УДК 330.46

О. М. Лобода,
к. т. н., доцент, доцент кафедри прикладної математики та економічної кібернетики, ДВНЗ "Херсонський державний аграрний університет"
ORCID ID:0000-0001-9826-9443

DOI: 10.32702/2306-6792.2020.10.71

УДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ ВВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ВИРОБНИЧИХ ЗАСОБІВ АГРАРНОГО ПІДПРИЄМСТВА З УРАХУВАННЯ ФАКТОРУ ЗАПІЗНЮВАННЯ

O. Loboda,
PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of applied mathematics and economic cybernetics, SHEI "Kherson state agrarian university"

IMPROVEMENT THE MODEL INTRODUCTION A FIXED ASSETS AN AGRICULTURAL ENTERPRISES TAKING INTO ACCOUNT DELAY FACTOR

У статті показано необхідність створення моделей, заснованих на огляді динаміки підприємства, які виконують завдання оптимального та оперативного управління аграрними підприємствами, враховуючи особливості розподілу валового продукту на різних етапах. Встановлено необхідність використання моделі запізнювання між інвестиціями та введенням нових виробничих фондів за власний рахунок. Показано, що поряд з цією моделлю, використовується підхід до моделювання запізнювання на основі розподіленого лага, за якого передбачається, що інвестиції, які виділяються на розвиток основних фондів, освоюються поступово. Виконано уточнення моделі запізнення під час освоєння капітальних вкладень на основі аналізу моделей і методів управління аграрними підприємствами. Розглянуто оптимізаційну модель введення основних виробничих засобів аграрного підприємства, яка враховує не тільки динаміку, але й ціль розвитку економіки й дозволяє вирішувати задачі поведінки виробника.

The study examines necessity of creating models based on an overview of dynamics of an enterprise, which performs tasks of optimal and prompt management of agricultural enterprises, taking into account peculiarities of distribution of gross product at different stages. The research provides valuable information regarding necessity of using a delay model between investments and introduction of new production funds at own expense. It is shown that, along with this model, a delay modeling approach is used based on a distributed lag, which assumes that investments allocated for development of fixed assets are gradually utilized. It is established that the existing optimization models do not take into account delays in the development of capital investments, this necessitates the creation a model of optimal development, the main balanced growth characteristic an agricultural enterprise. The possibility of maintaining non-linear production functions in the interindustry balance has been investigated. It allows taking into account the possibility of mutual replacement a labor and funds in industries and the labor productivity dependence on capital-labor ratio. It is shown that the use of identification methods and models makes it possible to comprehensively study the dynamic properties of agricultural enterprises with the aim optimal management and improve the model analysis, and allows us to build a growth model for an agricultural enterprise. Delay model in development of capital investments was refined based on the analysis of models and methods of management of agrarian enterprises. The optimization model of introduction basic production means of an agrarian enterprise is considered. It introduces not only dynamics, but also purpose of economic development and allows to solve problems of manufacturer behavior. It is established that in the model under consideration for each fixed rate of accumulation there is a single path growth balanced or development an agricultural enterprise. It is shown that the balanced growth trajectory plays an important role among the many trajectories of the single-product model and is used to describe the economy a real agricultural enterprise. The proposed balanced growth mode can be used to calculate economic indicators at sufficiently large time values, regardless the initial values of these indicators.

Ключові слова: система управління, математична модель, ідентифікація системи, виробничі функції, оптимізація управління.
Key words: management system, mathematical modeling, system identification, production functions, optimization of management.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У наш час нестабільність сучасних ринкових відносин призвела до того, що на передній план вийшло завдання підвищення ефективності та стійкості функціонування аграрного підприємства. Питання оптимізації структури виробництва за рахунок введення основних засобів набувають особливого значення у зв'язку з збільшенням аграрного виробництва та зростанням попиту на сільськогосподарську продукцію. Завдання оптимального та оперативного управління аграрними підприємствами ефективно вирішуються шляхом створення моделей, заснованих на огляді динаміки підприємства. Для цього необхідно враховувати особливості розподілу валового продукту на різних етапах, а також запізнювання між інвестиціями та введенням нових виробничих фондів за власний рахунок. Використання методів і моделей ідентифікації дозволяє всебічно вивчити динамічні властивості аграрних підприємств з метою оптимального управління. Удосконалення та аналіз моделі дозволяє побудувати модель зросту сільськогосподарського підприємства.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

