

ISSN Print 2708-0366  
ISSN Online 2708-0374

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Херсонський державний аграрний університет»



# Таврійський науковий вісник

Серія: Економіка

Випуск 2



Видавничий дім  
«Гельветика»  
2020

*Рекомендовано до друку вченою радою ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет»  
(протокол № 7 від 27 лютого 2020 року)*

Таврійський науковий вісник. Серія: Економіка: Науковий журнал. Вип. 1. – Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2020. – 300 с.

Свідоцтво про Державну реєстрацію  
друкованого засобу масової інформації серія КВ № 23211-13051 Р,  
видане Міністерством юстиції України 22.03.2018 р.

Журнал включено до міжнародних каталогів  
наукових видань і наукометричних баз:  
Національна бібліотека України імені В.І. Вернадського,  
CrossRef, Index Copernicus.

**Редакційна колегія:**

**Кирилов Юрій Євгенович** – доктор економічних наук, професор, професор кафедри публічного управління та адміністрування, ректор ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет» (головний редактор).

**Бойко Вікторія Олександрівна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіки та фінансів ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Вольська Олена Михайлівна** – доктор наук з державного управління, професор, професор кафедри публічного управління та адміністрування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Грановська Вікторія Григорівна** – доктор економічних наук, доцент, декан економічного факультету ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Жосан Ганна Володимирівна** – кандидат економічних наук, доцент кафедри менеджменту організацій ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Крикунова Вікторія Миколаївна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри готельно-ресторанного та туристичного бізнесу ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Круковська Олена Володимирівна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри обліку і оподаткування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Мармуль Лариса Олександрівна** – доктор економічних наук, професор, професор кафедри обліку і оподаткування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Потравка Лариса Олександрівна** – доктор економічних наук, доцент, завідувач кафедри публічного управління та адміністрування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Пристемський Олександр Станіславович** – доктор економічних наук, доцент, доцент кафедри обліку і оподаткування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Яценко Вікторія Федорівна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри обліку і оподаткування ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет».

**Stanley R. Thompson** – Ph.D., Professor, The Ohio State University (Columbus, USA).

**ГРОШІ, ФІНАНСИ І КРЕДИТ****Повод Т.М., Адвокатова Н.О.**ПОВЕДІНКОВА ЕКОНОМІКА:  
СУТНІСТЬ ТА КОНЦЕПТУАЛІЗАЦІЯ ПОНЯТТЯ .....213**Танклевська Н.С., Синенко О.О.**МОЖЛИВОСТІ АДАПТАЦІЇ ЗАРУБІЖНОГО ДОСВІДУ  
ЩОДО ПОКРАЩЕННЯ ФІНАНСОВОГО МЕХАНІЗМУ  
ФУНКЦІОНУВАННЯ АГРАРНИХ ПІДПРИЄМСТВ .....221**Ярмоленко В.В.**

ПІДХОДИ ДО ВИЗНАЧЕННЯ СУТНОСТІ СТРАХУВАННЯ .....233

**БУХГАЛТЕРСЬКИЙ ОБЛІК, АНАЛІЗ ТА АУДИТ****Коваль С.В.**ОБЛІК ТОВАРНИХ ОПЕРАЦІЙ В УМОВАХ ВИКОРИСТАННЯ  
АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ .....241**Сакун А.Ж.**ОБЛІКОВА СИСТЕМА ЯК ІНФОРМАЦІЙНА БАЗА УПРАВЛІННЯ  
ЗБУТОВОЮ ДІЯЛЬНІСТЮ .....248**Скрипник С.В.**ОБЛІКОВО-АНАЛІТИЧНІ АСПЕКТИ ПРОЦЕСУ  
ВИРОБНИЧОГО ВІДТВОРЕННЯ .....253**Шепель І.В.**

