

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.86:[334.72:63]

DOI: <https://doi.org/10.32847/business-navigator.58-23>**Кавун Г.М.,**старший викладач кафедри прикладної  
математики та економічної кібернетики,*Херсонський державний аграрно-економічний університет***Лобода О.М.,**

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри прикладної математики та економічної кібернетики,

*Херсонський державний аграрно-економічний університет***Kavun Halyna,**Senior Lecturer at the Department  
of Applied Mathematics and Economic Cybernetics,  
*Kherson State Agrarian and Economic University***Loboda Olena,**Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department  
of Applied Mathematics and Economic Cybernetics,  
*Kherson State Agrarian and Economic University*

## ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ МІНЕРАЛЬНИХ ДОБРІВ

**Кавун Г.М., Лобода О.М. Використання методів економіко-математичного моделювання для розрахунку оптимального розподілу мінеральних добрив.** Досліджено методи та алгоритми вирішення завдань упровадження економіко-математичного моделювання для розрахунку оптимального розподілу мінеральних добрив з метою підвищення ефективності роботи аграрних підприємств в умовах розвитку ринкових відносин. Охарактеризовано загальні підходи до розподілу добрив по зонах, областях, районах, аграрних підприємствах та наведено критерії його оптимальності в сучасних умовах господарювання. Показана необхідність удосконалення методів оптимізації розподілу добрив аграрними підприємствами, пов'язаних з побудовою моделі, кінцевим результатом якої буде можливість керівництву зіставляти їхню економічну ефективність та приймати оптимальні рішення. Розроблена економіко-математична модель для розрахунку оптимального розподілу мінеральних добрив аграрними підприємствами.

**Ключові слова:** модель, система управління, оптимізаційні моделі, економічна ефективність, оптимальний розподіл.

**Кавун Г.М., Лобода Е.Н. Использование методов экономико-математического моделирования для расчета оптимального распределения минеральных удобрений.** Исследованы методы и алгоритмы решения задач внедрения экономико-математического моделирования для расчета оптимального распределения минеральных удобрений с целью повышения эффективности их работы в условиях развития рыночных отношений. Охарактеризованы общие подходы к распределению удобрений по зонам, областям, районам, аграрным предприятиям и приведены критерии его оптимальности в современных условиях хозяйствования. Показана необходимость усовершенствования методов оптимизации распределения удобрений аграрными предприятиями, которые связаны с построением модели, конечным результатом которой будет возможность руководителю сопоставлять их экономическую эффективность и принимать оптимальные решения. Разработана экономико-математическая модель для расчета оптимального распределения удобрений аграрными предприятиями.

**Ключевые слова:** модель, система управления, оптимизационные модели, экономическая эффективность, оптимальное распределение.

**Kavun Halyna, Loboda Olena. The use of economic-mathematical modeling methods to calculate the optimal distribution of mineral fertilizers.** Methods and algorithms for solving problems of introduction of economic-mathematical modeling in the process of optimal distribution of mineral fertilizers are investigated in order to increase the efficiency of agrarian enterprises in the conditions of development of market relations. The general approaches to the distribution of fertilizers by zones, oblasts, raions, and agrarian enterprises are described and the criteria of its optimality in the current economic conditions are given. The necessity of improvement of methods of optimization of distribution of fertilizers by agrarian enterprises connected with construction of model is shown, the end result of which will be an opportunity for the management to compare their economic efficiency and to make optimal decisions. The necessity of creating a model of optimal distribution of mineral fertilizers based on sufficient conditions of optimality is identified. A scheme of a comprehensive economic-mathematical model for calculating the optimal distribution of mineral fertilizers by agricultural enterprises is developed. The necessity of improvement of methods of functioning of agricultural enterprises and methods of optimization of distribution of fertilizers among the agricultural enterprises is shown, the end result of which will be an opportunity for the management of a manufacturing firm to match its resources, namely material and financial, with the needs of the enterprise, to evaluate them in terms of business development and to perform production recommendations for making decisions on the optimal distribution of mineral fertilizers. The retrospective of development of modeling in agriculture is investigated. The general approaches to optimizing the distribution of mineral fertilizers of high-marketable agricultural enterprises are described and the criteria of optimality in modern economic conditions are given. The necessity of using modern mathematical methods for planning and forecasting processes in the agricultural sector, namely the optimal distribution of fertilizers by oblasts and raions, as well as the growing requirements for product quality and the growth of gross income, which require deepening of research and implementation of relevant economic-mathematical models.