В економічної теорії вивченням виробничої структури агарних підприємств, її характеристик та критеріїв оптимальності присвячені роботи: С.П. Азізова, П.К. Канінського, В.Г. Андрійчука та ін. Обгрунтування оптимальних розмірів аграрних підприємств та їх ефективна організація виробництва відображено у наукових працях В.К. Збарського, В.І. Мацибори, А.А.Чалого, В.В. Марасанова. Питанням використання оптимізаційних моделей з метою оптимального управління аграрними підприємствами присвячені роботи В.В. Вітлінського, О. Г. Івахненка, М.В. Кузубова, І.В Стеценко. Аналіз підходів у дослідженні та моделюванні управління аграрними підприємствами показав, що всі існуючі на сьогодні наукові та практичні розробки з проблем організації і функціонування мають ряд недоліків, а саме, відсутня методика побудови моделі управління аграрними підприємствами з використанням керуючого впливу підприємства обсягу інвестицій, виключно важливого механізму взаємодії і регулювання процесів аграрного підприємства в динаміці. Існуючі оптимізаційні моделі не враховують запізнювання під час освоєння капітальних вкладень, що обумовлює необхідність створення моделі оптимального розвитку, основну характеристику збалансованого зросту аграрного підприємства. Актуальність цієї проблеми, недостатність її вивчення зумовили розглядати оптимізаційну модель з урахуванням фактора запізнювання введення основних виробничих засобів, вибираючи в якості критерію оптимальності максимум споживання.

ФОРМУВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

На основі адаптації та аналізу моделей і методів управління аграрними підприємствами виконати уточнення моделі запізнення під час освоєння капітальних вкладень, що дозволяє будувати оптимізаційну модель введення основних виробничих засобів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Під час моделювання процесів аграрного виробництва одним з головних питань є формування взаємозв'язків факторів з урахуванням запізнювання. Існує два підходи при моделюванні запізнювання в процесі освоєння капітальних вкладень. Перший з них припускає наявність інтервалу часу τ, по закінченні якого капіталовкладення перетворюються в основні фонди. У цьому випадку можна вважати, що зміна основних фондів у момент t відбувається за рахунок інвестицій, виділених у момент $t-\tau$. Тоді модель приросту основних фондів $K(t)$ у безперервному варіанті має вигляд:

$K(t)= -\mu K(t)+I(t-\tau)$.

Ця модель є рівнянням з запізнюванням або з аргументом, що відхиляється. Величина τ називається параметром запізнювання та виражає значення лага, тобто часу, необхідного на освоєння інвестицій [1, с. 132].

Поряд з даною моделлю, використовується підхід до моделювання запізнювання на основі розподіленого лага. Водночас передбачається, що інвестиції, які виділяються на розвиток основних фондів, освоюються поступово. Це значить, що якщо в момент часу τ виділено інвестиції $I(\tau)$, тобто в момент часу t буде освоєна частина $N(t,\tau)$ основних фондів. Якщо тепер взяти всі моменти часу $\tau<t$, то одержимо наступну формулу для освоєння основних фондів $V(t)$ у момент часу t:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{t} N(t,\tau)I(\tau)d\tau \qquad (1).$$

У випадку дискретної моделі, коли інвестиції утворяться в моменти часу $t \geq t_1 > t_2 > \ldots > t_n >$, формулу (1) представимо в такий спосіб:

$$V(t) = \sum_{i=-\infty}^{0} N(t,t_i)I(t_i), \qquad t_i = t + i \qquad (2).$$

Якщо частина інвестицій, утворених у момент часу τ і введених у дію в момент t, залежить лише від проміжку часу освоєння $t-\tau$, тоді йдеться мова про стаціонарність процесу введення інвестицій у дію [4 с. 34]. У цьому випадку функція $N(t, \tau)$ буде, ймовірно, залежати лише від $t-\tau$ і, отже, дорівнює $N(t-\tau)$ та формула (1) тоді прийме вид:

$$V(t) = \int_{-\infty}^{t} N(t-\tau) I(\tau) d\tau \qquad (3).$$

Введемо нову змінну $\theta = t-\tau$. Якщо $\tau \to -\infty$, тоді $\theta \to \infty$, а якщо $\tau = t$, тоді $\theta = 0$. Тоді вираження для $V(t)$ прийме вигляд:

$$V(t) = \int_{0}^{\infty} I(t-\theta) N(\theta) d\theta \qquad (4).$$

Функція $N(\theta)$ характеризує процес введення в дію капіталовкладень. Під час моделювання інвестиційного лага використовуються різні способи завдання функції $N(\theta)$ [5, с. 214]. Ми будемо задавати її у вигляді $N(\theta)=\lambda e^{-\lambda\theta}$. Якщо процес освоєння інвестицій є стаціонарним і $I(\tau)=I=const$ при $-\infty<\tau\le t$, тоді істотною є вимога $V(t)=I$. Підставивши $I(\tau)=I$ і $V(t)=I$ у формулу (3), одержимо $I = \int_{0}^{\infty} IN(\theta) d\theta$, звідки, скорочуючи на I, маємо $\int_{0}^{\infty} N(\theta) d\theta = 1$. При $\theta \to \infty$, частка інвестицій, що вводиться, повинна спадати до нуля, тобто має місце співвідношення $\lim_{\theta \to \infty} N(\theta) = 0$. Розглянута функція розподілу лага $N(\theta)=\lambda e^{-\lambda\theta}$ задовольняє перерахованим умовам, тому що $\int_{0}^{\infty} \lambda e^{-\lambda\theta} d\theta = 1, \lim_{\theta\to\infty} e^{-\lambda\theta} = 0.$

Для одержання рівняння швидкості введення капітальних вкладень обчислимо похідну лівої й правої частин співвідношення (4). Обчислюючи похідну правої частини за правилом диференціювання інтеграла, одержимо $\dot{V}(t) = \int_{0}^{\infty} \frac{\partial I(t-\theta)}{\partial t} N(\theta) d\theta$. Інтеграл можна обчислити вроздріб:

$$\dot{V}(t) = -\int_{0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial\theta} I(t-\theta) N(\theta) d\theta = \int_{0}^{\infty} N(\theta) dI(t-\theta) =$$

$$= N(\theta) I(t-\theta) \Big|_{0}^{\infty} - \int_{0}^{\infty} I(t-\theta) dN(\theta) = -N(0) I(t) - \int_{0}^{\infty} I(t-\theta) \dot{N}(\theta) d\theta.$$

При обчисленні була використана рівність $\lim_{\theta\to\infty} N(\theta) = 0$. Співвідношення (5) дає шукане рівняння для $\dot{V}(t)$:

$$\dot{V}(t) = N(0) I(t) + \int_{0}^{\infty} I(t-\theta) N(\theta) dt \qquad (5).$$

Для експонентного закону запізнювання рівняння (5) спрощується. У цьому випадку $\dot{N}(\Theta) = -\lambda^2 e^{-\lambda\Theta} = \lambda N(\Theta)$ й $N(0)=\lambda$. Тому рівняння (5) представимо у вигляді $\dot{V}(t) = \lambda I(t) - \lambda \int_{0}^{\infty} I(t-\theta) N(\theta) dt.$ Але з урахуванням (4) останній доданок буде дорівнювати $-\lambda V(t)$, тому остаточно одержимо

$$V(t) = \lambda I(t) - \lambda V(t) \qquad (6).$$

Співвідношення (6) показує, що у випадку експонентного закону запізнювання, обсяг капітальних вкладень, що вводять у дію, може бути знайдений за допомогою рішення звичайного диференціального рівняння (6). Водночас необхідно задати значення $I(t)$ і початкове значення $V(t)=V_0$. Після цього $V(t)$ визначається як рішення задачі Коші. Тепер модель росту основних фондів буде виглядати:

$$\dot{K}^i = -\mu^i K^i + V^i, \qquad \dot{V} = -\lambda^i V^i + \lambda^i I^i. \qquad (7).$$

