

– нарізання черв'ячних коліс, циліндричних та конічних коліс з гвинтовими зубцями, шліцьових поверхонь тощо.

ЛІТЕРАТУРА

1. V. Dimitriou, N. Vidakis, A. Antoniadis. Advanced Computer Aided Design Simulation of Gear Hobbing by Means of Three-Dimensional Kinematics Modeling: Journal of Manufacturing Science and Engineering OCTOBER 2007, Vol. 129 / 911.
2. K.-D. Bouzakis, S. Kombogiannis, A. Antoniadis, N. Vidakis. Gear Hobbing Cutting Process Simulation and Tool Wear Prediction Models: Journal of Manufacturing Science and Engineering FEBRUARY 2002, Vol. 124 / 43.
3. Грицай І.Є. Моделювання параметрів зрізів, сил та моментів під час нарізання зубчастих коліс черв'ячними фрезами. *Машинознавство*. N7, 1998. С.19-23.
4. Сахаров А.З. Исследование процесса зубофрезерования косозубых колес многозаходными червячными фрезами. В кн.: *Прогрессивные процессы машиностроения./ Межвед. сб. науч. трудов. ВолгПИ. - Волгоград, 1982. С.31-38.*

УДК 624.073.4

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ ТРИШАРОВОЇ КРУГОВОЇ ОБОЛОНКИ, ЯКА ПІДКРІПЛЕНА ПОЗДОВЖНИМИ РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ

Ємельянова Т.А.

ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет»

Вступ. Підвищення рівня індустріалізації промисловості та будівництва вимагає застосування нових ефективних видів легких економічних конструкцій. Зниження матеріаломісткості конструкцій дозволяє значно зменшити масу будівель та споруд і забезпечити їх швидку збірку. Одним із шляхів, що дозволяють вирішити проблеми зменшення маси при високих характеристиках жорсткості та міцності, є широке впровадження в практику машинобудування та будівництва багатошарових конструкцій, а саме тришарових оболонок, на основі важкогорючих пінопластів або орієнтованої мінеральної вати та тонколистових матеріалів. Тришарові оболонки давно знайшли широке застосування в різних галузях промисловості, у будівництві, авіації, машинобудуванні і суднобудуванні [1,2].

Актуальність досліджень. Оптимальним варіантом міцної і жорсткої конструкції є тришарова конструкція, зокрема тришарова оболонка. Широке застосування тришарових оболонок пояснюється їхніми високими ваговими характеристиками, які дозволяють при однаковій вазі витримувати значно більші навантаження, чим можуть витримати одношарові. Однак тонкі несучі шари й легкий заповнювач гірше пручаються локальним навантаженням, тому, як правило, тришарові оболонки підсилюють поздовжніми та поперечними ребрами. Одним з найважливіших питань, який вирішується при проектуванні та розрахунках тришарових конструкцій, є стійкість, оскільки внутрішній шар має малу жорсткість, а несучі зовнішні шари — порівняно невелику товщину [3,4].

Сказане вище є свідомством того, що розв'язання задач стійкості тришарових оболонкових конструкцій з легким трансверсально-ізотропним заповнювачем, що підкріплені дискретно розташованими ребрами жорсткості, та розробка відповідних алгоритмів, чисельна реалізація яких доступна широкому колу проектувальників, є дуже актуальною проблемою.

Постановка задачі. Розглядається тришарова кругова оболонка з легким трансверсально – ізотропним заповнювачем, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості. При побудові математичної моделі передбачається, що заповнювач легкий, ребра мають однакову жорсткість в одному напрямі і розташовані на однакових відстанях одне від одного.

Для зовнішніх несучих шарів оболонки приймаються гіпотези Кірхгофа - Лява, а для заповнювача - лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною. Поперечні деформації заповнювача не враховуються. Для ребер приймаються гіпотези Бернуллі та враховується тільки згин ребер в вертикальній площині (рис.1) [5].

Варіаційним шляхом, використовуючи функціонал - дію за Остроградським – Гамільтоном, отримані диференціальні рівняння стійкості ділянки оболонки, замкненої між ребрами, а також умови по лініях ребер і по краях тришарової циліндричної оболонки, яка підкріплена як поздовжніми, так і поперечними ребрами жорсткості, при шарнірному обпиранні кромки [5].

