УДК 624.073.4

ДИФЕРЕНЦІЙНІ РІВНЯННЯ СТІЙКОСТІ ТА ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ТРИШАРОВОЇ ПЛАСТИНИ, ЩО ПІДКРІПЛЕНА РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ

Ємел'янова Т.А., к.т.н., ст.викл., Сакара О.Ю., асистент
Херсонський державний аграрний університет, м. Херсон
Руденко О.В.
Відокремлений підрозділ «Южно-Українська АЕС»
gibson04091979@gmail.com

Розглядається тришарова пластина, що складається з двох зовнішніх несучих шарів, виконаних з міцного листового матеріалу малої товщини. Між шарами розміщується більш легкий, хоча і менш міцний заповнювач, який забезпечує спільну роботу і стійкість несучих шарів. Легкий заповнювач розглядається як трансверсально-ізотропний [1]. Пластина підкріплена ребрами жорсткості в поздовжньому та поперечному напрямках (рис.1). Відстань між ребрами, а також їх жорсткості вважаються однаковими. З'єднання пластини з ребрами та ребер між собою приймається жорстким. Зовнішні сили, що прикладені до серединних площин зовнішніх шарів та до ребер не змінюються в процесі коливань.

Для зовнішніх несучих шарів пластини прийняті гіпотези Кірхгофа – Лява. Поперечні деформації зовнішніх шарів не враховуються [2]. Для заповнювача прийнятий лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною [3]. Поперечні деформації заповнювача не враховуються. Для ребер прийняті гіпотези Бернуллі та враховуються згин та кручення у вертикальній площині, а також деформації зсуву у вертикальній та горизонтальній площинах, приймаючи при цьому гіпотезу про лінійну зміну тангенціальних переміщень за товщиною ребра [3].

З урахуванням прийнятих припущень вирази для переміщень запишуться наступним чином:

для верхнього шару $(-h-\delta \le z \le -h)$

$$w_в = w; \qquad u_в = u_1 - (z+H)\frac{\partial w}{\partial x}; \qquad v_в = v_1 - (z+H)\frac{\partial w}{\partial y} \tag{1}$$

для нижнього шару $(h \le z \le h+\delta)$

$$w_н = w; \qquad u_н = u_2 - (z-H)\frac{\partial w}{\partial x} \qquad v_н = v_1 - (z-H)\frac{\partial w}{\partial y} \tag{2}$$

для заповнювача $(-h \le z \le h)$

$$w_з = w; \quad u_з = \frac{u_1 + u_2}{2} - \frac{z}{h}\left(\frac{u_1 - u_2}{2} - \frac{\delta}{2}\frac{\partial w}{\partial x}\right); \quad v_з = \frac{v_1 + v_2}{2} - \frac{z}{h}\left(\frac{v_1 - v_2}{2} - \frac{\delta}{2}\frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{3}$$

де $H = h + 0{,}5\delta$.

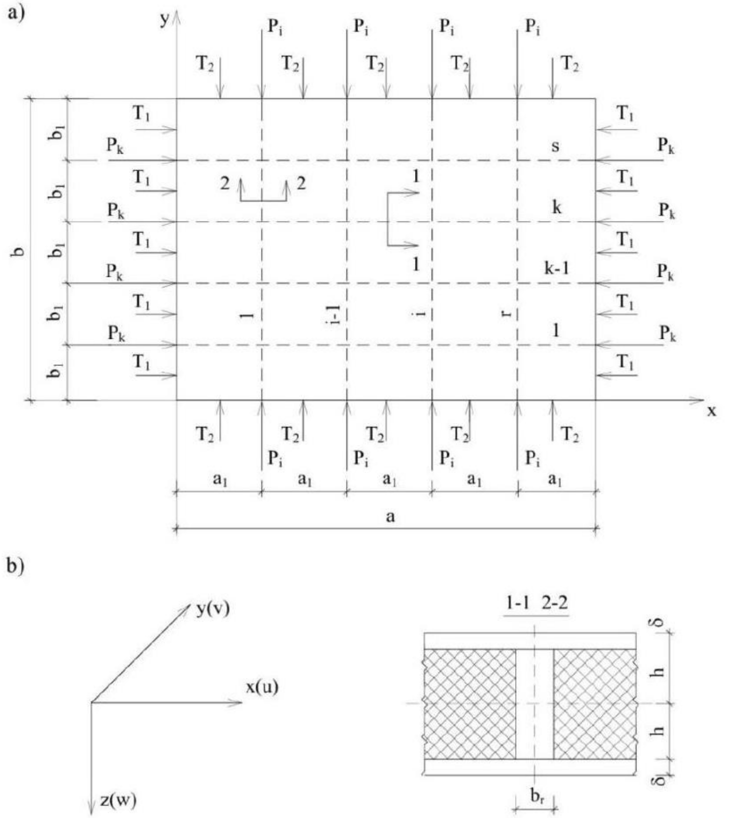

Рис. 1. Схема тришарової пластини з легким заповнювачем, яка підкріплена ребрами жорсткості: а) схема підкріпленої пластини в плані, б) розріз пластини за перерізами 1-1 та 2-2

Диференційні рівняння вільних коливань ділянки пластини, що знаходиться між ребрами або між ребрами та краями пластини, з урахуванням дії сил в серединних площинах зовнішніх шарів, використовуючи функціонал – дію по Остроградському – Гамільтону [4]

$$u_\beta - H\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{Bh}{G_3}\left(\frac{\partial^2 u_\beta}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 u_\beta}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2 v_\beta}{\partial x \partial y}\right);$$

$$v_\beta - H\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{Bh}{G_3}\left(\frac{\partial^2 v_\beta}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2}\frac{\partial^2 v_\beta}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2}\frac{\partial^2 u_\beta}{\partial x \partial y}\right); \qquad (4)$$

$$-2D\nabla^4 w - 2BH\nabla^2\left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x} + \frac{\partial v_\beta}{\partial y}\right) + 2\mathrm{T}_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\mathrm{T}_2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} +$$

$$+2\left(\rho_H \delta + \rho_3 h\right)\omega^2 w = 0.$$

В рівняннях (1-4) позначено:

$\rho_з$ - щільність матеріалу заповнювача, що доводиться на одиницю об'єму; $\rho_н$ - щільність матеріалу зовнішніх шарів пластини на одиницю об'єму; $B = \frac{E\cdot\delta}{1-\mu^2}$ - жорсткість на розтяг зовнішніх шарів; $D = \frac{E\cdot\delta^3}{12\cdot\left(1-\mu^2\right)}$ - згинальна жорсткість пластини; T_1, T_2 - зусилля, що діють в серединних площинах зовнішніх шарів; P_i, P_k - зусилля, що діють в ребрах; ω - кутова частота коливань; μ - коефіцієнт Пуассона зовнішніх шарів; $G_з$ - модуль зсуву заповнювача; u, v, w - компоненти переміщень за вісями *x, y, z*; $u_\alpha, v_\alpha, u_\beta, v_\beta$ - на пів сума та на піврізниця тангенціальних переміщень зовнішніх шарів, які дорівнюють

$$u_\alpha = \frac{u_1 + u_2}{2}; u_\beta = \frac{u_1 - u_2}{2}; v_\alpha = \frac{v_1 + v_2}{2}; v_\beta = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

Якщо в рівняннях (15) покласти $\omega = 0$, отримаємо рівняння стійкості ділянки пластини, що знаходиться між ребрами.

[1] Александров А.Я., Бородин М.Я. Конструкция с заполнителями из пенопластов. Москва: Оборонгиз, 1962. 212 с.

[2] Гузь А.Н., Бабич И.Ю. Трехмерная теория устойчивости стержней, пластин и оболочек: Учебное пособие для вузов. Киев: Вища школа, 1980. 168 с.

[3] Галимов Н.К., Муштари Х.М. К теории трехслойных пластин и оболочек. Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1964. № 2. С. 35–47.
[4] Емельянова Т.А. Дифференциальные уравнения свободных колебаний трехслойной оболочки, подкрепленной ребрами жесткости. Теоретическая и прикладная механика: сборник научных трудов. Минск: УП «Технопринт», 2002. С. 169–181.

DIFFERENTIAL EQUATIONS OF STABILITY AND FREE VIBRATIONS OF THREE-LAYER PLATE SUPPORTED BY RIBS OF RIGIDITY

The stress-strain state of a three-layer plate with a light-weight transversal-isotropic aggregate, supported by ribs of rigidity in the longitudinal and transverse directions, is considered in this paper. Output hypotheses and assumptions are accepted. Using the Ostrogradsky-Hamilton variational principle, differential equations of stability and free vibrations of a three-layer plate of a symmetric structure with a light-weight transversal-isotropic aggregate are obtained. Plate is supported by rigidity ribs in the longitudinal and transverse directions, taking into account the action of the longitudinal forces in the medium planes of the outer layers and in the ribs.