ОБЛІК ОПОДАТКУВАННЯ НЕРУХОМОСТІ В УКРАЇНІ ТА ЗА КОРДОНОМ....260

**Яценко В.Ф.**КЛАСИФІКАЦІЯ СИСТЕМ ОБЛІКУ ВИТРАТ НА ВИРОБНИЦТВО  
ТА КАЛЬКУЛЮВАННЯ СОБІВАРТОСТІ ПРОДУКЦІЇ .....268**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ  
ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ****Димова Г.О.**ОЦІНКА СТАНІВ СИСТЕМИ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ  
ПРОЕКЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ПРИ ВИХІДНИХ КООРДИНАТАХ,  
ЩО ЧАСТКОВО СПОСТЕРІГАЮТЬСЯ.....274**Кавун Г.М.**РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ  
ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ АГРАРНОГО ПІДПРИЄМСТВА .....280**Ларченко О.В.**ЗАСТОСУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
В УПРАВЛІННІ КАПІТАЛОМ АГРАРНОГО ПІДПРИЄМСТВА .....287**Лобода О.М.**ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ РОЗВИТКУ  
АГРАРНОГО ПІДПРИЄМСТВА У ВИГЛЯДІ МАГІСТРАЛІ ЗРОСТУ .....295**Степаненко Н.В.**ДОСЛІДЖЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИРОБНИЦТВА ЯЄЦЬ  
ЗА ДОПОМОГОЮ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ.....303

---

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

---

УДК 62-50

DOI: <https://doi.org/10.32851/2708-0366/2020.2.34>

**Димова Г.О.**  
кандидат технічних наук,  
Державний вищий навчальний заклад  
«Херсонський державний аграрний університет»  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5294-1756>

**Dymova Hanna**  
State Higher Educational Institution  
«Kherson State Agrarian University»

## ОЦІНКА СТАНІВ СИСТЕМИ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ ПРОЕКЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ПРИ ВИХІДНИХ КООРДИНАТАХ, ЩО ЧАСТКОВО СПОСТЕРІГАЮТЬСЯ

### EVALUATION OF THE SYSTEM'S CONDITIONS OF ECONOMIC DYNAMICS BY PROJECTION METHODS AT PARTIALLY OBSERVED OUTPUT COORDINATES

---

*Задача знаходження оцінок станів систем економічної динаміки є досить поширеною при проектуванні оптимальних безперервних і дискретних систем управління при їх стохастичному та детермінованому розгляді. Розв'язання задачі при стохастичному знаходженні оцінок станів була заснована на методах факторизації кореляційних матриць повністю спостережуваних множин вихідних сигналів динамічних систем. В роботі розглядаються можливості розв'язувати окремі задачі знаходження оцінок та оптимальних управлінь методом проектування багатовимірних просторів на власні підпростори. Тут будемо розглядати їх в порядку зростаючих труднощів розв'язуваних завдань. При дослідженні систем економічної динаміки в окремих випадках всі вихідні координати системи допускають безпосереднє вимірювання і спостереження. За результатами зроблені висновки про застосування проекційних методів оцінювання станів системи економічної динаміки, коли відсутня частина вихідних сигналів.*

**Ключові слова:** динамічне програмування, евклідовий простір, ортогональність, матриця, визначник Грама, оптимальний закон управління.

*Задача нахождения оценок состояний систем экономической динамики является довольно распространенной при проектировании оптимальных непрерывных и дискретных систем управления при их стохастическом и детерминированном рассмотрении. Решение задачи при стохастическом нахождении оценок состояний была основана на методах факторизации корреляционных матриц полностью наблюдаемых множеств выходных сигналов динамических систем. В работе рассматриваются возможности решить отдельные задачи нахождения оценок и оптимальных управлений методом проектирования многомерных пространств на собственные подпространства. Здесь будем рассматривать их в порядке возрастающих сложностей решаемых задач. При исследовании систем экономической динамики в отдельных случаях все выходные координаты системы допускают непосредственное измерение и наблюдение. По результатам сделаны выводы о применении проекционных методов оценивания состояний системы экономической динамики в случае отсутствия части выходных сигналов.*

**Ключевые слова:** динамическое программирование, евклидово пространство, ортогональность, матрица, определитель Грама, оптимальный закон управления.