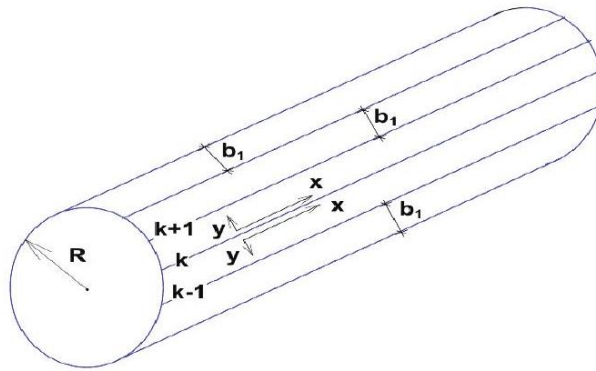


Рисунок 1. Схема тришарової кругової циліндричної оболонки, підкріпленої поздовжніми ребрами жорсткості

Отримане розв'язуюче рівняння (1) та рівняння (2) можуть бути застосованими для побудови розрахункової моделі та розробки алгоритму дослідження стійкості кругової тришарової оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості [6]:

$$\nabla^4 \nabla^4 F + \frac{\bar{B}}{R^2 D^*} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left(1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) F - \frac{\omega^2 m_{об}}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) \nabla^4 F = 0 \quad (1)$$

$$\Psi = f_2(y) \cos \frac{n\pi}{a} x. \quad (2)$$

Тут:

$$\phi = \nabla^4 F,$$

$$\Phi = -\frac{\bar{B}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2 \right) F,$$

$F(x,y)$ – шукана функція

Результати досліджень. Рішення рівняння (1) шукаємо у вигляді [7]:

$$F = f_1(y) \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (3)$$

де a – довжина оболонки.

Підставляючи вираз (3) в рівняння (1), отримаємо диференціальне рівняння, яке визначає функцію $f_1(y)$.

$$\begin{aligned} & \frac{n^8 \pi^8}{a^8} f_1(y) + \frac{n^4 \pi^4 a^2}{R^4 a^6} \left(f_1(y) (a^2 + n^2 \pi^2 R^2 k_0) - a^2 R^2 k_0 f_1^2(y) \right) - \\ & - \frac{n^2 \pi^2 m_1}{R^2 a^8} \left(n^4 \pi^4 (a^2 + n^2 \pi^2 R^2 k_0) f_1(y) + a^6 (f_1^4(y) - R^2 k_0 f_1^6(y)) \right) + \\ & + f_1^8(y) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Рішення рівняння (4) шукаємо у вигляді:

$$f_1(y) = e^{\eta y} \quad (5)$$

Підставляючи вираз (5) в рівняння (4) та вводячи позначення (7), приходимо до наступного характеристичного рівняння (6):

$$\begin{aligned} & \eta^8 + \alpha_n^2 R^2 k_0 m_1 \eta^6 - \alpha_n^2 m_1 \eta^4 - \alpha_n^4 R^2 k_0 \alpha^2 \eta^2 + \alpha_n^4 \left((\alpha_n^2 R^4 (1 - k_0 m_1) + \right. \\ & \left. + k_0 \alpha^2) - m_1 \right) + \alpha^2 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Тут $tg \phi_1 = \frac{r}{s}$, $tg \phi_2 = \frac{d}{c}$, $\rho_1 = \left| \sqrt{s^2 + r^2} \right|$, $\rho_2 = \left| \sqrt{c^2 + d^2} \right|$, де s,c–дійсні, r,d–комплексні корні характеристичного рівняння (6).

Вводячи позначення:

$$\begin{aligned} \beta = \frac{\pi R}{\pi} \eta = R \eta; \quad \alpha^2 = \frac{\bar{B} \pi^4 R^4}{R^2 D^* \pi^4} = \frac{(1 - \mu^2) R^2}{H^2}; \quad m_1 = \frac{2T_x \pi^2 R^2}{D^* \pi^2} = \frac{2T_x R^2}{D^*}; \\ k_0 = \frac{\pi^2 B h}{G_3 \pi^2 R^2} = \frac{B h}{G_3 R^2}; \quad \alpha_n = \frac{n \pi R}{a}; \end{aligned} \quad (7)$$

та передбачаючи, що корні β_i будуть комплексними, функція F(x,y) записується у вигляді (8):

$$\begin{aligned} F = \{ \cos(y \phi_1) C_1 \rho_1^y + \sin(y \phi_1) C_2 \rho_1^y + \cos(y \phi_1) C_3 \rho_1^y - \sin(y \phi_1) C_4 \rho_1^y + \\ + \cos(y \phi_2) C_5 \rho_2^y + \sin(y \phi_2) C_6 \rho_2^y + \cos(y \phi_2) C_7 \rho_2^y - \sin(y \phi_2) C_8 \rho_2^y \} \sin\left(\frac{n \pi}{a} x\right) \end{aligned} \quad (8)$$

