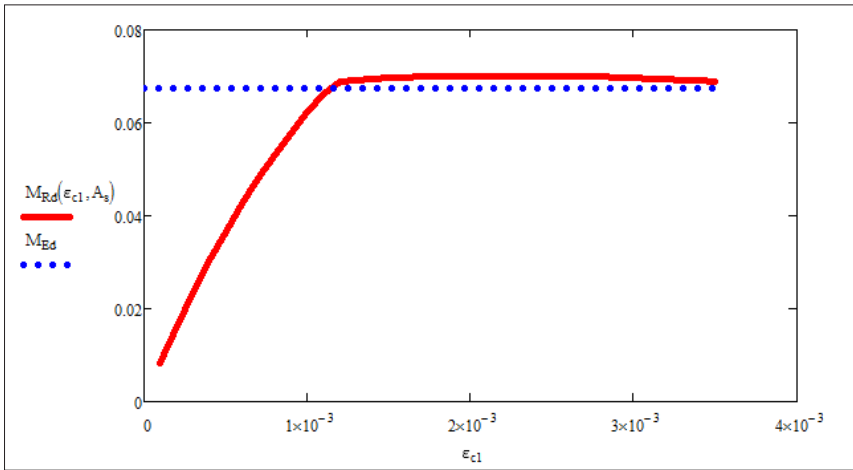


Рис. 1.1. Графік функцій згинального моменту, що сприймається перерізом M_{Rd}

З графіку видно, що несуча здатність нормального перерізу балки, яка дорівнює максимуму функції $M_{Rd} = 0,07 \text{ МН} \cdot \text{м}$ (згідно з п. 4.2.8 [1]) перевищує згинальний момент від навантаження $M_{Ed} = 0,0675 \text{ МН} \cdot \text{м}$. Це означає, що несуча здатність даної балки забезпечена. Щоб впевнитись у правильності отриманих даних, була розрахована несуча здатність балки за старими нормами. Вона приблизно співпала зі значенням $M_{Rd} = 0,07 \text{ МН} \cdot \text{м}$.

При наведених вище контрольних вихідних даних, графік залежності σ_s від $\epsilon_{c(1)}$ у вказаних межах аргументу зображений на рис. 1.2.

З графіку видно, що при $\epsilon_{c(1)} = \epsilon_{c(10)} = 1,16 \cdot 10^{-3}$ напруження в арматурі σ_s досягають f_{yd} за абсолютною величиною. При подальшому збільшенні навантаження на балку, ця арматура працює у пластичній стадії.

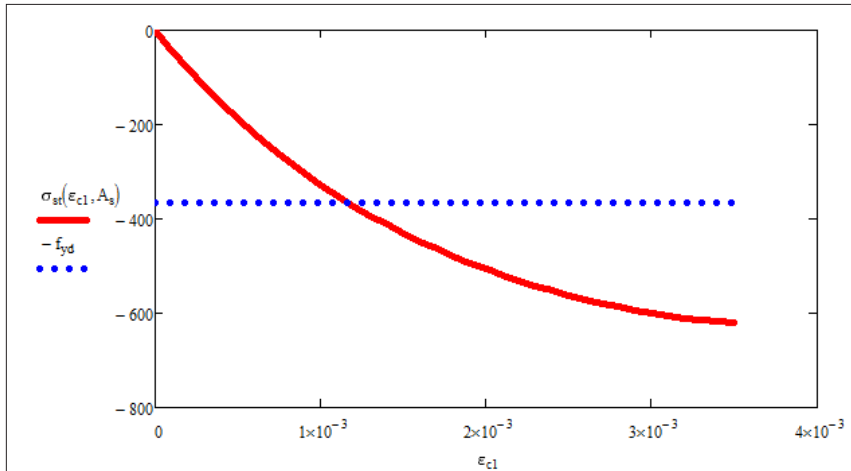


Рис. 1.2. Графік залежності σ_s від $\epsilon_{c(1)}$ при контрольних вихідних даних

При вирішенні задачі може оказатись, що для будь-якого значення деформації бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ у межах від нуля до ϵ_{cul} , напруження в арматурі σ_s не перевищує розрахункове значення міцності на границі текучості f_{yd} за абсолютною величиною. Це означає, що має місце надлишковий вміст поздовжньої розтягнутої арматури (переармування).

Якщо площу поперечного перерізу арматури прийняти, наприклад, $A_s = 15 \text{ см}^2 > 6 \text{ см}^2$, то графік залежності σ_s від $\epsilon_{c(1)}$ буде мати вигляд, наведений на рис. 1.3.

З останнього графіку видно, що при будь-якому значенні $\epsilon_{c(1)}$ напруження в арматурі σ_s не перевищують f_{yd} за абсолютною величиною. Це означає, що при збільшенні навантаження на балку до моменту її руйнування, σ_s не досягає межі текучості сталі. Отже, руйнування відбувається по стиснутій зоні бетону при неповному використанні міцності арматури і має місце переармування. У такому випадку система рівнянь (1.11) і (1.12) при значеннях деформації бетону стиснутої фібри $\epsilon_{c(1)}$ у межах від нуля до ϵ_{cul} рішення не має. Це означає, що треба зменшувати площу поперечного перерізу арматури A_s .

За допомогою наведених графіків можна вирішувати задачу підбору поздовжньої розтягнутої арматури у комп'ютерному середовищі MathCAD. Для певних вихідних даних виконується побудова графіків, і у ручному режимі підбирається A_s таким чином, щоб на

графіку, наведеному на рис. 1.1 максимальна ордината функції згинального моменту, що сприймається перерізом M_{Rd} перевищувала згинальний момент посередині прольоту балки M_{Ed} від зовнішнього навантаження.

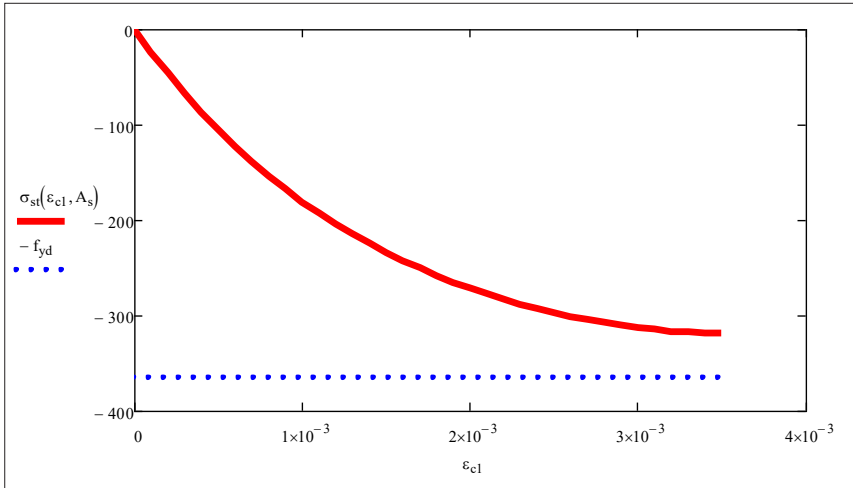


Рис. 1.3. Графік залежності σ_s від $\epsilon_{c(1)}$ при $A_s = 15\text{см}^2$

У випадку переармування графік функції згинального моменту, що сприймається перерізом M_{Rd} треба будувати згідно з формулою (1.8) для першого випадку, оскільки арматура текучості не досягає.

Згідно з п. 5.4.3.1 [1] прогин балки слід знаходити за інтегралом Мора. При використанні приблизного підходу для визначення цього прогину, половину прольоту балки з одного боку від осі симетрії можна розбити на певну достатньо велику кількість однакових ділянок, довжиною

$$\Delta = \frac{0,5L}{K}, \tag{1.13}$$

де K – кількість ділянок.

Чим більше ця кількість, тим розрахунок буде більш точним.

Для кожної i -тої ділянки розраховується значення, що відповідає підінтегральному виразу інтеграла Мора (див. формулу (5.18) [1]):

$$M_i \left(\frac{1}{r} \right)_i \Delta, \quad (1.14)$$

де M_i – згинальний момент посередині i -тої ділянки при дії одиничної вертикальної зосередженої сили посередині прольоту у напрямку шуканого переміщення;

$$M_i = Z_i / 2, \quad (1.15)$$

$Z_i = \frac{\Delta}{2} + (i-1)\Delta$ – відстань від лівої опори балки до середини

i -тої ділянки;

$\left(\frac{1}{r} \right)_i$ кривизна посередині i -тої ділянки від заданого навантаження.

Для знаходження цієї кривизни треба послідовно:

1) розрахувати згинальний момент посередині i -тої ділянки від заданого навантаження

$$M_{Edi} = \frac{qZ_i}{2}(L - Z_i); \quad (1.16)$$

2) розв'язати систему рівнянь проєкцій (4.3) і моментів (4.4) [1] при $M = M_{Edi}$ відносно невідомих $\varepsilon_{c(1)}$ і $\varepsilon_{c(2)}$;

3) розрахувати значення $\chi = (1/r)_i$ за формулою (1.1).

При цьому, якщо $\varepsilon_{c(1)} \leq \varepsilon_{c(10)}$ в рівняннях проєкцій (4.3) і моментів (4.4) [1] треба використовувати

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s,$$

де $\varepsilon_s = \chi(x_1 - z_s)$.

Якщо $\varepsilon_{c(1)} > \varepsilon_{c(10)}$ в ці рівняння треба підставити $\sigma_s = -f_{yd}$.

При використанні комп'ютерного середовища MathCAD, сумування елементів для всіх ділянок балки, що розраховуються за формулою (1.14), доцільно виконувати у циклі. Перед програмою циклу треба розмістити підпрограму рішення вказаної вище системи рівнянь проєкцій (4.3) і моментів (4.4) [1] за допомогою операторів Given – Find. Прогин балки дорівнює подвійній сумі вказаних елементів, оскільки вона обчислюється тільки для половини прольоту балки з одного боку від осі симетрії.