Залежності типу (6) і (7) можуть бути отримані й у дискретній моделі запровадження в дію основних фондів (4). Аналогом співвідношення (4) є при цьому функція:

$$N(\theta)=\lambda(1-\lambda)^{\theta} \qquad (8),$$

яка, як неважко перевірити, задовольняє умові

$$\sum_{\theta=0}^{\infty} \lambda(1-\lambda)^{\theta} = 1 \qquad (9).$$

Припустимо, як і в безперервному випадку, що функція, яка фігурує в ньому $N(t,ti)$ залежить лише від різниці $t-t_i$. Позначаючи цю різницю через θ і застосувавши для $N(\theta)$ формулу (8), представимо співвідношення (2) у вигляді:

$$V(t) = \sum_{\theta=0}^{\infty} \lambda(1-\lambda)^{\theta} I(t-\theta) \qquad (10).$$

Або

$$V(t) = \lambda I(t) + \sum_{\theta=1}^{\infty} \lambda(1-\lambda)^{\theta} I(t-\theta) \qquad (11).$$

Якщо позначити $\theta - 1 = \tau$ можна представити у вигляді

$$\sum_{\theta=1}^{\infty} \lambda(1-\lambda)^{\theta} I(t-\theta) = (1-\lambda) \sum_{\tau=0}^{\infty} \lambda(1-\lambda)^{\tau} I((t-1)-\tau) \qquad (12).$$

Аналізуючи рівності (7)—(10), одержимо таку формулу:

$$V(t)=\lambda I(t)+(1-\lambda)V(t-1) \qquad (13).$$

Останнє рівняння дозволяє визначити, яким буде введення в дію капітальних вкладень $V(t)$, якщо відомо, якими були самі капітальні вкладення. Воно є дискретним аналогом рівняння (6).

Розглянемо оптимізаційну модель, де в якості критерію оптимальності передбачається максимізувати дисконтовану суму споживання [2, с. 308].

$$f = \int_{t_0}^{T} \Theta(t)C(t)dt \to \max \qquad (14),$$

де $C(t)$ — невиробниче споживання; $\Theta(t)$ — функція дисконтування, що відображає міру переваги споживання.

Отже, якщо визначається задача оптимального розвитку аграрного підприємства, тоді її можна сформулювати в такий спосіб: визначити такий варіант випуску продукції $X(t)$ і таке невиробниче споживання $C(t)$, які забезпечать найбільше інтегральне дисконтування споживання [6, с. 125].

Розглянута оптимізаційна модель враховує не тільки динаміку, але й ціль розвитку економіки й дозволяє вирішувати задачі поведінки виробника. Кількісне визначення оптимального варіанта розвитку за допомогою цієї моделі пов'язане з використанням апарата теорії оптимального управління [7, с. 84].

Розглянемо економіку, представлену n галузями, кожна з яких ідентифікується галузевим рівнянням відтворення основних фондів у припущенні, що валові капітальні вкладення повністю витрачаються без обліку запізнювання на приріст основних виробничих фондів і на амортизаційні відрахування:

$$\dot{K}^i = I^i - \mu^i K^i,\ i = \overline{1,n} \qquad (15),$$

де I^i — інтенсивність валових капітальних вкладень i галузі; μ^i — коефіцієнт амортизаційних відрахувань i галузі; K^i — основні фонди і галузі.

При відомому рівні основних виробничих фондів у базисному році:

$$K^i(0)=K^i_0 \qquad (16),$$

виробничі можливості галузей обмежені виробничою функцією галузі

$$0 \le X^i \le F^i(t, K^i, L^i) \qquad (17),$$

де X^i — інтенсивність валових інвестицій галузі; L^i — трудові ресурси і галузі.

Міжгалузеві зв'язки представлені балансовими відносинами:

$$X^i = \sum_{j=1}^{n} a^i_j X^j + Y^i \qquad (18),$$

$$Y^i = \sum_{j=1}^{n} d^i_j I^i + C^i, i = \overline{1,n} \qquad (19),$$

де Y^i — інтенсивність кінцевого продукту і галузі; d_j — структурні коефіцієнти основних виробничих фондів; C^i — інтенсивність невиробничого споживання і галузі.

Трудові ресурси галузей обмежені нерівністю

$$\sum_{i=1}^{n} L^i \le L^* \qquad (20).$$

Крім того, з економічних міркувань

$$I^i \ge 0,\ C^i \ge C^i_m,\ K^i \ge 0 \qquad (21).$$

В якості вихідної інформації задаються початкові значення основних виробничих фондів K^i_0, коефіцієнти амортизації галузей μ^i, матриця коефіцієнтів прямих витрат $A=(a^i_j(t))$, матриця структури фондів (d^i_j), сумарні трудові ресурси $L(t)$, виробничі функції галузей $F^i(t, K, L)$.

Необхідно знайти модель процесу $v=(X(t),Y(t),I(t),C(t),K(t),L(t))$, оптимального в змісті $f(v) = \int_0^x e^{-\delta t} g(t,C)dt \to \max_D$, де D — множина процесів (планів), обумовлених умовами (15)—(21); δ — коефіцієнт дисконтування; $g(t,C)$ — функція корисності.

Введення нелінійних виробничих функцій у міжгалузевий баланс дозволяє врахувати можливість взаємного заміщення труда й фондів у галузях і залежність продуктивності труда від фондоозброєності.

Розглянемо однопродуктову модель розвитку аграрного господарства. Рівняння моделі можна записати в такому вигляді

$$X=a+Y,\ \ Y=I+C,\ K=-\mu K+I,\ X=F(K,L) \qquad (22),$$

де X — валовий продукт; Y — кінцевий (чистий) продукт; I — інвестиції в розвиток виробництва; C — невиробниче споживання; K — основні виробничі фонди; L — трудові ресурси; а — коефіцієнт прямих витрат; μ — норма вибуття основних фондів; $F(K, L)$ — виробнича функція господарства.

У цій моделі трудові ресурси $L(t)$ задаються екзогенно. Припустимо, що зростання трудових ресурсів відбувається з постійним темпом, рівним n, тоді $n = \frac{\dot{L}}{L}$ або $L\ L_0 e^{nt}$. Уведемо величину s за допомогою співвідношення $s=I/Y$. Ця величина є часткою кінцевої продукції, вкладену в розширення виробництва й називається часткою накопичення. Її зв'язок з величиною $u=C/Y$ — часткою споживання, що виражається співвідношенням $s=u+1$.

Для виробничої функції $F(K,L)$ будемо припускати, що вона і її похідні задовольняють вимогам, сформульованим раніше.

Управління аграрним підприємством будемо вести завданням частки споживання й накопичення [8, с. 211]. Зі співвідношення (22) визначаємо програму споживання та розширення виробництва, на основі залежностей $C(t)$, $I(t)$, пов'язаних співвідношенням $I+C=Y$, тобто тим самим одержуємо однозначну відповідь, якими будуть інші економічні показники, що характеризують у рамках цієї моделі господарство.

Для математичного дослідження моделі зручно ввести "відносні" змінні. Перехід до новим змінного задамо формулами:

$$x = \frac{X}{L},\ k = \frac{X}{K},\ c = \frac{C}{L} \qquad (23),$$

де x — продуктивність труда, тобто кількість виробленої продукції розраховуючи на одного робітника; k — фондоозброєність труда; c — споживання на одного робітника.

Виключивши тепер із системи (22) змінні Y і I, представимо її у вигляді:

$$(1-a)X = \dot{K} + \mu K + C \qquad (24).$$

Виконавши в рівнянні (24) заміну змінних $X=xL$, $K=kL$, $C=cL$, одержимо $(1-a)xL = \dot{k}L + k\dot{L} + \mu kL + cL$. З огляду на (23), скорочуючи обидві частини рівності на L, будемо мати:

$$(1-a)x = \dot{k} + kn + \mu k + c \qquad (25).$$

Скористаємося властивістю лінійної однорідності виробничої функції й покладемо $\lambda = 1/L$. Тоді $X/L=F(K/L,1)$ або, вводячи відповідні позначення,

$$x=f(k) \qquad (26).$$

Тут функція $f(k)$, яка випливає із властивостей виробничої функції, буде мати такі властивості:

$f(0) = 0; \frac{\partial f}{\partial k} > 0; \frac{\partial^2 f}{\partial k^2} < 0; \frac{\partial f}{\partial k} \to \infty$ при $k \to 0; \frac{\partial f}{\partial k} \to 0$ при $k \to \infty$.

Замінимо тепер за допомогою (24) величину x у (25). Одержимо рівняння, що описує модель Солоу:

$$k=-(\mu+n)k+(1-a)f(k)- \qquad (27).$$

Використовуючи частку накопичення s, можна написати таку рівність:

$$c = u\frac{Y}{L} = (1-s)(1-a)f(k) \qquad (28).$$

Підставивши цю рівність у (27), одержимо іншу форму рівняння моделі:

$$k' = -(\mu+n)k + s(1-a)f(k) \qquad (29).$$

Розглянув поняття збалансованого росту — процесу економічного розвитку, за якого показники, що характеризують аграрне підприємство зростають із постійним темпом [9, с. 130]. Стосовно до даної моделі це значить, що з постійним темпом повинні зростати величини X, Y, K, I, C, L. Можна показати, що темпи росту даних показників не тільки постійні, але й однакові. Позначимо $n_1,\dots,n_5$ темпи росту перших п'яти показників і збережемо прийняте в (23) позначення для темпу росту трудових ресурсів. Тоді зростання показників буде мати експонентний характер:

$$X = X_0 e^{n_4 t}, Y = Y_0 e^{n_2 t}, K = K_0 e^{n_3 t},$$
$$I = I_0 e^{n_4 t}, C = C_0 e^{n_5 t}, L = L_0 e^{nt}, \qquad (30).$$

Тому що $Y=(1-a)X$, тоді $Y_0 e^{n_2 t} = (1-a)X_0 e^{n_1 t}$, звідки $n_1=n_2$. З урахуванням (22) $I=K+\mu K=K_0(\mu+n_3)e^{n_3 t}$. З огляду на те, що $I=I_0 e^{n_4 t}$, одержуємо $n_3=n_4$. Використовуючи рівняння (23) і підставляючи в нього збалансоване рішення (30), одержимо $(1-a)X_0 e^{n_1 t} = K_0(n_3+\mu)e^{n_3 t} + C_0 e^{n_5 t}$.

Покажемо, що остання рівність можлива лише при $n_1=n_3=n_5$. Розділимо обидві частини (31) на $e^{n_1 t}$. Одержимо $K_0(n_3+\mu)e^{(n_3-n_1)t} + C_0 e^{(n_5-n_1)t} = (1-a)X_0$. Тому що ліва частина останньої рівності постійна при будь-якому t, її похідна обертається в нуль. Звідси після деяких перетворень одержимо $K_0(n_3+\mu)(n_3-n_1)e^{(n_3-n_1)t} = C_0(n_5-n_1)e^{(n_5-n_1)t}$.

Отже, тому що показники експонент в останній рівності повинні збігатися, то одержуємо $n_3=n_5$. Підставляючи отриманий результат в (31), будемо, аналогічно міркуючи, мати $n_1=n_3$. Зіставляючи тепер отримані співвідношення між темпами росту, одержимо, що всі вони збігаються, тобто $n_1=n_2=\dots=n_5$. Покажемо, що всі ці величини рівні n — темпу росту трудових ресурсів. Дійсно, тому що величини X, K и L зв'язані виробничою функцією, тоді $X_0 e^{n_1 t} = e^{n_3 t} F(K_0, L_0 e^{nt})$. Використовуючи лінійну однорідність виробничої функції, одержимо $X_0 e^{n_1 t} = e^{n_3 t} F(K_0, L_0 e^{(n-n_3)t})$.

Тому що $n_1=n_3$, тоді

$$X_0=F(K_0, L_0 e^{(n-n_3)t}) \qquad (32).$$

Таким чином, ми одержали, що визначення траєкторії збалансованого росту цієї моделі приводить до того, що темпи приросту всіх показників виявляються однаковими. Звідси, зокрема, випливає, що на траєкторії збалансованого росту частка накопичення $s=I(t)/Y(t)$ постійна.

З рівності темпів росту показників треба, що на цій траєкторії показники фондоозброєності труда будуть постійними. Це означає, що траєкторії збалансованого росту в розглянутій моделі відповідає рішенню (29), що має вид $k=const$ при $s=const$. Знайшовши рішення $k = \bar{k}$, інші змінні моделі одержуємо за допомогою наступних формул:

$$K(t)=\bar{k}L_0e^{nt},\ X(t)=f(\bar{k})L_0e^{nt},$$

$$Y(t)=(1-a)f(k)L_0e^{nt},\ I(t)=s(1-n)f(\bar{k})L_0e^{nt},$$

$$C(t)=(1-s)(1-a)f(\bar{k})L_0e^{nt}.$$

Знайдене рішення $k=\bar{k}$ перетворює в нуль ліву частину рівняння (29). Тоді для відшукання k (при заданому постійному впливі норми накопичення s) потрібно вирішити рівняння:

$s(1-a)f(k)-(\mu+n)k=0$ (33).