Рішення рівняння (2) шукаємо у вигляді:

$$\Psi = f_2(y) \cos \frac{n \pi}{a} x. \quad (9)$$

Підставляючи вираз (9) в рівняння (5), отримуємо диференціальне рівняння для визначення функції $f_2(y)$. Розв'язуючи це рівняння, отримаємо:

$$f_2(y) = C_9 \cos(\beta y) + C_{10} \sin(\beta y) \quad (10)$$

Тут $\beta = \frac{a^2}{n^2 \pi^2} - \frac{R^2 (\mu - 1) k_0}{2}$.

Приймаючи для кожної ділянки свої вісі координат [8], розташуємо початок координат на початку кожної ділянки (це показано для k+1 ділянки, яка знаходиться між k-им і k+1-им ребром) та позначимо $f_i(y)$ на початку і на кінці ділянки (при $y=0$ і $y=b_1$, де b_1 – відстань між ребрами) через η_k і η_{k+1} , значення $f_1^{II}(y)$ через μ_k і μ_{k+1} , значення $f_1^{IV}(y)$ через ζ_k і ζ_{k+1} , значення $f_1^{VI}(y)$ через ξ_k і ξ_{k+1} , значення $f_2^{II}(y)$ через φ_k і φ_{k+1} . Використовуючи ці умови, визначаються значення довільних постійних C_i .

При розгляді k -ї ділянки початок координат приймаємо на її кінці та спрямовуємо вісь y в протилежну сторону, змінюючи при цьому $\eta_{k+1}, \mu_{k+1}, \zeta_{k+1}, \xi_{k+1}, \varphi_{k+1}$ на $\eta_{k-1}, \mu_{k-1}, \zeta_{k-1}, \xi_{k-1}, \varphi_{k-1}$.

Умови по лінії k -го ребра з урахуванням різних напрямків осей y для суміжних ділянок, які отримані з варіаційного рівняння, записуються у вигляді:

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\right)_{y=-0} + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\right)_{y=+0} = \frac{B_p}{2B(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial y^3} - \mu \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}\right)_{y=0};$$

$$(v_\alpha)_{y=-0} = (v_\alpha)_{y=+0}; \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{y=+0} = -\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{y=-0};$$

$$\left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y \partial x^2}\right)_{y=-0} + \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y \partial x^2}\right)_{y=+0} = -\left[\frac{D_p}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2\right) \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} + \frac{P_p}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right]_{y=0};$$

$$(11)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{Bh}{G_3} \nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{y=0} = 0.$$

Підставляючи в (11) рішення (8) і (9), будемо мати рівняння в скінчених різницях.

В рівняннях (11) позначено: $\delta_i = \frac{F_p}{2\delta b}$; $\gamma = \frac{D_p}{2RD^*}$;

де F_p – площа ребра, D_p – згинальна жорсткість ребра.

Невідомі $\eta_k, \mu_k, \zeta_k, \xi_k, \varphi_k$, які входять до цієї системи, повинні задовольняти умовам періодичності рішення, які мають вигляд:

$$\eta_k = \eta_{k+m}; \quad \mu_k = \mu_{k+m}; \quad \zeta_k = \zeta_{k+m}; \quad \xi_k = \xi_{k+m}; \quad \phi_k = \phi_{k+m}, \quad (12)$$

де: m – кількість ребер.

Рішення останньої системи рівнянь шукаємо у вигляді:

$$\eta_k = A \sin \frac{2\pi sk}{m}; \quad \mu_k = B \sin \frac{2\pi sk}{m}; \quad \zeta_k = C \sin \frac{2\pi sk}{m};$$

$$\xi_k = M \sin \frac{2\pi sk}{m}; \quad \phi_k = L \sin \frac{2\pi sk}{m}, \quad (13)$$

які задовольняють граничним умовам (12).

Система однорідних рівнянь відносно невідомих A, B, C, M, L , не залежить від номеру k . Дорівнюючи нулю визначник, складений із коефіцієнтів при A, B, C, M, L , отримаємо рівняння стійкості для визначення критичних сил тришарової кругової циліндричної оболонки, підкріпленої регулярними поздовжніми ребрами жорсткості.

