

**Інструктивно-методичні матеріали
до самостійної роботи з навчальної дисципліни:**

ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

	(назва навчальної дисципліни)
освітній рівень	бакалавр
	(бакалавр, магістр)
спеціальність	071 «Облік і оподаткування», 051 «Економіка», 072 «Фінанси банківська справа та страхування», 281 «Публічне управління та адміністрування». 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність»
	(шифр і назва спеціальності)
факультет	Економічний
	(назва факультету)

Інструктивно-методичні матеріали до самостійної роботи з навчальної дисципліни «Оптимізаційні методи та моделі» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти,

спеціальність:

071 «Облік і оподаткування», 051 «Економіка»,

072 «Фінанси банківська справа та страхування»,

281 «Публічне управління та адміністрування»,

076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність».

Укладач: Ірина ДЕБЕЛА, к.с.-г.н., доцент кафедри менеджменту та інформаційних технологій.

© Дебела І.М. 2020 р.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Коцептуальні аспекти моделювання економічних явищ та процесів.	4
2	Тема 2. Оптимізаційні економіко-математичні моделі. Класифікація моделей.	4
3	Тема 3. Детерміновані економіко-математичні моделі з єдиним критерієм оптимальності.	6
4	Тема 4. Мережеві(потоків) моделі та методи їх розв'язку.	6
5	Тема 5. Детерміновані моделі динамічного програмування..	4
6	Тема 6. Нелінійні математичні моделі задач економіки.	6
7	Тема 7. Оптимізаційні методи економетричного моделювання.	4
8	Тема 8. Теорія ігор та прийняття рішень в умовах не визначеності.	6
9	Тема 9. Системи масового обслуговування	6
	Усього годин	46

Тема 1. Коцептуальні аспекти моделювання економічних явищ та процесів.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Математичні методи і моделі розв'язку економічних задач.
2. Загальна класифікація задач оптимізаційного моделювання.
3. Поняття про моделі і моделювання.
4. Алгоритм моделювання.
5. Математичне

Тема 2. Оптимізаційні економіко-математичні моделі. Класифікація моделей

Питання для самостійної перевірки знань

1. Типові задачі, що розв'язуються застосуванням оптимізаційних ЕММ.
2. Загальна постановка задачі лінійного програмування.
3. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування.
4. Основні властивості розв'язків задачі лінійного програмування.
5. Графічний метод розв'язування задач лінійного програмування.
6. Симплексний метод розв'язку ЗЛП.

Задачі для самостійного розв'язку

Побудувати економіко-математичну модель задачі.

Задача №1. Фірма має 1 млн грн обігових коштів. Відомі витрати грошей у кожному місяці, а також обов'язкові залишки обігових коштів на кінець кожного місяця. Також передбачається, що для успішного функціонування фірма витратить значно меншу суму, ніж 1 млн грн. Отже, решту коштів можна надавати у кредит. Необхідно визначити оптимальний розподіл обігових коштів протягом кварталу для досягнення максимального прибутку за процентними ставками, якщо відомі витрати та потреби в резервах:

1.01 — 31.01: витрати — 80 000 грн; необхідний запас на 31.01 — 300 000 грн;

1.02 — 28.02: витрати — 30 000 грн; необхідний запас на 28.02 — 200 000 грн;

1.03 — 31.03: витрати — 50 000 грн; необхідний запас на 31.03 — 190 000 грн.

Кредит терміном на 1 місяць дає 2 % прибутку, терміном на 2 місяці — 5 %, а терміном на 3 місяці — 8 %.

Вважатимемо, що кредити надаються першого числа кожного місяця і погашаються також першого числа відповідного місяця.

Задача №2. Стандартом передбачається, що октанове число бензину А-76 має бути не нижчим 76, а вміст сірки — не більшим, ніж 0,3 %. Для виготовлення такого бензину на заводі використовуються чотири компоненти. Дані про обсяги запасів компонентів, які змішуються, їх вартості, октанові числа та вміст сірки наведені в табл. 2.1:

Таблиця 2.1

ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНІ ПОКАЗНИКИ КОМПОНЕНТ БЕНЗИНУ

Показник	Компонента бензину			
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
Октанове число	68	72	80	90
Вміст сірки, %	0,35	0,35	0,30	0,20
Найвний обсяг, т	700	600	500	300
Вартість, грош. од./т	40	45	60	90

Необхідно визначити, скільки тонн кожного компонента потрібно використати для того, щоб отримати 1000 т бензину А-76 з мінімальною собівартістю.

Тема 3. Детерміновані економіко-математичні моделі з єдиним критерієм оптимальності.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Основні компоненти математичної моделі оптимізації.
2. Математична модель економічної системи
3. Лінійне програмування як метод математичного моделювання.
4. Багатокритеріальна оптимізація.
5. моделювання задач економічної діяльності.

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №3. Розв'язати задачу ЛП графічним методом

3.1. $2x_1 + 4x_2 + 12x_4 \rightarrow \min,$
 $x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \geq 10,$
 $2x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 4,$
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

3.2. $2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max,$
 $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2,$
 $2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 3,$
 $3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4,$
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

Задача №4. Розв'язати задачу ЛП симплексним методом

4.1. $2x_1 + 4x_2 + 12x_4 \rightarrow \min,$
 $x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 \geq 10,$
 $2x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 4,$
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

4.2. $2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max,$
 $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2,$
 $2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq 3,$
 $3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 \leq 4,$
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

Задача №5. Розв'язати транспортну задачу методом потенціалів

$a_1 = 200,$ $b_1 = 90,$
 $a_2 = 150,$ $b_2 = 100,$
 $a_3 = 150,$ $b_3 = 70,$
 $b_5 = 110;$ $b_4 = 130,$

$C = \begin{bmatrix} 12 & 15 & 21 & 14 & 17 \\ 14 & 8 & 15 & 11 & 21 \\ 19 & 16 & 26 & 12 & 20 \end{bmatrix};$

Тема 4. Мережеві (потоківі моделі та методи їх розв'язку)

Питання для самостійної перевірки знань

1. Загальна задача динамічного програмування, принцип декомпозиції.
2. Задача про найкоротший шлях.
3. Алгоритми прямої і зворотної прогонки.

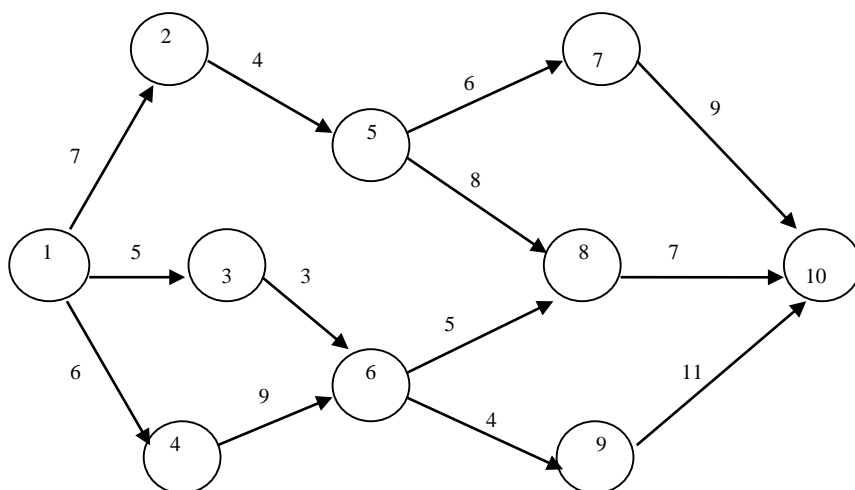
Задачі для самостійного розв'язку

Задача №6. Нехай транспортна мережа складається із десяти пунктів-вузлів, частина яких з'єднана магістралями. На рис.1 показано мережа доріг, вартість перевезення одиниці вантажу між окремими пунктами представлена у таблиці 6.

Необхідно визначити маршрут доставки вантажу із пункту 1 у пункт 10, який забезпечить мінімальні транспортні витрати.

Таблиця 6.

Вартість перевезення одиниці вантажу	Пункти призначення вантажів												
	1,2	1,3	1,4	2,5	3,6	4,6	5,7	5,8	6,8	6,9	7,10	8,10	9,10
	K+5	K+3	K+2	K+2	K-1	K+4	K+7	K+7	K+1	K+8	K+9	K-2	K+4



Тема 5. Детерміновані моделі динамічного програмування.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Етапи побудови моделі динамічного програмування.
2. Приклади задач динамічного програмування.
3. Оптимальний розподіл інвестицій.
4. Вибір оптимальної стратегії оновлення обладнання.
5. Задача про завантаження.
6. Задача планування робочої сили.
7. Задача динамічного програмування із двовимірним станом.

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №7. На розвиток підприємств виділено 5 млн. грн. відома ефективність капіталовкладень у кожне підприємство, яка задана значенням нелінійної функції $g_i(x_i)$ яка представлена у таблиці 7. Необхідно розподілити виділені кошти між підприємствами таким чином, щоб отримати максимальний сумарний прибуток. Для спрощення розрахунків вважатимемо, що розподіл інвестиційних вкладень здійснюється у цілих числах, тобто, $x_i = 1, 2, 3, 4, 5$.

Таблиця 7.

Інвестиції (млн.грн.), x_i	g_1	g_2	g_3
0	0	0	0
1	k,k	k	k,(k-2)
2	k+1	(k+1),k	(k+3),(k+2)
3	(k+2),(k-1)	(k+2),(k+1)	(k+4),(k-1)
4	(k+3),k	(k+4),k	(k+4),(k+4)
5	(k+3),(k+4)	(k+4),(k+2)	(k+4),(k+5)

Задача №8. Знайти оптимальну стратегію експлуатації обладнання впродовж 7 років (t), якщо річний прибуток $R(t)$ і залишкова вартість $S(t)$, в залежності від строку експлуатації обладнання, приведені у таблиці 8. Вартість нового обладнання $P = 18$, а вік обладнання на початок експлуатаційного періоду складає 1 рік.

Таблиця 8.

t	0	1	2	3	4	5	7
R(t)	8+k	8+k-1	8+k-1	8+k-2	8+k-2	8+k-3	8+k-3
S(t)	12+k	12+k-2	12+k-4	12+k-4	12+k-5	12+k-7	12+k-8

Тема 6. Нелінійні математичні моделі задач економіки.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Економіко–математична модель задачі нелінійного програмування.
2. Оптимізаційні задачі нелінійного програмування з обмеженнями у вигляді рівнянь.
3. Аналіз чутливості за допомогою методу Якобі.
4. Метод множників Лагранжа.
5. Алгоритми нелінійного програмування.
6. Градієнтний метод.
7. Методи прямого пошуку.
8. Стохастичне програмування.

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №9. На виробництво трьох видів продукції А, В, С витрачаються три види ресурсів, найменування яких, норми витрат на одиницю продукції, сумарний запас, а також розмір прибутку від реалізації одиниці продукції, що залежить від обсягу виробництва відбиває таблиця 9.

Таблиця 9.

Ресурси	Продукція			Запас ресурсів
	А	В	С	
Матеріальні	4+k	5+k	7+k	120
Трудові	3+k	6+k	8+k	150
Фінансові	2+k	1+k	4+k	100
Прибуток	$4x_1^2$	$x_2^2+2x_2$	$3x_3^2+6$	
Обсяг виробництва	X_1	X_2	X_3	

Визначити оптимальний план виробництва продукції кожного виду, за умови повного використання ресурсів.

Задача №10. Визначити максимальне значення функції:

$$Z = f(X) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

за обмежень:

$$\begin{cases} q_1(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 - 2 = 0 \\ q_2(X) = 5x_1 + 2x_2 + x_3 - 5 = 0 \end{cases}$$

Тема 7. Оптимізаційні моделі економетричного програмування.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Динамічні ряди та їх характеристики.
2. Тенденції соціально-економічного розвитку.
3. Тенденція середнього рівня.
4. Тенденція дисперсії. Метод Фостера-Стюарта.
5. Тенденція автокореляції. Метод рангової кореляції.
6. Криві зростання.

Задачі для самостійного розв'язку

Задача № 11. На основі даних таблиці 11 показників динамічного ряду провести економетричний аналіз:

- зобразити динамічний ряд графічно;
- побудувати модель динаміки досліджуваного показника, використавши для апроксимації лінійну, параболічну, степеневу функції;
- виконати оцінку побудованих моделей на адекватність і надійність,
- вибрати найбільш вдалу модель;
- скласти прогноз показника на два роки.

Таблиця 11

№	Показники	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
1	Витрати обігу, %	12,3	12,5	11,6	11,4	10,9	10,5	10,1

Задача №12. На основі даних спостережень, таблиця 12, побудувати економетричну модель множинної регресії:

На основі даних таблиця 12 побудувати економетричну модель:

- оцінити параметри моделі за методом найменших квадратів;
- визначити коефіцієнти кореляції та детермінації;
- оцінити значимість регресійної моделі за критерієм Фішера;
- оцінити значимість параметрів моделі регресії;
- виконати точкове прогнозування y_{n+1} для $x = p \cdot \bar{x}$, де $p=0,95$;
- обчислити інтервали довіри для залежної змінної при $\alpha = 0,05$.

Таблиця 12.

Y	62	53,1	56,5	30,1	18,1	13,6	89,9	76,6	32,3	199,6
X	0,23	0,43	0,26	0,43	0,38	0,42	0,30	0,37	0,34	0,23

Тема 8. Теорія ігор та прийняття рішень в умовах не визначеності.

Питання для самостійної перевірки знань

1. Умови прийняття рішень.
2. Прийняття рішення в умовах ризику.
3. Критерій очікуваного значення. Інші критерії очікуваного значення.
4. Функція корисності.
5. Прийняття рішень в умовах невизначеності.
6. Теорія ігор. Матрична гра двох осіб з нульовою сумою.

Задачі для самостійного розв'язку

Задача №13. Гра двох гравців А і В задана платіжною матрицею. Визначити ціну гри та оптимальні стратегії гравців А і В, попередньо виконавши наступні дії:

а) показати існування або відсутність чистих оптимальних стратегій;

б) виконати домінування;

в) привести початкову матричну гру до пари двоїстих задач лінійного програмування.

$$\underline{13.1.} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{13.2.} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 4 \\ 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{13.3.} \quad A = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -3 & 0 \\ 4 & -5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Оптимізаційні методи та моделі: підручник / В.С. Григорків, М.В. Григорків. – Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2016. – 400 с.
2. Дивак М.П. Ідентифікація дискретних моделей динамічних систем з інтервальними даними: монографія/ М.П. Дивак, Н.П. Порплиця, Т.М. Дивак. – Тернопіль: ВПЦ «Економічна думка ТНЕУ», 2018. – 220 с.
3. Оптимізаційні методи та моделі : підручник / В.С. Григорків, М.В. Григорків. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2016. – 400 с.
4. Теория игр. Искусство мышления в бизнесе и жизни / Авинаш Диксит и Барри Нейлбафф; пер. англ. Н. Яцюк.- М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015.– 464 с.
5. Хемди А Таха Введение в исследование операций.-М.: Издат. Дом «Вильямс», 2001.
6. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: Навч.-метод. Посібник для самост. Вивч. Дисц.- К:КНЕУ, 2001. –248с.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

<https://core.ac.uk/download/pdf/11316926.pdf>

https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/123456789/68212/1/Lavrov_matematichni_metody.pdf

<http://www1.nas.gov.ua/publications/books/catalog/2006/Pages/687.aspx>

<http://dspace.ksau.kherson.ua/>

<http://www.ksau.kherson.ua/news-2/nnb/ebhdau1/5162-ebhdau.html> (бібліотека ХДАЕУ)

<http://www.ksau.kherson.ua/nnb/ebhdau1.html>