Покажемо, що це рівняння має в області k>0 (тільки такі значення мають економічний сенс) єдине рішення. Насамперед розглянемо питання про існування рішення рівняння (33). Для цього розглянемо похідну лівої частини (33), що дорівнює $s(1-a)f'(k)-(\mu+n)$. Як було відзначено вище, при $k\to 0$ значення $f'(k)\to\infty$. Отже, у деякому проміжку $0<k<\varepsilon$ величина $s(1-a)f'(k)-(\mu+n)$ буде позитивною, тобто ліва частина (34) — зростаюча функція. Тому що при k=0 значення лівої частини дорівнює нулю, то в $0<k<\varepsilon$ це значення буде позитивним. Таким чином, у деякій точці $k_1 (0<k<\varepsilon)$ буде виконуватися нерівність

$s(1-a)f(k_1)-(\mu+n)k_1>0$ (34).

При $k\to\infty$ у силу властивостей функції $f(k)$ похідна $f'(k)$ стає як завгодно малою. Отже, починаючи з деякого значення $k=k'$ вираз $s(1-a)f'(k)-(\mu+n)$ буде строго від'ємним і менше деякого негативного числа $-\delta$. Тоді для значень $k\geq k'$ буде виконуватися нерівність $s(1-a)f'(k)-(\mu+n)\leq-\delta$, інтегруючи яке в межах від k' до k одержимо

$$\int_{k'}^{k}(s(1-a)f'(\xi)-(\mu+n))d\xi\leq-\int_{k'}^{k}\delta d\xi$$ або

$s(1-a)f(k)-(\mu+n)k\leq C-\delta k$ (35),

де $C=-(\delta+\mu+n)k'+s(1-a)f(k')$.

Звідси випливає, що при деякому $k=k_2$ значення лівої частини буде від'ємним, тобто $s(1-a)f'(k_2)-(\mu+n)k_2<0$. Зіставивши цей результат з (35), одержимо, що вираження $g(k)=s(1-a)f(k)-(\mu+n)k$ на кінцях проміжку $k_1\leq k\leq k_2$ має різні знаки.

З математичної точки зору описана властивість траєкторій моделі виглядає таким чином. Нехай k — значення фондоозброєності на траєкторії збалансованого росту; $k(t)$ — траєкторія моделі [рішення рівняння (29)] з початковою умовою $k(0)=k_0>0$. Тоді незалежно від значення k0 справедливо відношення

$$\lim_{k\to\infty}k(t)=\bar{k} \quad (36).$$

Співвідношення (36) гарантує асимптотичну стійкість збалансованого росту. Водночас відзначимо, що описуване їм властивість траєкторії моделі є значно більш сильнішим, тому що асимптотична стійкість означає збіжність до k тільки тих траєкторій, початкові значення яких досить близькі до цьому k. Початкове значення k_0 лежить в області $0<k_0<k$.

Шуканий позитивний корінь цього рівняння k буде визначатися виразом $\bar{k}=(\frac{s(1-a)\sigma}{\mu+n})^{1/(1-\lambda)}$. Порівнюючи це вираження з (39), одержимо для розглянутого випадку $\lim_{t\to\infty}k(t)=\bar{k}$, що збігається з отриманим вище результатом (36) для довільної лінійно однорідної виробничої функції.