---

*The problem of finding estimates of the state of systems of economic dynamics is quite common in the design of optimal continuous and discrete control systems in their stochastic and deterministic consideration. The solution of the problem in a stochastic sense is considered in the work "Prediction of the structure of dynamic systems". It was based on the methods of factorization of correlation matrices of completely observable sets of output signals of dynamical systems and requires a significant number of assumptions about the properties of the matrices of the system. The article discusses the possibilities to solve individual problems of finding estimates and optimal controls by the method of designing multidimensional spaces on eigensubspaces. Here we will consider the problems of finding estimates and optimal controls in order of increasing complexity of the problems being solved. In the study of systems of economic dynamics in some cases, all output coordinates of the system allow direct measurement and observation. For linear systems of economic dynamics with such properties, the formation of an optimal control law as a function of state coordinates can be performed even if there are various deviations in the measurement. However, in engineering practice very often not all state coordinates allow observation and measurement. In these cases, the optimal control law is defined as a function of part of the best estimates of the state coordinates, determined by measuring the output signals of the system. Consequently, the problem of optimal control in a more general setting includes both the problem of finding the optimal estimate of the states of the system and the problem of optimal control. Based on the results of applying projection methods for assessing the state of the system of economic dynamics, it is concluded that the task is to find estimates for a multi-step process. As a result of this, estimates are successively found for all steps, and in each subsequent step, the found optimal solutions are used in the previous step, i.e. The principle of dynamic programming is implemented. Projection research methods also allow you to simultaneously and independently solve the problem of estimating the state vectors of the system of economic dynamics and finding the optimal control sequences.*

**Key words:** dynamic programming, Euclidean space, orthogonality, matrix, Gram determinant, optimal control law.

**Постановка проблеми.** Для лінійних систем економічної динаміки, що володіють властивостями, де всі вихідні координати системи допускають безпосереднє вимірювання і спостереження, формування оптимального закону управління як функції координат стану може здійснюватися навіть при наявності різних відхилень при вимірюванні. Однак в інженерній практиці дуже часто не всі координати стану допускають спостереження і вимірювання [2; 3]. У цих випадках оптимальний закон управління визначається як функція частини найкращих оцінок координат стану, які визначаються за вимірюваннями вихідних сигналів системи. Отже, проблема оптимального управління в більш загальній постановці включає в себе як проблему знаходження оптимальної оцінки станів системи, так і проблему оптимального управління.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Розв'язання задачі в стохастичному сенсі розглянута в роботі «Прогнозування структури динамічних систем» [1]. Вона була заснована на методах факторизації кореляційних матриць повністю спостережуваних множин вихідних сигналів динамічних систем і вимагає значного числа припущень про властивості матриць системи.

**Мета статті** полягає в знаходженні оптимальної оцінки станів системи економічної динаміки, коли відсутня частина вихідних сигналів, а також в розв'язанні задачі оптимального управління.

**Виклад основного матеріалу.** Для сучасної теорії управління при описі системи характерне використання змінних стану і застосування методів проектування, які оптимізують її рух управліннь в просторі можливих станів.

Найбільш часто при проектуванні систем управління використовуються наступні математичні методи:

- варіаційне обчислення;
- принцип максимуму;
- динамічне програмування.

У всіх випадках кінцевою метою проектування є визначення оптимального закону управління або керуючої послідовності, що доставляє максимум або мінімум заданому функціоналу, що характеризує якість системи [2].

Загальним зазначених трьох методів є використання варіаційного обчислення: перший метод має безпосереднє відношення до рівнянь Ейлера-Лагранжа, другий – до принципу Гамільтона, третій – до рівнянь Гамільтона-Якобі.

