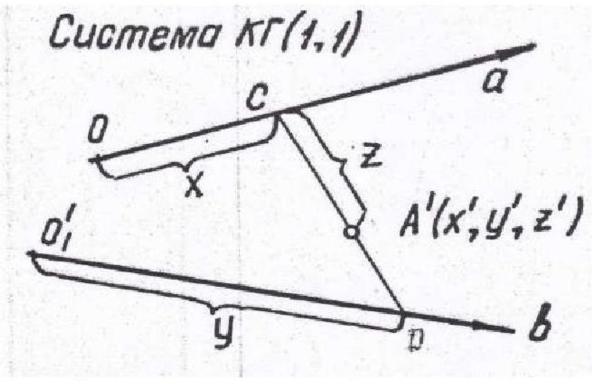


Рис.3 Преобразование точки А в точку *А*

.

Выводы. Преобразование, в котором линейные величины координат остаются линейными, является алгебраическим. В случае, когда линейные координаты преобразуются в угловые, преобразование является трансцендентным.

Список использованных источников

1.Седлецкая Н.Н. К вопросу образования поверхностей при пересечении лучей двух конгруэнций. *Сборник научных работ «Прикладная геометрия и инженерная графика».* №21. Киев.1976г.
2. Михайленко В.Е., Ковалев С.Н. О координатных способах конструирования поверхностей. *Сборник научных работ «Прикладная геометрия и инженерная графика».* №.19. Киев. 1975г.

УДК 624.073.4

РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНОЇ ПРОГРАМИ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ТОЧЦІ ТІЛА

Ємел'янова Т.А., к.т.н., ст.викладач,
Херсонський державний аграрно-економічний університет

Вступ

Змістом теорії пружності є точне кількісне описування напруженого та деформованого стану пружного тіла, яке випробовує зовнішній вплив.

Визначення головних напружень є необхідним для встановлення залежності між навантаженнями, що розподілені по певній поверхні, і напруженнями по площинах, паралельних площинам координат.

Розробка комп’ютерної програми для визначення величини головних напружень та положення головних площин призначена для спрощення математичного апарату при дослідженні напруженого стану в точні тіла.

Викладання основного матеріалу

В кожній точці тіла існує, принаймні, три взаємно перпендикулярні площадки, на яких дотичні напруження дорівнюють нулю. Такі площини називаються головними, а напрями нормалей до цих площин – головними напрямами (або головними осями). На головних площинах діють головні нормальні напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, які визначаються з кубічного рівняння (1).

$$\sigma^3 - J_1\sigma^2 + J_2\sigma - J_3 = 0 \tag{1}$$

Головні осі нумеруються так, щоб виконувалась умова: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Значення головних нормальних напружень не залежать від вибраного спочатку розташування осей x, y, z. А для цього коефіцієнти рівняння (1) повинні бути сталими і незалежними від вибору координатної системи. Вони називаються інваріантами напруженого стану, та обчислюються за формулою (2).

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = const, \\ J_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = const, \\ J_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = const. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

де: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{zx} = \tau_{xz}$ – компоненти тензора напружень.

Для вирішення рівняння (1) застосовуємо один із методів математики - метод підбора з використанням схеми Горнера.

Для контролю здобутого розв’язку рівняння (1) використовуємо інваріантність коефіцієнтів J_1, J_2, J_3.

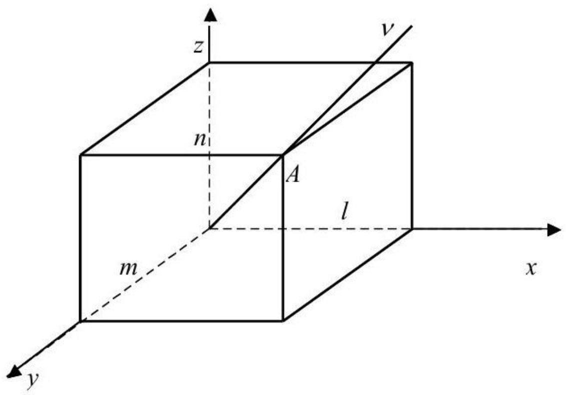
$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = const, \\ J_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 = const, \\ J_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 = const \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Положення головних площин визначається напрямними косинусами. Напрямні косинуси нормалі головної площини з осями координат x, y, z позначимо через l, m, n, відповідно:

$$l = \cos x\hat{\nu}; \qquad m = \cos y\hat{\nu}; \qquad n = \cos z\hat{\nu}$$

Величини напрямних косинусів визначаються з системи рівнянь:

$$\left.\begin{aligned}(\sigma_x-\sigma)l+\tau_{xy}\cdot m+\tau_{xz}\cdot n=0\\ \tau_{yx}\cdot l+(\sigma_y-\sigma)m+\tau_{yz}\cdot n=0\\ \tau_{zx}\cdot l+\tau_{zy}\cdot m+(\sigma_z-\sigma)n=0\\ l^2+m^2+n^2=1\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$