**Key words:** model, management system, optimization models, economic efficiency, optimal distribution.

**Постановка проблеми.** Вирішення проблем агропромислового виробництва з використанням математичних методів суттєво підвищує ефективність функціонування аграрних підприємств, дає їм змогу прогнозувати результати виробництва та одержувати максимально можливу рентабельність продукції в умовах кризи, підвищених ризиків та загострення конкуренції, обґрунтовувати стратегічні плани власного розвитку. Дедалі очевиднішою стає необхідність ширшого застосування надійних методів моделювання економічних процесів.

Одним із різновидів математичних моделей є модель оптимального розподілу мінеральних добрив, яку можна розглядати в таких постановках.

1. Оптимальний розподіл добрив по зонах, областях, районах, аграрних підприємствах на основі зіставлення економічної ефективності від внесених добрив у конкретних умовах, на кожному полі, відділку.

2. Оптимальний план розподілу добрив по зонах, областях, районах, аграрних підприємствах устанавлюється на основі зіставлення їхньої економічної ефективності з урахуванням затрат на доставку добрив від фірм-постачальників, на внесення добрив у ґрунт, на збирання і транспортування додатково отриманої продукції.

Така постановка проблеми вимагає застосування нових методів, які спрямовані на оптимізацію розподілу та використання мінеральних добрив, що сприяє покращенню економічної ефективності господарської діяльності. Знаходження рішень цієї проблеми передбачає побудову моделей із вибором різних критеріїв оптимальності діяльності аграрного сектору економіки. Один із критеріїв – досягнення максимального валового прибутку врожаю сільськогосподарських культур за рахунок внесених мінеральних добрив.

Другий можливий критерій оптимізації – досягнення максимального умовного доходу, отриманого як різниця між вартістю валового доходу і затратами на куплю, транспортування до поля та внесення добрив.

Вихідною інформацією для вирішення розглянутої проблеми є дані про приріст врожаю від внесення

мінеральних добрив на конкретній ґрунтовій різниці. Таку інформацію узгоджують із прогнозом погоди в запланованому році.

Сучасне функціонування підприємств аграрного сектору економіки дає право стверджувати, що оптимальний розподіл добрив є одним із ключових чинників економічного росту сільськогосподарського підприємства.

Аналіз останніх досліджень. До ефективного застосування здобутків математичного програмування в сучасних економічних дослідженнях протягом останнього часу спостерігається підвищений інтерес вітчизняних науковців. Проте питання впровадження методів економіко-математичного моделювання для оптимального розподілу мінеральних добрив в аграрному секторі економіки можна вивчити глибше. Суттєвий внесок у ці дослідження був здійснений В. Леонтьєвим, Т. Кумпансом, К. Ерроу та іншими. Подальші дослідження, розроблення та впровадження моделей для оптимального розподілу добрив є сучасними актуальними завданнями.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Сучасне використання сільськогосподарських угідь не повною мірою відповідає вимогам раціонального природокористування: збереження та відтворення родючості ґрунтів, припинення ерозійних процесів, поліпшення агроландшафтів. Значно скоротилося застосування органічних і мінеральних добрив, практично припинено роботи із захисту земель від ерозії та впровадження екологізберігаючих технологій. У цій сфері суспільно-виробничих відносин найбільш важливим є забезпечення єдності техніки, біології, економіки й екології.

Одними з найбільш розповсюджених методів планування діяльності аграрних підприємств є методи економіко-математичного моделювання. Удосконалення економіко-математичної моделі – по своїй суті нескінченний процес. Зміни в аграрній політиці, зовнішній економіці, конкурентному середовищі, впровадження технологій, необхідність урахування соціальних та багатьох інших факторів – усе це постійно коригує побудову

моделі та характеризує сільськогосподарське виробництво як складну стохастичну систему. [1, с. 110–134].

За допомогою методів економіко-математичного моделювання можна розв'язати такі задачі, як: вибір найкращої структури посівних площ, вибір оптимальних розмірів господарств різних форм власності, раціональне розміщення капіталовкладень, визначення оптимального набору машин у господарстві, підбір найкращого складу добрив та інші.

Розглянемо алгоритм складання моделі оптимального розподілу добрив. Спочатку на кожній конкретній ділянці визначають оптимальне дозування і схему внесення мінеральних добрив. Оптимальним вважається дозування і схема, які забезпечують максимальний прибуток від врожаю (у фізичній вазі) на одну умовну одиницю вартості мінеральних добрив [2, с. 230–234].

Для планування розподілу добрив та розв'язку відповідної економіко-математичної задачі визначають такі показники:

- 1) площу ділянки (га);
- 2) імовірнісний валовий збір із всієї ділянки без добрив;
- 3) кількість мінеральних добрив, запланованих для внесення на всю ділянку: аміачна селітра сульфат амонію, натрієва селітра, аміачна вода, сечовина, калійна сіль, хлористий калій, електроліт, силвініт, каїніт, суперфосфат, фосфоритна мука;
- 4) можливий валовий збір із всієї ділянки після внесення мінеральних добрив;
- 5) очікуваний прибуток врожаю із всієї ділянки після внесення мінеральних добрив;
- 6) вартість мінеральних добрив, внесених на всю ділянку. Витрати, пов'язані з їх внесенням, із збором і доставкою поза планованого врожаю;
- 7) прибуток врожаю із розрахунку на одну умовну одиницю затрат, пов'язаний із внесенням добрив. [3, с. 70–104].

Крім цієї основної інформації, для розрахунку оптимального плану розподілу мінеральних добрив необхідна також інформація про кількість добрив, які виділяються підприємству, про взаємозаміну окремих видів добрив і про культури, під які вносяться добрива.

Економіко-математична задача формується на великій кількості вихідної інформації. Адже в кожному підприємстві обробляється 15–20 культур, а кількість врахованих ґрунтових різностей досягає до 3–5. Можна розглядати декілька схем внесення добрив.

Для складання економіко-математичної моделі спочатку проводять статистичну обробку вихідної інформації за допомогою статистичних методів. Ця обробка полягає в поступовому скороченні інформації шляхом статистичних групувань сільськогосподарських культур по одній ознаці – кількості отриманого прибутку врожаю в розрахунку на одну умовну одиницю затрат на добрива.

Економіко-математична модель складається таким чином: основні змінні означають прибуток врожаю ( $u$ ), який може бути отриманий по кожній групі сільськогосподарських культур, якщо економічний аналіз покаже доцільність виділення (повністю або частково) мінеральних добрив під посіви, об'єднаних в цю групу. Кількість основних змінних дорівнює числу отриманих після скорочення інформації груп по всіх сільськогосподарських культурах.

Додаткові змінні вказують кількість кожного виду мінеральних добрив, якими доцільно замінити добрива інших видів.

Основними обмеженнями системи записують баланс добрив по видах. Економічними коефіцієнтами змінних за цими обмеженнями є кількість добрив по видах, які забезпечують отримання одного центнера прибутку продукції в кожній із груп, виділених по цій сільськогосподарській культурі. По групі допоміжних змінних економічними коефіцієнтами слугують показники заміщення одного виду добрив іншим. [4, с. 230–234].

Додатковими обмеженнями записують умови за можливими об'ємами приросту продукції в кожній із груп за всіма сільськогосподарськими культурами.

Константами правої частини є обсяги добрив по видах, які повинні бути розподілені згідно з оптимальним планом; очікуваний прибуток валового збору по кожній культурі на площах, об'єднаних в групування, яка отримана під час стискання інформації. Обмеження по гарантійному виділенню добрив під технічні та деякі інші сільськогосподарські культури в розрахунки не входять. Необхідні для цієї мети обсяги добрив підраховують раніше. При цьому відповідно зменшують об'єми розподілених добрив. Змінні, які означають приріст продукції по культурах, для яких розподіл добрив гарантовано, також не входять в економіко-математичну модель. Виключені добрива після завершення розрахунків додаються до загального плану розподілу добрив.

У цільовій функції коефіцієнтами змінних є величини, які характеризують вартість центнеру кожного виду продукції. [5, с. 130–134].

Отже, для побудови моделі необхідно розробити план розподілу виділених аграрному підприємству мінеральних добрив з тим, щоб забезпечити за їх рахунок максимальний прибуток валової сільськогосподарської продукції. З метою спрощення допустимо, що аграрному підприємству виділено по два види азотних, фосфорних, калійних добрив. Кількість кожного виду добрив позначимо  $B_k$  (де  $k$  – індекси видів добрив,  $k=1,2,\dots,P$ ). Якщо врахувати об'єм добрив, які необхідно виділити під деякі культури обов'язково, гарантовано, та відняти їх від загальної кількості добрив, то для розподілу залишаться ресурси добрив у кількості  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ . Цей об'єм добрив треба розподілити по  $l$  видах сільськогосподарських культур шляхом зіставлення економічної ефективності, яка досягається під час внесення добрив по різних культурах і ґрунтово-кліматичних зонах. По кожній сільськогосподарській культурі  $r$  ( $r=1,2,\dots,l$ ) відбувається групування (стискування інформації) з врахуванням ознаки – кількість приросту продукції по культурі з врахуванням на 1 у.о. затрат по мінеральних добривах. Отже, по кожній культурі  $r$  отримали  $n_r$  груп, де  $j_r$  – індекс кожної групи ( $j_r=1,2,\dots,n_r$ ). Розраховуємо кількість добрив, необхідних для отримання центнера прибутку по кожній групі. Установлені величини позначимо як  $a_{kjr}$  (кількість добрив  $k$ -того виду, необхідна для отримання одиниці приросту продукції по  $j_r$  групі  $r$ -тої культури). Під час групування установлено, що по  $i$ -й групі  $r$ -ої культури може бути отримано  $D_{ir}$  приросту продукції, якщо посіви будуть повністю забезпечені добривами. Кількість добрив, які будуть заміщати другий вид добрив, позначимо  $x_k$ . Але заміщення добрив різних видів однієї групи нерівноцінні, тому введемо коефіцієнти  $v_{kk}$ , які будуть встановлювати відповідність між заміщеннями одного виду добрив другим.

Також відома вартість центнеру продукції по кожній  $r$ -ій культурі, яку позначимо  $c_r$ .

Користуючись цими позначеннями, запишемо схему розгорнутої економіко-математичної моделі для розроблення оптимального плану розподілу мінеральних добрив для деяких культур [6, с. 104–110].

Потрібно знайти рішення  $X(X_{11}, X_{21}, X_{31}, X_{41}, X_{22}, X_{13}, X_{23}, X_{33}, X_{14}, X_{24}, X_{15}, X_{25}, X_{16}, X_{26})$ , що задовольняють цільовій функції  $C(\max) = \sum_{r=1}^i \sum_{ir=1}^{n_r} c_r x_{ir}$

за таких умов:

- 1)  $P(\sum_{j \in J} a_{kir} x_{ir} \leq b_i) \geq p_i$ ;
- 2)  $P(\sum_{j \in J} V_{kk} x_{ir} \geq D_r) \geq p_i$ ;
- 3)  $\sum_{r=1}^i \sum_{ir=1}^{n_r} a_{kir} x_{ir} + \sum_{k=1}^P x_k - \sum_{k=1}^P v_{kk} x_k \leq b_k (k = 1, 2, \dots, P)$

(обмеження по розподілу кожного виду мінеральних добрив врахуванням взаємозаміни).

- 4)  $x_{ir} \leq D_{ir} (i_r = 1, 2, \dots, n_r; r = 1, 2, \dots, i)$

(обмеження по можливому приросту продукції по кожній групі, отриманому під час стискування інформації по культурах).

$$5) x_{ir} \geq 0, x_k \geq 0.$$

Однією з основних переваг застосування цієї моделі є можливість дослідити рівень впливу зміни окремих обмежень задачі на формування кінцевого результату, що дозволяє збільшити кількість альтернатив добрив без застосування повторного повного розв'язку задачі та пошуку тих видів добрив, які мають найбільший вплив на кінцевий результат.

Якщо під час розроблення математичного апарату цієї моделі будемо виходити з припущення про нормальний закон розподілу добрив, врожайності, продуктивності, витрат та інших показників сільськогосподарського виробництва, то за допомогою спеціальних перетворень, введення нових змінних отримано детерміновані аналоги ймовірнісних обмежень (з імовірністю не менше, ніж заздалегідь задана).

$$\sum a_{kir} x_{ir} + t \sqrt{\sum \sigma_{a_{ir}}^2 x_{ir}^2 + \sigma_{b_i}^2} \leq b_i,$$

$$\sum_{j \in J} v_{kk} x_{ir} - t \sqrt{\sum \sigma_{V_{kk}}^2 x_{ir}^2 + \sigma_{D_{ri}}^2} \geq D_r,$$

де  $t \sqrt{\sum \sigma_{a_{ir}}^2 x_{ir}^2 + \sigma_{b_i}^2}$  – додаткова кількість інших видів добрив з урахуванням заданої врожайності,

Змінні															
пшениця				картопля		цукровий буряк			Взаємозаміна мінеральних добрив						Об'єми і тип обмежень
X <sub>11</sub>	X <sub>21</sub>	X <sub>31</sub>	X <sub>41</sub>	X <sub>12</sub>	X <sub>22</sub>	X <sub>13</sub>	X <sub>23</sub>	X <sub>33</sub>	азотні		калійні		фосфорні		
X <sub>14</sub>	X <sub>24</sub>	X <sub>15</sub>	X <sub>25</sub>	X <sub>16</sub>	X <sub>26</sub>										
a	a	a	a	a		a	a	a	1	-v					≤ b <sub>1k</sub>
a		a	a		a	a	a	a	-v	1					≤ b <sub>3k</sub>
	a	a	a	a			a	a			1	-v			≤ b <sub>3k</sub>
a	a	a	a		a	a					-v	1			≤ b <sub>5k</sub>
a			a	a			a	a					1	-v	≤ b <sub>5k</sub>
	a	a	a		a	a							-v	1	≤ b <sub>6k</sub>
1															≤ D <sub>8</sub>
	1														≤ D <sub>8</sub>
		1													≤ D <sub>9</sub>
			1												≤ D <sub>11</sub>
				1											≤ D <sub>11</sub>
					1										≤ D <sub>12</sub>
						1									≤ D <sub>14</sub>
							1	1							≤ D <sub>14</sub>
								1							≤ D <sub>15</sub>
c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	c <sub>3</sub>	0	0	0	0	0	0	(max)

$t \sqrt{\sum \sigma_{v_{ik}}^2 X_{ik}^2 + \sigma_{D_{it}}^2}$  – недоотримання продукції з урахуванням визначеного рівня розподілу добрив ( $t$  – плановий період).

**Висновки з проведеного дослідження.** Таким чином, в умовах реальної конкуренції економіко-математичне моделювання є дієвим інструментом для вироблення практичних рекомендацій оптимізації діяльності аграрних підприємств. Важливою умовою подальшого їхнього розвитку є необхідність розроблення оптимального плану розподілу

мінеральних добрив, що приведе до значного зростання валового доходу. Використання цих методів дає змогу ефективніше використовувати ресурси добрив, що досить важливо в умовах ринкової економіки. Слід враховувати під час побудови економіко-математичних моделей: залежність виробництва від природно-кліматичних умов, наявність біологічних обмежень, рівень попиту на сільськогосподарську продукцію, тісний зв'язок економічних та соціальних аспектів сільськогосподарського виробництва, сезонність виробництва.

#### Список використаних джерел:

1. Савченко О.Г., Кавун Г.М., Валько Н.В., Кузьмич Л.В. Оптимізаційні методи і моделі. Херсон : ТОВ «Айлайт», 2014. 430 с.
2. Івашук О.Т. Економіко-математичне моделювання. Тернопіль : ТНЕУ, 2008. 704 с.
3. Лобода О.М. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством. *Наука й економіка*, 2015. № 3. С. 130–134.
4. Гатаулін А.М. Економіко-математичні методи в плануванні сільськогосподарського виробництва. К. : Вища школа, 2000. 260 с.
5. Вітлінський В.В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком. К. : КНЕУ, 2000. 292 с.
6. Лобода О.М., Димов В.С. Моделі та методи інформаційних технологій управління аграрного сектору економіки за допомогою достатніх умов оптимальності. *Проблеми інформаційних технологій*. Херсон, 2018. Вип. 01(023). С. 104–110.

#### References:

1. Savchenko O.H., Kavun H.M., Valko N.V., Kuzmich L.V. Optymizatsiyni metody i modeli [Optimization Methods and Models]. Kherson: Ailight LLC, 2014. 430 p.
2. Ivashchuk O.T. Ekonomiko-matematychnye modelyuvannya [Economic and Mathematical Modeling]. Ternopil: TNEU, 2008. 704 p.
3. Loboda O.M. Aktual'ni problemy identyfikatsiyi ta modelyuvannya struktury upravlinnya pidpryyemstvom [Actual Problems of Identification and Modeling of Enterprise Management Manufacturing]. *Science and Economics*, 2015, № 3, pp. 130–134.
4. Hataulin A.M. Ekonomiko-matematychni metody v planuvanni sil's'kohospodars'koho vyrobnytstva [Economic and Mathematical Methods in Agricultural Production Planning]. K. : Higher School, 2000. 260 p.
5. Vitlinsky V.V. Analiz, modelyuvannya ta upravlinnya ekonomichnym ryzykom [Analysis, Modeling and Management of Economic Risk]. K. : KNEU, 2000. 292 p.
6. Loboda O.M., Dymov V.S. Modeli ta metody informatsiynykh tekhnolohiy upravlinnya ahrarynoho sektoru ekonomiky za dopomohoyu dostatnykh umov optymal'nosti [Models and methods of information technologies of management of economy's agrarian sector with the help of optimality's sufficient conditions]. *Problems of information technology*. Kherson, 2018. Issue 01(023), pp.104–110.