Рівняння Ейлера-Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{dq_i} \right) - \frac{dL}{dq_i} = 0, \quad (1)$$

де

$$L = L(\dot{q}_i, q_i) = T(\dot{q}_i, q_i) - V(q_i); \quad (2)$$

де  $L$  – лагранжиан;

$q_i$  – узагальнені координати.

Рівняння Лагранжа виводиться з варіаційного принципу Гамільтона: будь-яка динамічна система буде рухатися під дією консервативних сил з будь-якого початкового стану таким чином, щоб мінімізувати середню за часом різницю між кінетичної  $T(\dot{q}_i, q_i)$  і потенціальною  $V(q_i)$  енергіями. Функцію, яка має повну енергію системи через узагальнені координати  $q$  та імпульси  $p$ , називають функцією Гамільтона

$$H(\bar{p}, \bar{q}) = T_p + V; \quad (3)$$

та

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial q_i}; \quad \frac{\partial q_i}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial p_i}; \quad (4)$$

канонічне рівняння Гамільтона.

Розглянемо в узагальненому підході розв'язання цих задач на основі методу проєціювання просторів на підпростори і оцінімо труднощі та переваги цього підходу [4].

Нехай в унітарному або евклідовому просторі  $R$  даний довільний вектор  $\bar{x}$  і деякий підпростір  $S$  з базисом  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$ . Вектор  $\bar{x}$  можна представити (і до того ж єдиним способом) у вигляді суми

$$\bar{x} = \bar{x}_S + \bar{x}_N, \quad \bar{x}_S \in S, \quad \bar{x}_N \perp S \quad (5)$$

де  $\bar{x}_S$  – ортогональна проєкція вектора  $\bar{x}$  на підпростір  $S$ .

Під ортогональністю  $\perp$  до підпростору  $S$  розуміється ортогональність до всіх векторів з цього підпростору. Пояснимо це рисунком 1.

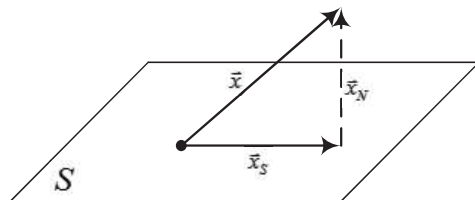


Рис. 1. Проєціювання  $\bar{x}$  на підпростір  $S$  [4]

Для встановлення розкладу (5) представимо  $\bar{x}_S$  в виді

$$\bar{x}_S = C_1 \bar{x}_1 + C_2 \bar{x}_2 + \dots + C_m \bar{x}_m, \quad (6)$$

де  $C_1, C_2, \dots, C_m$  – деякі комплексні або дійсні (для евклідова простору) числа. Для рисунку 1  $m = 2$ .

Для визначення цих чисел виходимо з співвідношень

$$(\bar{x} - \bar{x}_S, \bar{x}_k) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

Підставимо в (7) замість  $\bar{x}_S$  його вираз з (6)

$$\begin{cases} (\bar{x}_1 \bar{x}_1)C_1 + \dots + (\bar{x}_m \bar{x}_1)C_m + (\bar{x} \bar{x}_1)(-1) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ (\bar{x}_1 \bar{x}_m)C_1 + \dots + (\bar{x}_m \bar{x}_m)C_m + (\bar{x} \bar{x}_m)(-1) = 0 \\ \bar{x}_1 C_1 + \dots + \bar{x}_m C_m + \bar{x}_S (-1) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Розглянемо цю систему рівностей як систему лінійних однорідних рівнянь, що мають нульовий розв’язок  $C_1, C_2, \dots, C_m, -1$ , прирівняємо її визначник нулю (попередньо транспонував його відносно головної діагоналі)

$$\begin{vmatrix} (\bar{x}_1 \bar{x}_1) & \dots & (\bar{x}_1 \bar{x}_m) & \bar{x}_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\bar{x}_m \bar{x}_1) & \dots & (\bar{x}_m \bar{x}_m) & \bar{x}_m \\ (\bar{x} \bar{x}_1) & \dots & (\bar{x} \bar{x}_m) & \bar{x}_S \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