Таким чином, для кожного значення σ_1, σ_2, σ_3 знаходимо свої l, m, n, тобто напрями відповідних нормалей до головної площадки. Можна розглядати l, m, n як координати деякої точки A (рис.1), яка лежить на нормалі ν до відповідної головної площини.

Рис.1.

Наведений алгоритм розв'язання задачі про напружений стан в точці тіла покладений в розробку комп'ютерної програми «Собственные вектора» яка виконана в середовищі Mathcad 15.

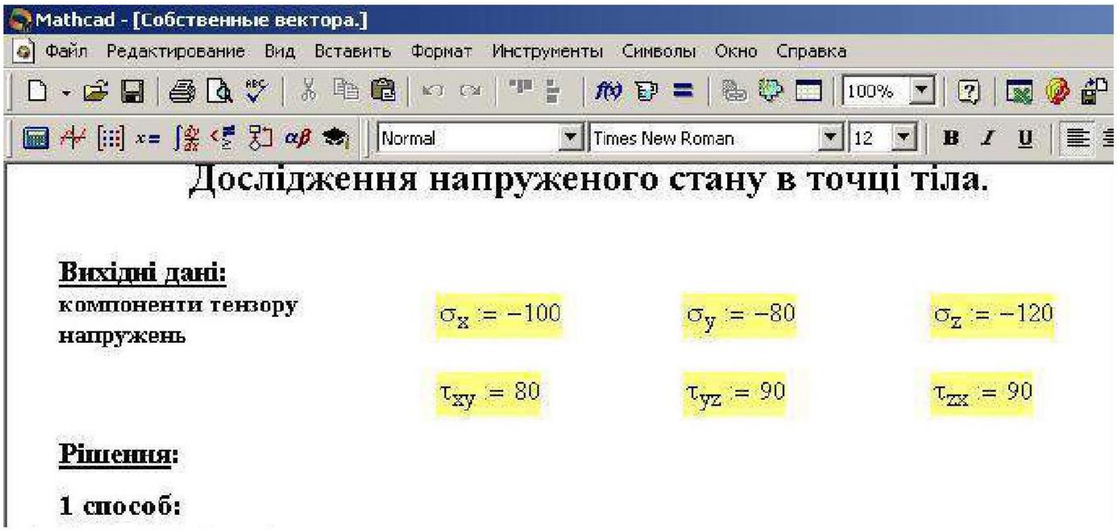


Рис. 2. Комп'ютерна програма «Собственные вектора»

1. Визначаємо інваріанти напруженого стану:

$J_1 := \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$ $\qquad J_1 = -300$

$J_2 := \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_y \cdot \sigma_z + \sigma_z \cdot \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$ $\qquad J_2 = 7000$

$J_3 := \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z + 2\tau_{xy} \cdot \tau_{yz} \cdot \tau_{zx} - \sigma_x \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{zx}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{xy}^2$ $\qquad J_3 = 2562000$

2. Визначаємо величини головних напружень:

$$\sigma^3 - J_1 \cdot \sigma^2 + J_2 \cdot \sigma - J_3 = 0$$

$$\sigma := \mathrm{reverse}\left[\mathrm{polyroots}\left(\begin{pmatrix} -J_3 \\ J_2 \\ -J_1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)\right] \qquad \sigma = \begin{pmatrix} 73.941 \\ -169.406 \\ -204.534 \end{pmatrix}$$

$\sigma_1 = 73.941$

$\sigma_2 = -169.406$

$\sigma_3 = -204.534$

3. Визначаємо положення головних площадок.

3.1. Визначаємо величини напрямних косинусів l_1, m_1, n_1.