Розв'язуючи це рівняння відносно параметру жорсткості γ , отримаємо залежність між γ та співвідношенням між радіусом оболонки та її довжиною a . Досліджені критичне навантаження m_l та критична жорсткість ребер γ підкріпленої тришарової кругової оболонки в залежності від фізико-механічних властивостей матеріалів та геометричних розмірів оболонки, параметру кривизни та параметру жорсткості заповнювача. Як приклад, на рисунках 2,3 побудовані графіки залежності $\gamma - \frac{a}{R}$.

$k_0=0,1, 0,2, 0,3$; $m_t=1$; $\alpha^2=5$

$k_0=0,1, 0,2, 0,3$; $m_t=3$; $\alpha^2=5$

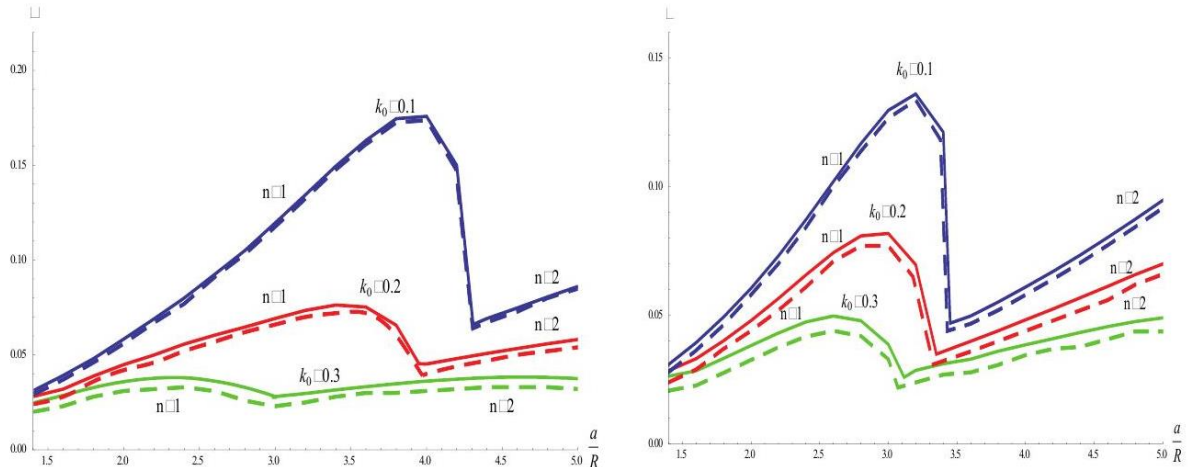


Рисунок 2. Графіки залежності між γ та $\frac{a}{R}$, при підкріпленій одним ребром жорсткості

$k_0=0,1, 0,2, 0,3$; $m_t=1$; $\alpha^2=5$

$k_0=0,1, 0,2, 0,3$; $m_t=2$; $\alpha^2=5$

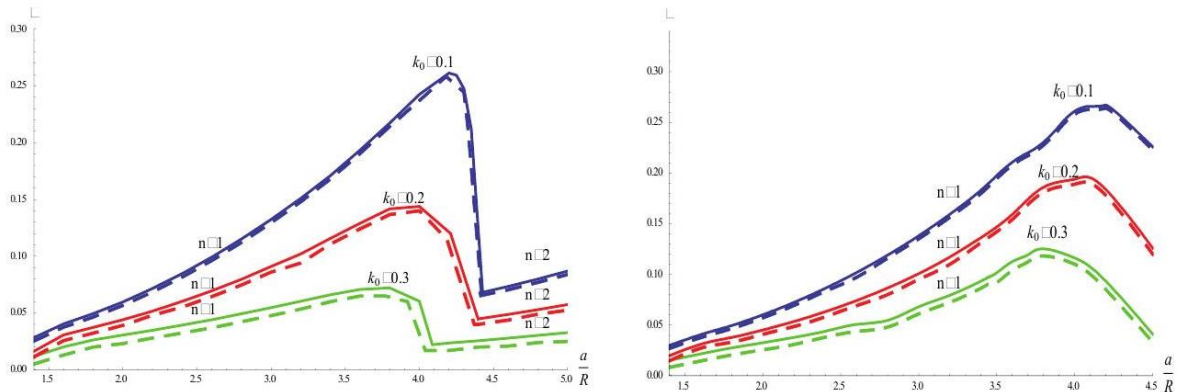


Рисунок 3. Графіки залежності між γ та $\frac{a}{R}$, при підкріпленій трьома ребрами жорсткості