Виділяючи з цього визначника член, що містить  $\bar{x}_S$ , отримаємо

$$\bar{x}_S = \frac{\begin{vmatrix} \Gamma & \bar{x}_1 \\ \dots & \dots \\ \bar{x}_m & \bar{x}_m \\ (\bar{x} \bar{x}_1) & \dots & (\bar{x} \bar{x}_m) & 0 \end{vmatrix}}{\Gamma} \quad (10)$$

де  $\Gamma = \Gamma(\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_m)$  – визначник Грама для векторів  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  (в силу незалежності цих векторів  $\Gamma \neq 0$ ).

З (5)

$$\bar{x}_N = \bar{x} - \bar{x}_S = \frac{\begin{vmatrix} \Gamma & \bar{x}_1 \\ \dots & \dots \\ \bar{x}_m & \bar{x}_m \\ (\bar{x} \bar{x}_1) & \dots & (\bar{x} \bar{x}_m) & 0 \end{vmatrix}}{\Gamma} \quad (11)$$

Формули (3.10) та (3.11) виражають проекцію  $\bar{x}_S$  вектора  $\bar{x}$  на підпростір  $S$ , спостережуваних на виході (вимірних на виході векторів параметрів процесу, що протікає в системі), по лінійним комбінаціям яких будемо знаходити (відновлювати) оцінки векторів простору станів системи [4].

Позначимо  $\bar{y}$  – довільний вектор множини векторів в  $S$ , а  $\bar{x}$  – довільний вектор в  $R$ . Якщо вектори побудувати з початку координат, то  $|\bar{x} - \bar{y}|$  і  $|\bar{x} - \bar{x}_S|$  будуть відповідно дорівнювати величинам похилої і висоти, проведеної з кінця вектора  $\bar{x}$  до поверхні  $S$  (рис. 1). Тому, записуючи, що висота коротше похилої, маємо  $h = |\bar{x} - \bar{x}_S| \leq |\bar{x} - \bar{y}|$  (знак рівності буде лише при  $\bar{y} = \bar{x}_S$ ). Таким чином, серед всіх векторів  $\bar{y} \in S$  вектор  $\bar{x}_S$  найменш ухиляється від заданого вектора  $\bar{x} \in R$ . Величина  $h = \sqrt{(\bar{x} - \bar{x}_S)(\bar{x} - \bar{x}_S)}$  заданого вектора  $\bar{x} \in R$  є квадратичною похибкою при наближенні  $\bar{x} \oplus \bar{x}_S$ .

Застосуємо цей підхід до розв’язання задачі управління багатомірною системою з координатами недоступними для спостереження. У цих випадках тільки вихідні сигнали можуть бути виміряні безпосередньо.

Вимірювані координати відносять до вихідних змінних і позначають через  $y_1, y_2, \dots, y_p$ , вважаючи їх компонентами вектора  $\bar{y}$ .

При розв’язанні задачі будемо вважати, що вихідні змінні є лінійними функціями координат стану  $\bar{x}(k)$  і пов’язані з останніми лінійним перетворенням

$$\bar{y}(k) = \mathbf{M} \bar{x}(k), \quad (12)$$

де  $\bar{x}$  –  $n$ -мірний вектор;

$\bar{y}$  –  $p$ -мірний вектор;

$\mathbf{M}$  – матриця розміру  $p \times n$  з  $p \leq n$ .

В тому випадку, коли розмірність вектора виходу менше вектора стану, матриця  $\mathbf{M}$  є прямокутною і не має оберненої матриці. За змістом ця матриця є матрицею виходу (матрицею вимірюваних змінних) [2; 3].

При дослідженні можливості оптимального управління будемо виходити з того, що система описується векторно-матричним диференціальним рівнянням [1; 2; 3].

$$\dot{\bar{x}} = \mathbf{A}(t)\bar{x}(t) + \mathbf{D}(t)\bar{m}(t) + \bar{n}(t), \quad (13)$$

де  $\bar{x}(t)$  –  $n$ -мірний вектор, що представляє змінні стану;

$\bar{m}(t)$  –  $k$ -мірний вектор, що представляє управляючі впливи;

$\bar{n}(t)$  –  $s$ -мірний вектор, що представляє зовнішні випадкові впливи;

$\mathbf{A}(t)$  – матриця коефіцієнтів процесів, що протікають в системі;

$\mathbf{D}(t)$  – матриця управління.

Розв'язання рівняння (13) має вигляд

$$\bar{x}(t) = \varphi(t, t_0)\bar{x}(t_0) + \int_{t_0}^t [\varphi(t, \tau)\mathbf{D}(\tau)\bar{m}(\tau) + \bar{n}(\tau)]d\tau, \quad (14)$$

де  $\varphi(t, t_0)$  – матриця переходу, що задовольняє однорідному диференційному рівнянню

$$\frac{d\varphi(t, t_0)}{dt} = \mathbf{A}(t)\varphi(t, t_0) \quad (15)$$

і співвідношенню

$$\varphi(t_0, t_0) = \mathbf{I}, \quad (16)$$

де  $\mathbf{I}$  – одинична матриця.

В дискретних динамічних системах з цифровим управлінням  $m(\tau) = m(kT)$  для  $kT \leq \tau \leq (k+1)T$  розв'язання в дискретній формі дається рівнянням перехідних станів

$$\bar{x}(k+1) = \varphi(k)\bar{x}(k) + G(k)\bar{m}(k) + \bar{u}(k), \quad (17)$$

де

$$\varphi(k) = \varphi((k+1)T, kT), \quad (18)$$

$$G(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \varphi((k+1)T, \tau)\mathbf{D}(\tau)d\tau, \quad (19)$$

$$\bar{u}(k) = \int_{kT}^{(k+1)T} \varphi((k+1)T, \tau)\bar{n}(\tau)d\tau, \quad (20)$$

Принцип побудови оптимальних управлінь системи економічної динаміки визначається також показником якості, у вимогах якого враховуються обмеження, при дотриманні яких гарантується фізична реалізація оптимального управління динамічною системою. При реалізації цифрових систем управління показник якості визначається квадратичною формою [2; 3].

$$J_N = \sum_{k=1}^N \{ [\bar{x}^d(k) - \bar{x}(k)]\mathbf{Q}(k)[\bar{x}^d(k) - \bar{x}(k)] + \lambda \bar{m}'(k-1)\mathbf{H}(k-1)\bar{m}(k-1) \}, \quad (21)$$

де  $\bar{x}^d(k)$  – вектор бажаного стану;

$\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{H}$  – позитивно визначені симетричні матриці;

$$\hat{m}^{\circ}(k/k) = \mathbf{V}(N-k)\hat{x}(k/k), \quad (22)$$

де  $\mathbf{V}(N-k)$  – матриця оберненого зв'язку, елементами якої є коефіцієнти оберненого зв'язку (вона змінюється в часі, так як обчислюється на кожному кроці);

$\hat{x}(k/j)$  – оцінка вектора стану  $\bar{x}(k)$ , яка використовує виміряні значення



$$\bar{y}(j), \bar{y}(j-1), \dots, \bar{y}(0) \quad (23)$$

вектора виходу, оптимальна в тому сенсі, що очікуване середнє значення

$$E\{[\bar{x}(k) - \hat{x}(k/j)]^T [\bar{x}(k) - \hat{x}(k/j)]\} \quad (24)$$

мінімально, де згідно формули (3.5) і рис. 1  $\hat{x}(k/k)$  – це ортогональна проекція вектора стану на підпростір  $Y(j)$ . Тому

$$\bar{x}(k) = \hat{x}(k/k) + \tilde{x}(k/k), \quad (25)$$

$Y(j)$  є підпростором простору  $\bar{X}(k)$  – простору векторів стану динамічної системи.

Згідно (3.25) вектор оптимального управління можна записати у вигляді суми його ортогональної проекції  $\hat{m}^\circ(k/k)$  на підпростір  $Y(j)$  і його нормальної компоненти  $\tilde{m}^\circ(k/k)$ . З урахуванням формули (5) і рис. 1 за аналогією можна записати

$$\hat{m}^\circ(k/k) + \tilde{m}^\circ = \mathbf{B}(N-k)\hat{x}(k/k) + \mathbf{B}(N-k)\tilde{x}(k/k). \quad (26)$$

Використовуючи основні властивості ортогональної проекції [4], знаходимо

$$\begin{aligned} \hat{m}^\circ(k/k) &= \mathbf{B}(N-k)\hat{x}(k/k) \\ \tilde{m}^\circ(k/k) &= \mathbf{B}(N-k)\tilde{x}(k/k) \end{aligned} \quad (22)^*$$

Ортогональна проекція  $\hat{m}^\circ(k/k)$ , яка є найкращою оцінкою для  $\tilde{m}^\circ(k)$ , пов'язана лінійно з найкращою оцінкою для  $\bar{x}(k)$ . Нормальна компонента вектора  $\tilde{m}^\circ(k)$  являє собою помилку оцінки. Оцінка  $\tilde{m}^\circ(k)$  фізично реалізується, так як є функцією оцінки  $\hat{x}(k/k)$ , яка може бути визначена за вимірюваннями вихідних сигналів.

Покажемо тепер, що використовуючи принцип оптимальності і коли замість вектора оптимального управління  $\tilde{m}^\circ(k)$  використовується його найкраща оцінка і якість системи визначається по мінімуму середнього значення  $J_N$  вираз (22) описує оптимальний закон управління [5]. При доказі цього використовується симетричність матриць  $\mathbf{Q}$  і  $\mathbf{H}$  [4; 5]. Позначимо мінімум очікуваного середнього значення  $J_N$  через

$$f_N[\bar{x}(0)] = \min_{\tilde{m}(j)} EI_N, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (27)$$

Вочевидь, що коли  $\tilde{m}(j) = \tilde{m}^\circ(j)$ , то  $EI_N = f_N$  та  $EI_N - f_N = 0$ . Однак, коли  $\tilde{m}(k) = \tilde{m}^\circ(k)$ , то  $EI_N - f_N > 0$ , тобто вводиться помилка, так як за визначенням  $f_N$  є мінімумом для  $EI_N$ . Отже, задача полягає у визначенні для  $\tilde{m}^\circ(k)$  оцінки, що мінімізує помилку  $EI_N - f_N$ , обумовлену нереалізованістю  $\tilde{m}^\circ(k)$ . Ця оцінка називається найкращою оцінкою і вона дається ортогональною проекцією  $\hat{m}^\circ(k/k)$  і тому рівняння (22) визначає оптимальний закон управління для процесів з координатами, недоступними для вимірювання.

**Висновки.** Задача зводиться до знаходження оцінок для багатокрокового процесу, в результаті якого послідовно знаходяться оцінки для всіх кроків і в кожному наступному кроці використовуються знайдені оптимальні розв'язки на попередньому кроці, тобто реалізується принцип динамічного програмування [5].

Проекційні методи дослідження дозволяють одночасно і незалежно розв'язувати задачу оцінювання векторів стану системи економічної динаміки і знаходження оптимальних управляючих послідовностей.

#### Список використаних джерел:

1. Марсанов В.В., Забытовская О.И., Дымова А.О. Прогнозирование структуры динамических систем. *Вісник ХНТУ*. 2012. № 1(44). С. 292–302.
2. Сейдж Э.П., Уайт III Ч.С. Оптимальное управление системами. Москва : Радио и связь, 1982. 392 с.
3. Ту Ю. Современная теория управления. Москва : Машиностроение, 1971. 472 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. 560 с.
5. Беллман Р. Динамическое программирование. Москва : ИЛ, 1960. 400 с.

**References:**

1. Marasanov V.V., Zabytovskaya O.I., Dymova A.O. (2012). Prognozirovaniye struktury dinamicheskikh sistem [Forecasting the structure of dynamic systems]. *Visnik KHNTU*, № 1(44), pp. 292–302.
2. Seydzh E. P., Uayt III CH. S. (1982). Optimal'noye upravleniye sistemami [Optimal control systems]. Moskva: Radio i svyaz', 392 p.
3. Tu Yu. (1971). Sovremennaya teoriya upravleniya [Modern management theory]. Moskva: Mashinostroyeniye, 472 p.
4. Gantmakher F.R. (2004). Teoriya matrits [Matrix Theory]. Moskva: FIZMATLIT, 560 p.
5. Bellman R. (1960). Dinamicheskoye programmirovaniye [Dynamic programming]. Moskva: IL, 400 p.

УДК 519.86:[334.72:63]

DOI: <https://doi.org/10.32851/2708-0366/2020.2.35>**Кавун Г.М.**

старший викладач кафедри прикладної математики  
та економічної кібернетики,  
Державний вищий навчальний заклад  
«Херсонський державний аграрний університет»  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2912-4536>

**Kavun Halyna**

State Higher Educational Institution  
«Kherson State Agrarian University»

**РОЗРОБКА ТА ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ  
ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ  
ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ АГРАРНОГО ПІДПРИЄМСТВА**

**DEVELOPMENT AND RESEARCH OF METHODS ECONOMIC  
AND MATHEMATICAL MODELING FOR OPTIMAL MANAGEMENT  
OF AGRICULTURAL ENTERPRISES**

*Досліджено методи та алгоритми рішення задач впровадження економіко-математичного моделювання в процес управління аграрними підприємствами з метою підвищення ефективності їх роботи в умовах розвитку ринкових відносин. Охарактеризовано загальні підходи до управління підприємства та наведено критерії оптимальності в сучасних умовах господарювання. Показана необхідність удосконалення методів оптимізації управління аграрними підприємствами, пов'язаних з побудовою моделі, кінцевим результатом якої буде можливість керівництву приймати оптимальні управлінські рішення. Встановлено необхідність створення, на основі достатніх умов оптимальності, моделі оптимального розвитку аграрного підприємства. Розроблена економіко-математична модель оптимізації управління аграрного підприємства.*

**Ключові слова:** модель, система управління, оптимізаційні моделі, економічна ефективність, оптимальне управління.

*Исследованы методы и алгоритмы решения задач внедрения экономико-математического моделирования в процесс управления аграрными предприятиями с целью повышения эффективности их работы в условиях развития рыночных отношений. Охарактеризованы общие подходы к управлению предприятиями и приведены критерии оптимальности в современных условиях хозяйствования. Показана необходимость усовершенствования методов управления аграрных предприятий, которые связаны с построением модели, конечным результатом которой будет возможность руководителю принимать оптимальные управленческие решения. Установлена необходимость создания, на основе достаточных*

# **Таврійський науковий вісник**

## **Випуск 2**

### **Серія: Економіка**

Адреса редакції:  
73006, м. Херсон, вул. Стрітенська, 23  
Телефон редакції: +38 (099) 707-54-52  
Електронна пошта: [editor@tnv-econom.ksauniv.ks.ua](mailto:editor@tnv-econom.ksauniv.ks.ua)  
Сторінка журналу: [www.tnv-econom.ksauniv.ks.ua](http://www.tnv-econom.ksauniv.ks.ua)

Підписано до друку 06.03.2020 р.  
Формат 70x100/16. Папір офсетний.  
Умовн. друк. арк. 36,50.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»  
73021, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а  
Телефони: +38 (0552) 39-95-80, +38 (095) 934-48-28, +38 (097) 723-06-08  
E-mail: [mailbox@helvetica.com.ua](mailto:mailbox@helvetica.com.ua)  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.