Таким чином, ми встановили, що в розглянутій моделі для кожної фіксованої норми накопичення існує єдина траєкторія збалансованого росту. Режим збалансованого росту — це одна з можливих траєкторій розвитку аграрного підприємства. Якщо ця модель використовується для опису економіки реального аграрного підприємства, то будь-яка конкретна траєкторія буде визначатися як рішення диференціального рівняння (29) з початковою умовою $k(0)=k_0$ — значенням фондоозброєності в початковий момент часу й не обов'язково є траєкторією збалансованого росту. Водночас, як буде показано нижче, траєкторія збалансованого росту відіграє важливу роль серед множини траєкторій однопродуктової моделі. А саме, досліджуючи поведінку траєкторій моделі, можна з'ясувати, що кожна з них по закінченні достатньо великого часу необмежено наближається до траєкторії збалансованого росту [10]. Отже, режим збалансованого росту може бути використаний для розрахунків економічних показників при досить більших значеннях часу незалежно від початкових значень цих показників.

ВИСНОВКИ З ПРОВЕДЕНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

На основі проведеного аналізу існуючих принципів і методів управління аграрними підприємствами показана необхідність адаптації та доопрацювання моделей і методів управління аграрними підприємствами, використовуючи як керуючий вплив обсяг інвестицій. Зроблено уточнення моделі запізнювання при освоєнні капітальних вкладень та встановлена необхідність створення моделі оптимального розвитку аграрного підприємства, яка дозволяє розробити основну характеристику збалансованого зросту (магістраль) аграрного підприємства. Вперше розглянуто задачу оптимізації моделі з урахуванням фактора запізнювання введення основних виробничих засобів, вибираючи в якості критерію оптимальності максимум споживання.

Література:

1. Азізов С.П., Канінський П.К. Організація сільськогосподарського виробництва. К.: ННЦ ІАЕ УААН, 2004. 260 с.
2. Андрійчук В.Г. Економіка аграрних підприємств: підручник. 2-ге вид., доп. і переоб. К.: КНЕУ, 2002. 624 с.
3. Збарський В.К., Мацибора В.І. Економіка сільського господарства: навч. посібник. К.: Каравела, 2009. 264 с.
4. Марасанов В.В., Пляшкевич О.М. Основи теорії проектування і оптимізації макроекономічних систем. Херсон: Айлант, 2002.190 с.
5. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібник.К.: КНЕУ, 2003. 408 с.
6. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. К.: Наук. думка, 1982. 216 с.
7. Кузубов М.В., Єдинак О.М.. Моделювання економічних і еколого-економічних процесів. К.: КСУ, 2010. 170 с.
8. Стеценко І.В. Моделювання систем. Черкаси, 2010. 399 с.
9. Лобода О.М., Кириченко Н.В. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством. Наука й економіка. 2015. № 3. С. 130—134.

References:

1. Azizov, S.P. and Kaninskyj, P.K. (2004), Organizaciya silskogospodarskogo vyrobnycztva [Organization of agricultural production], NNCz IAE UAAN, Kyiv, Ukraine.
2. Andrijchuk, V.G. (2002), Ekonomika agrarnyx pidpryyemstv [Economics of agricultural enterprises], 2nd ed, KNEU, Kyiv, Ukraine.
3. Zbarskyj, V.K. and Macybora, V.I. (2009), Ekonomika silskogo gospodarstva [Economics of agricultural enterprises], Karavela, Kyiv, Ukraine.
4. Marasanov, V.V. and Pliashkevych, O.M. (2002), Osnovy teorii proektuvannia i optymizatsii makroekonomichnykh system [Foundations the theory design and optimization of macroeconomic systems], Ajlant, Kherson, Ukraine.
5. Vitlinskyj, V.V. (2003), Modeliuvannia ekonomiky [Economic modeling], KNEU, Kyiv, Ukraine.
6. Yvaxnenko, A.G. (1982), Ynduktyvnyj metod samoorganyzacyy modelej slozhnyx system [Inductive method self-organization of complex systems models], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.
7. Kuzubov, M.V. and Yedynak, O.M. (2010), Modelyuvannya ekonomichnyx i ekologo-ekonomichnyx procesiv [Modeling economic and environmental-economic processes], KSU, Kyiv, Ukraine.
8. Stecenko, I.V. (2010), Modeljuvannja system [System modeling], Cherkasy, Ukraine.
9. Loboda, O.M. and Kyrychenko, N.V. (2015), "Actual problems of identification and modeling of enterprise management structure", Naukovo-tekhnichnyj zhurnal Khmel'nyts'koho ekonomichnoho universytetu, vol.3(39), pp. 130—134.

Стаття надійшла до редакції 06.05.2020 р.