Висновки. Побудована математична модель та розроблений алгоритм дослідження стійкості тришарової кругової оболонки, підкріпленої поздовжніми ребрами жорсткості, на базі якого досліджене критичне навантаження в залежності від параметру кривизни та параметру жорсткості заповнювача; отримані кількісні залежності параметрів втрати стійкості та вільних коливань від фізико-механічних властивостей матеріалів та розмірів тришарової підкріпленої оболонки. Встановлено, що зі збільшенням числа ребер критичне навантаження та критична жорсткість ребер підвищується; зі збільшенням відношення сторін оболонки критична жорсткість ребер збільшується, а критичне навантаження зменшується; зі збільшенням згинальної жорсткості ребер критичне навантаження збільшується до певної межі, після чого воно залишається постійним і рівним критичному навантаженню оболонки, замкненої між ребрами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Демидов А.П., Савченко В.А. Защитные оболочки реакторных отделений зарубежных АЭС. Энергетическое строительство за рубежом. Москва: Энергоатомиздат, 1989. № 5. С. 2–7.
2. Прохоров Б.Ф., Кобелев В.Н. Трехслойные конструкции в судостроении. Ленинград: Судостроение, 1972. 344 с.
3. Александров А.Я., Бородин М.Я. Конструкция с заполнителями из пенопластов. Москва: Оборонгиз, 1962. 212 с.

4. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек.– М.: Машиностроение – 1973. – С.172.
5. Кириченко В.Л., Емельянова Т.А. Дифференциальные уравнения устойчивости пологой трехслойной оболочки с легким наполнителем, подкрепленной ребрами жесткости //«Вестник» Херсонского государственного технического университета, 1999. – №3(6). – С. 248 – 251.
6. Емельянова Т.А. Розв'язуюче рівняння стійкості тришарової оболонки, яка підкріплена ребрами жорсткості. Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей 4-ї Міжнародної науково-практичної конференції, Одеса, ОДАБА, 2017 р. Одеса: Екологія, 2017. С. 40 –44.
7. Емельянова Т.А. Устойчивость трехслойной пологой оболочки с легким наполнителем, подкрепленной продольными ребрами жесткости // Сборник «Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике» (по материалам Международной научно – технической конференции), Минск: УП «Технопринт». - 2001. – С. 193 – 197.
8. Сливкер В.И. Строительная механика. Вариационные основы: Учебное пособие. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2005. – 736 с.

УДК 004:[678.027.3]

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМУ РОЗІГРІВУ ПРИСТРОЮ ДЛЯ ПЕРЕРОБКИ ПОЛІМЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ

Зозуля П.Ф., Поліщук О.С.
Хмельницький національний університет

Швидкість зростання виробництва виробів із полімерів неухильно приводить до збільшення їх частки у відходах. Тому питання переробки відходів є актуальним на сьогоднішній день. Сучасні полімерні матеріали на основі пластмас, еластомерів і волокон використовуються в різних галузях промисловості. Не є винятком і легка промисловість. Одним із способів переробки є екструзія полімерних мас. Для цього способу переробки необхідна наявність екструдера із потрібними тепловими режимами, геометричними параметрами та оптимальні технологічні характеристики самої операції, що дасть змогу збільшити продуктивність та підвищити якість процесу.

В процесі виготовлення обладнання для переробки полімерних матеріалів методом екструзії проводять попередній розігрів установки. Завантаження полімеру в нерозігрітій пристрій приводить до збою технологічного режиму, або до аварійних ситуацій [1-2]. Цей етап є важливим у зв'язку з його енергоємністю, і, крім того, допомагає запобігти виникненню браку виробів. При недостатньому рівні обігріву [3] корпусу екструдера вихідний продукт може виявитися низької якості, та із невідповідними властивостями щодо стандартів. Для підвищення ефективності режиму розігріву виникає потреба у його подальшому дослідженні шляхом математичного моделювання [4]. Але перед тим необхідно врахувати усі аспекти.

При екструзії тепло Q до матеріалу передається від зовнішніх нагрівачів $Q_{нагр}$. До цього тепла добавляється тепло, яке виникає в результаті внутрішнього тертя матеріалу у витках і зазорах шнеку $Q_{вн}$. На витрати тепла у зовнішнє середовища $Q_{сер}$ витрачається до 20 % від загальної кількості тепла Q . Відповідно можна записати: