

---

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

---

УДК 519.86:[334.72:63]

DOI <https://doi.org/10.32851/2708-0366/2020.4.23>

**Каеун Г.М.**

*старший викладач кафедри менеджменту та інформаційних технологій,  
Херсонський державний аграрно-економічний університет*

**Лобода О.М.**

*кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри менеджменту та інформаційних технологій,  
Херсонський державний аграрно-економічний університет*

**Kavun Halyna, Loboda Olena**

*Kherson State Agrarian and Economic University, Ukraine*

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНИХ ПЛАНІВ РОЗВИТКУ ЗЕМЛЕРОБСТВА

## ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATION OF THE OPTIMAL PLAN FOR AGRICULTURE DEVELOPMENT

---

*Досліджено методи та алгоритми розв'язування задач упровадження економіко-математичного моделювання для розрахунку оптимальних планів розвитку землеробства з метою підвищення ефективності роботи аграрних підприємств в умовах розвитку ринкових відносин. Охарактеризовано загальні підходи до розміщення і структури посівів по зонах, областях, районах, аграрних підприємств та наведено критерії його оптимальності в сучасних умовах господарювання. Показано необхідність удосконалення методів оптимізації планів розвитку землеробства аграрними підприємствами, пов'язаних із побудовою моделі, кінцевим результатом якої буде можливість керівництву співставляти їх економічну ефективність та приймати оптимальні рішення. Розроблено економіко-математичні моделі для розрахунку оптимальних планів розвитку землеробства.*

**Ключові слова:** *модель, система управління, оптимізаційні моделі, ефективність, оптимальний план.*

*Исследованы методы и алгоритмы решения задач внедрения экономико-математического моделирования для расчета оптимальных планов развития земледелия с целью повышения эффективности работы аграрных предприятий в условиях развития рыночных отношений. Охарактеризованы общие подходы к распределению структуры посевов по зонам, областям, районам аграрных предприятий и приведены критерии его совершенствования методов оптимизации планов развития земледелия аграрными предприятиями, которые связаны с построением модели, конечным результатом которой будет возможность руководителю сопоставлять их экономическую эффективность и принимать оптимальные решения. Разработаны экономико-математические модели для расчета оптимальных планов развития земледелия.*

**Ключевые слова:** *модель, система управления, оптимизационные модели, эффективность, оптимальный план.*

---

*Various methods and algorithms for solving problems of introducing economic and mathematical modeling into the process of calculating optimal plans for the development of agriculture in order to increase the efficiency of agricultural enterprises have been investigated. General approaches to drawing up optimal plans for the development of agriculture in regions, districts, agricultural enterprises are characterized and main criteria for their optimality in modern economic conditions are given. The necessity of improving the methods of functioning of agricultural enterprises and methods of optimizing the development of agriculture by agricultural enterprises is shown, the end result of which will be the comparison of the resource capabilities of the production enterprise by the management of this enterprise, namely material and financial capabilities, with the needs of the enterprise, evaluate them from the point of view of business development and carry out the development recommendations for making decisions on the optimal development of agriculture. The retrospective of the development of modeling in agriculture in the context of the development of market relations is investigated. General approaches to optimizing the development of agriculture of high-value agricultural enterprises are characterized and criteria of optimality in modern economic conditions are given. It has been established that it is necessary to use modern mathematical methods for planning and forecasting processes in the agricultural sector; namely, the optimal development of agriculture in regions and districts, as well as growing requirements for product quality and an increase in gross income, require deepening research and the introduction of appropriate economic and mathematical models. A comprehensive combination of methods for optimizing the production program of production was carried out on the basis of an assessment of modern economic requirements, with the determination of optimal technological solutions for growing crops. Comparisons of various models for optimizing the development of agriculture are used.*

**Key words:** model, control system, optimization models, economic efficiency, optimal plan.

**Постановка проблеми.** Поряд із загальною задачею оптимізації виробничої програми виробництва існує необхідність виконання часткових розрахунків, які визначають найбільш раціональні варіанти розвитку окремих або найкращі способи використання окремих видів виробничих ресурсів. Часткові внутрішньовиробничі економіко-математичні задачі повинні доповнювати загальну систему моделей господарства, виявити додаткові можливості і резерви його розвитку. Вирішення проблем агропромислового виробництва з використанням математичних методів суттєво підвищує ефективність існування аграрних підприємств, дає їм змогу прогнозувати результати виробництва та одержувати максимально можливу рентабельність продукції в умовах кризи, підвищених ризиків та загострення конкуренції та обґрунтовувати стратегічні плани власного розвитку. Дедалі очевиднішою стає необхідність ширшого застосування надійних методів моделювання економічних процесів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Ефективному застосуванню здобутків математичного програмування в сучасних економічних дослідженнях протягом останнього часу приділяється підвищена увага вітчизняних науковців. Проте питання впровадження методів економіко-математичного моделювання в процес розрахунку оптимальних планів розвитку землеробства з метою підвищення економічної ефективності завжди є актуальним. В умовах постійних змін ринкових відносин, кліматичних умов аналітика та створення нових методів економіко-математичного моделювання стають очевидними. Суттєвий внесок у такі дослідження був здійснений В. Леонтєвим, Т. Кумпансом, К. Ерроу та ін. Подальші дослідження, розроблення та впровадження моделей для оптимального розвитку землеробства для невеликих фермерських господарств є сучасними актуальними завданнями.

**Формулювання цілей статті.** Сучасне використання сільськогосподарських угідь не повною мірою відповідає вимогам раціонального природокористування: збереження та відтворення родючості ґрунтів, призупинення ерозійних процесів, поліпшення ландшафтів. Значно скоротилося застосування органічних і мінеральних добрив, практично припинено роботи із захисту земель від ерозії та впровадження екологозберігаючих

технологій. У цій сфері суспільно-виробничих відносин найбільш важливим є забезпечення єдності техніки, біології, економіки й екології.

**Виклад основного матеріалу.** Одними з найбільш розповсюджених методів планування діяльності аграрних підприємств є методи економіко-математичного моделювання. Удосконалення економіко-математичної моделі – по суті, нескінченний процес. Зміни в аграрній політиці, зовнішній економіці, конкурентному середовищі, впровадження інформаційних технологій, необхідність урахування соціальних та багатьох інших чинників – усе це постійно коригує побудову моделі та зумовлює сільськогосподарське виробництво як складну стохастичну систему [1].

За допомогою методів економіко-математичного моделювання можна розв'язати такі задачі, як: вибір найкращої структури посівних площ, вибір оптимальних розмірів господарств різних форм власності, раціональне розміщення капіталовкладень, визначення оптимального набору машин у господарстві, підбір найкращого складу добрив та ін.

Одним із різновидів математичних моделей є модель оптимізації розвитку землеробства, яку можна розглядати в таких постановках.

Оптимізація розміщення та структури посівів. Для кожного господарства дуже важливо з року в рік підвищувати продуктивність сільськогосподарських угідь, збільшувати виробництво у розрахунку на гектар землі. Вихід продукції залежить від багатьох чинників. Необхідно визначити не лише правильну структуру посівних площ, правильну систему сівозміну, а й найбільш правильно розміщувати посіви окремих культур по окремих ділянках землі залежно від низки особливостей полів і окремих культур на основі транспортної моделі. Позначимо через  $r$  кількість ділянок землі,  $l$  – число культур,  $s_k$  – площу  $k$ -ої ділянки,  $s_j$  – площу, відведену під  $j$ -у культуру,  $c_{jk}$  – вартість  $j$ -ї продукції (або прибуток) із гектара  $k$ -ої ділянки,  $x_{jk}$  – площу посівів  $j$ -ої культури на  $k$ -ій ділянці [2].

Потрібно знайти максимум функції  $C = \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^l c_{jk} x_{jk}$  за даних обмежень:

$$1) \sum_{k=1}^l x_{jk} = s_j, j = 1, 2, \dots, l; \quad (1)$$

$$2) \sum_{j=1}^r x_{jk} = s_k, k = 1, 2, \dots, r; \quad (2)$$

$$3) \sum_{k=1}^l s_k = \sum_{j=1}^r s_j, j = 1, 2, \dots, r; \quad (3)$$

$$4) x_{jk} \geq 0. \quad (4)$$

Під час побудови моделі оптимізації системи сівозміни в господарстві враховують насамперед вимоги до сівозмін, їхню роль в агротехніці та економіці підприємства. Із погляду агротехніки сівозміни слугують для збереження та підвищення родючості ґрунту. Разом із тим сівозміни являють собою конкретну форму розміщення посівів сільськогосподарських культур на полях. У них закладена основа структури посівних площ в господарстві та його виробничих одиницях. Нарешті, сівозміни – це важлива форма та база організації й проведення польових робіт. За своїм призначенням розрізняють такі сівозміни: польові, овочеві, кормові, спеціальні. За довжиною ротації вони бувають із різною кількістю ділянок – від 3 до 12 [2].

У практиці землеробства використовуються багаточисельні варіанти різних сівозмін. Необхідно знайти найкращий із них для даних умов. Для цього введемо додаткові позначення:

$n$  – кількість сівозмін різних видів, уведення яких можливо в даних умовах;

$x_j$  – площа  $j$ -ої сівозміни в гектарах;

$c_j$  – середня (за декілька років) вартість продукції (або прибуток) з гектара, отримана в  $j$ -ій сівозміні;

$a_{ij}$  – частка посівів  $i$ -ої культури на  $j$ -ій сівозміні;  
 $s_i$  – загальна задана площа посіву  $i$ -ої культури;  
 $s$  – площа всієї пашні в господарстві.

Необхідно знайти максимум цільової функції  $C = \sum_{j=1}^n c_j x_j$  за умов:

$$1) \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = s_i, (i = 1, 2, \dots, l); \quad (5)$$

$$2) \sum_{j=1}^n x_j \leq s; \quad (6)$$

$$3) x_j \geq 0. \quad (7)$$

Дану задачу можна також поставити для кожного із видів ґрунтів окремо. Визначення найкращої сівозміни для даних умов можна включити в загальну задачу виробничої програми підприємства.

Розглянемо часткову задачу більш складного характеру, за допомогою якої можна визначити оптимальну структуру посівних площ із метою найкращого забезпечення тваринництва кормами. Вона актуальна, головним чином, для господарств тваринницького напрямку. Для них важливо розрахувати таку структуру посівних площ культур, які висіваються на корма, яка б дала змогу якнайкраще використовувати земельні угіддя, техніку, працю зайнятих у землеробстві й забезпечила б основу складання оптимальних раціонів годівлі скота [4].

Отже, треба знайти максимум функції  $C = \sum_{j=1}^l c_j x_j$  за умов:

1) система обмежень, яка характеризує використання ресурсів усіх видів, крім кормів:

$$\sum_{j=1}^l a_{ij} x_j \leq b_j; (i = 1; 2; \dots; m); \quad (8)$$

2) система обмежень по виробництву кормів та їх використання:

$$\sum_{j=l+1}^l \overline{a}_{ihj} x_j + \sum_{j=l+1}^l x_{ihj} - \sum_{j=1}^l v_{ihj} x_j \leq b_{ij}, (i = m_1 + 1; m_1 + 2; \dots; m_2; h = 1; 2; \dots; H); \quad (9)$$

3) обмеження зверху на додаткові (зверх мінімуму) витрати кормових речовин  $i$ -го виду по  $h$ -ій групі корму на  $j$ -галузь тваринництва:

$$x_{ihj} - a'_{ihj} \leq 0; \quad (10)$$

4) обмеження, які забезпечують доведення норми витрат кормових речовин до повної норми:

$$\sum_{h=1}^H x_{ihj} - (\overline{a}_{ij} - \sum_{h=1}^H a'_{ihj}) x_j = 0; \quad (11)$$

5) обмеження невід'ємності змінних:

$$x_j \geq 0; x_{ihj} \geq 0. \quad (12)$$

Приймемо такі позначення:

$a_{ij}$  – норма затрат  $i$ -го ресурсу (крім кормів) на виробництво одиниці  $j$ -ої продукції;  
 $b_i$  – наявність ресурсів  $i$ -го виду (крім кормів);  
 $b_{ih}$  – наявність кормових речовини (елементів харчування)  $i$ -го виду по  $h$ -ій групі кормів;

$\overline{a}_{ijh}$  – повна норма розходу  $i$ -го елемента харчування по  $h$ -ій групі на виробництво одиниці  $j$ -ої тваринницької продукції;

$a'_{ihj}$  – мінімальна норма розходу  $i$ -го елемента харчування по  $h$ -ій групі кормів на виробництво одиниці  $j$ -ої тваринницької продукції;

$a''_{ihj}$  – максимально допустима норма розходу  $i$ -го елемента харчування по  $h$ -ій групі кормів на  $j$ -ої тваринницької продукції;

$v_{ijh}$  – вміст  $i$ -го елемента харчування по  $h$ -ій групі кормів;  
 $x_j \geq 0$  – обсяг виробництва  $j$ -ої продукції;  
 $x_{ihj}$  – додаткова кількість  $i$ -го елемента харчування по  $h$ -ій групі кормів, яка використовується для виробництва  $j$ -ої продукції тваринництва;  
 $c_j$  – ціна одиниці  $j$ -ої продукції;  
 $l$  – всього галузей у господарстві;  
 $l'$  – кількість галузей землеробства;  
 $l - l'$  – кількість галузей тваринництва.

Дана модель може бути модифікована залежно від економічних та інших умов господарства і від поставленої мети розрахунку. Так, у господарстві тваринницького напрямку, де основне завдання землеробства – виробництво кормів, матимуть перевагу, головним чином, культури, які вирощують на кормові. Розв'язок такої задачі дасть змогу визначити не лише оптимальний обсяг, структуру продукції тваринництва і раціони годівлі скоту, а й оптимальну структуру посівних площ кормових культур у запланованому періоді [5].

Задача з оптимізації виробництва кормів та їх використання може бути поставлена як у цілому по господарству, так як і в окремих галузях тваринництва або ферм.

Розглянемо наступну економіко-математичну модель для розрахунку оптимальних планів розвитку землеробства – модель оптимізації використання мінеральних добрив у господарстві за даної структури посівних площ. Сучасне функціонування підприємств аграрного сектору економіки дає право стверджувати, що оптимальний розподіл добрив є одним із ключових чинників досягнення максимального валового прибутку врожаю сільськогосподарських культур.

Розглянемо найбільш просту модель з оптимізації використання мінеральних добрив, якщо в господарстві деяка кількість видів добрив. Необхідно знайти оптимальний варіант їх використання. Уведемо такі позначення:

$a_{ij}$  – норма внесення діючої речовини  $i$ -го виду для отримання одиниці прибутку урожаю  $j$ -ої культури;

$b_s$  – кількість добрив  $s$ -го виду (в натурі), які є в господарстві,  $s = 1, 2, 3, S$ ;

$c_j$  – ціна одиниці  $j$ -ої продукції;

$q_{is}$  – вміст  $i$ -ої діючої речовини в одиниці  $s$ -го добрива;

$Q_j$  – максимально можливий обсяг прибутку  $j$ -ої продукції за рахунок внесення мінеральних добрив за даної площі посіву  $j$ -ої культури.

Користуючись цими позначеннями, сформулюємо задачу.

Знайти максимум цільової функції  $C = \sum_{j=1}^l c_j x_j$ , за умов:

$$1) \sum_{j=1}^{l'} a_{ij} x_j \leq \sum_{s=1}^S q_{is} b_s \quad (i = 1, 2, \dots, m); \quad (13)$$

$$2) 0 \leq x_j \leq Q_j. \quad (14)$$

По даній задачі необхідно зробити такі зауваження. Тут максимізується прибуток урожаю, отриманий за рахунок внесення мінеральних добрив. Допускається, що залежність підвищення врожайності від внесення добрив є прямою, хоча в дійсності вона нелінійна. Ця нелінійність врахована в другій умові у вигляді  $0 \leq x_j \leq Q_j$ , де  $Q_j$  – деяка границя підвищення врожайності  $j$ -ої культури за рахунок внесення добрив за даного рівня агротехніки [6].

Однією з основних переваг застосування даної моделі є можливість дослідити рівень впливу зміни окремих обмежень задачі на формування кінцевого результату, що дає змогу збільшити кількість альтернатив добрив без застосування повторного повного розв'язку задачі та пошуку тих видів добрив, які мають найбільший вплив на кінцевий результат.

Якщо під час розроблення математичного апарату даної моделі будемо виходити з припущення про нормальний закон розподілу добрив, врожайності, продуктивності,

витрат та інших показників сільськогосподарського виробництва, то за допомогою спеціальних перетворень, введення нових змінних отримано детерміновані аналоги ймовірнісних обмежень (з імовірністю не менше, ніж заздалегідь задана).

$$\sum a_{kir} x_{ir} + t \sqrt{\sum \sigma_{a_{ir}}^2 x_{ir}^2 + \sigma_{b_i}^2} \leq b_i, \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} v_{jk} x_{jr} - t \sqrt{\sum \sigma_{v_{jk}}^2 x_{jr}^2 + \sigma_{D_r}^2} \geq D_r, \quad (16)$$

де  $t \sqrt{\sum \sigma_{a_{ij}}^2 x_{ir}^2 + \sigma_{b_i}^2}$  – додаткова кількість інших видів добрив з урахуванням заданої врожайності, (17)

$t \sqrt{\sum \sigma_{D_r}^2 x_{jr}^2 + \sigma_{D_r}^2}$  – недоотримання продукції з урахуванням визначеного рівня розподілу добрив ( $t$  – плановий період) [7].

**Висновки.** В умовах реальної конкуренції економіко-математичне моделювання є дієвим інструментом для вироблення практичних рекомендацій оптимізації розвитку землеробства. Використання поданих моделей дає змогу керівникам фермерських господарств вибрати модель (або моделі), щоб ефективніше використовувати виробничі ресурси, що досить важливо в умовах ринкової економіки. За сучасного розвитку інформаційних технологій та вищої освіти керівників фермерських господарств сукупність поданих моделей дає можливість самостійно обчислювати оптимальний розвиток господарства. Слід урахувати під час побудови економіко-математичних моделей: залежність виробництва від природно-кліматичних умов, наявність біологічних обмежень, рівень попиту на сільськогосподарську продукцію, тісний зв'язок економічних та соціальних аспектів сільськогосподарського виробництва, сезонність виробництва.

#### Список використаних джерел:

1. Оптимізаційні методи і моделі / О.Г. Савченко та ін. Херсон : Айлайт, 2014. 430 с.
2. Івашук О.Т. Економіко-математичне моделювання. Тернопіль : ТНЕУ, 2008. 704 с.
3. Лобода О.М. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством. *Наука й економіка*. 2015. № 3. С. 130–134.
4. Гатаулін А.М. Економіко-математичні методи в плануванні сільськогосподарського виробництва. Київ : Вища школа, 2000. 260 с.
5. Вітлінський В.В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком. Київ : КНЕУ, 2000. 292 с.
6. Лобода О.М., Димов В.С. Моделі та методи інформаційних технологій управління аграрного сектору економіки за допомогою достатніх умов оптимальності. *Проблеми інформаційних технологій*. 2018. Вип. 01(023). С. 104–110.
7. Influence of Mineral Nutrition and Combined Growth Regulating Chemical on Nutrient Status of Sunflower / E.O. Domaratskiy et al. *Indian Journal of Ecology*. 2018. Vol. 45. Issue 1. P. 126–129.

#### References:

1. Savchenko O.H., Kavun H.M., Valko N.V., Kuzmich L.V. (2014) *Optymizatsiyni metody i modeli* [Optimization Methods and Models]. Kherson: Ailight LLC. (in Ukrainian)
2. Ivashchuk O.T. (2008) *Ekonomiko-matematychnye modelyuvannya* [Economic and Mathematical Modeling]. Ternopil: TNEU. (in Ukrainian)
3. Loboda O.M. (2015) Aktual'ni problemy identyfikatsiyi ta modelyuvannya struktury upravlinnya pidpryyemstvom [Actual Problems of Identification and Modeling of Enterprise Management Manufacturing]. *Science and Economics*, no. 3, pp. 130-134.
4. Hataulin A.M. (2000) *Ekonomiko-matematychni metody v planuvanni sil's'kohospodars'koho vyrobnytstva* [Economic and Mathematical Methods in Agricultural Production Planning]. Kyiv: Higher School. (in Ukrainian)
5. Vitlinsky V.V. (2000) *Analiz, modelyuvannya ta upravlinnya ekonomichnym ryzykom* [Analysis, modeling and management of economic risk]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)

6. Loboda O.M., Dymov V.S. (2018) Modeli ta metody informatsiynykh tekhnolohiy upravlinnya ahrarnoho sektoru ekonomiky za dopomohoyu dostatnikh umov optimal'nosti [Models and methods of information technologies of management of economy's agrarian sector with the help of optimality's sufficient conditions]. *Problems of information technology*. Issue 01 (023), pp. 104–110.

7. Domaratskiy E.O., Bazaliy V.V., Domaratskiy O.O., Dobrovol'skiy A.V., Kyrychenko N.V., Kozlova O.P. (2018) Influence of Mineral Nutrition and Combined Growth Regulating Chemical on Nutrient Status of Sunflower. *Indian Journal of Ecology*, vol. 45, issue 1. pp. 126–129.