$l_1 := 0 \qquad m_1 := 0 \qquad n_1 := 0$

Given

$$(\sigma_x - \sigma_1) \cdot l_1 + \tau_{xy} \cdot m_1 + \tau_{zx} \cdot n_1 = 0$$

$$\tau_{xy} \cdot l_1 + (\sigma_y - \sigma_1) \cdot m_1 + \tau_{yz} \cdot n_1 = 0 \qquad l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1$$

$$\tau_{zx} \cdot l_1 + \tau_{yz} \cdot m_1 + (\sigma_z - \sigma_1) \cdot n_1 = 0 \qquad \begin{pmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(l_1, m_1, n_1)$$

$l_1 = 0.567 \qquad m_1 = 0.615 \qquad n_1 = 0.548$

3.2. Визначаємо величини напрямних косинусів l_2, m_2, n_2.

$l_2 := 0 \qquad m_2 := 0 \qquad n_2 := 0$

Given

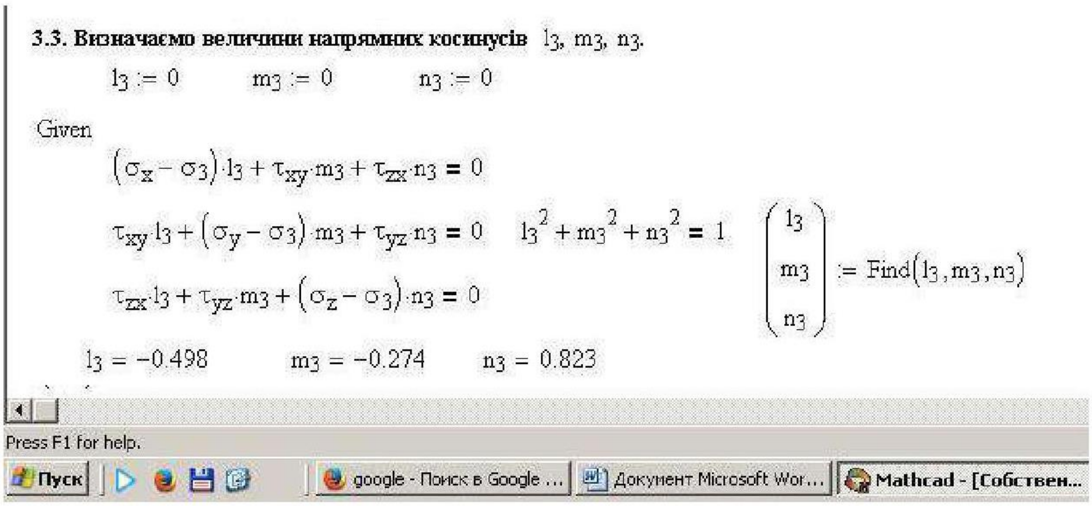
$$(\sigma_x - \sigma_2) \cdot l_2 + \tau_{xy} \cdot m_2 + \tau_{zx} \cdot n_2 = 0$$

$$\tau_{xy} \cdot l_2 + (\sigma_y - \sigma_2) \cdot m_2 + \tau_{yz} \cdot n_2 = 0 \qquad l_2^2 + m_2^2 + n_2^2 = 1$$

$$\tau_{zx} \cdot l_2 + \tau_{yz} \cdot m_2 + (\sigma_z - \sigma_2) \cdot n_2 = 0 \qquad \begin{pmatrix} l_2 \\ m_2 \\ n_2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(l_2, m_2, n_2)$$

$l_2 = 0.656 \qquad m_2 = -0.739 \qquad n_2 = 0.151$

Продовження рис. 2. Комп’ютерна програма «Собственные вектора»



Продовження рис. 2. Комп'ютерна програма «Собственные вектора»

Висновки

Розроблена комп'ютерна програма «Собственные вектора» дозволяє визначити величини головних напружень та положення головних площин та значно спрощує математичний розрахунок при дослідженні напруженого стану в точні тіла.

Комп'ютерна програма, призначена для дослідження напруженого стану в точці пружного тіла, містить мінімальний обсяг вихідної інформації, необхідний для вирішення задачі, що дозволяє активно використовувати розроблену програму в практиці проектування просторових конструкцій.

Список використаної літератури

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. пособие для студентов вузов.. – 2-е изд., перераб. – М.: высш. школа, 1982.
2. Дьяконов В. Mathcad 2001: учебный курс. – СПб.: Питер, 2001.
3. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості: Підручник. – К. :Вища шк., 2002. – 308 с.
4. Киселев В.А. Плоская задача теории упругости: учебное пособие для вузов. – М. : Высшая школа, 1976. – 151 с.

УДК 624.01

ЕФЕКТИВНІ ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