

УДК 624.073.4

<https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2020.1.1.4>

Т.А. ЄМЕЛ'ЯНОВА

Херсонський державний аграрно-економічний університет

ORCID: 0000-0001-5191-8418

О.Ю. САКАРА

Херсонський державний аграрно-економічний університет

ORCID: 0000-0002-9302-1411

АЛГОРИТМ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ТРИШАРОВОЇ КРУГОВОЇ ОБОЛОНКИ, ЯКА ПІДКРІПЛЕНА ПОЗДОВЖНИМИ РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ

В роботі розглянута пружна стійкість тришарової кругової оболонки з легким трансверсально – ізотропним заповнювачем, підкріпленої дискретно розташованими ребрами жорсткості в поздовжньому напрямку, з урахуванням дії поздовжніх сил в серединних площинах зовнішніх шарів і ребрах. Розв'язуюче рівняння стійкості зазначеної тришарової оболонки отримано шляхом спрощення основних диференціальних рівнянь за допомогою введення функцій зусиль F і переміщень ψ . Задачі розв'язувалися з урахуванням і без урахування деформацій зсуву в ребрах, та без урахування крутильної жорсткості ребер. Встановлені граничні умови ділянки оболонки, замкненої між ребрами. За допомогою граничного переходу отримані умови по лініях ребер без урахування деформацій зсуву в ребрах.

Отримане рівняння стійкості підкріпленої тришарової оболонки, використовуючи в рівняннях руху динамічний критерій стійкості (кругова частота коливання $\omega = 0$). Побудована математична модель і розроблений алгоритм дослідження стійкості тришарової кругової оболонки з легким заповнювачем, підкріпленої поздовжніми ребрами жорсткості. Досліджені форми втрати стійкості, критичне навантаження та критична жорсткість ребер підкріпленої тришарової оболонки в залежності від фізико-механічних властивостей матеріалів та геометричних розмірів оболонки, параметра кривизни та параметра жорсткості заповнювача. Побудовані графіки залежності параметра жорсткості γ від розмірів оболонки в плані, різних значень параметра зсуву k_0 та параметра кривизни α при підкріпленні одним та трьома ребрами жорсткості. Отримані кількісні залежності параметрів втрати стійкості від фізико-механічних властивостей матеріалів та розмірів тришарової кругової оболонки, підкріпленої одним і трьома поздовжніми ребрами жорсткості, можуть широко використовуватися для вивчення різноманітних питань напружено-деформованого стану зазначених тришарових конструкцій.

Побудова математичної моделі та розробка алгоритму дослідження стійкості кругової тришарової оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості, обумовлена тим, що сучасні програмні комплекси розрахунку зазначених конструкцій, не можуть з достатнім ступенем точності проводити дослідження стійкості підкріплених оболонок з урахуванням різних властивостей матеріалу.

Ключові слова: тришарова оболонка, легкий заповнювач, ребро жорсткості, стійкість, жорсткість оболонки, жорсткість ребра, параметр зсуву, параметр жорсткості, параметр кривизни, рівняння стійкості тришарової оболонки, граничні умови.

Т.А. ЕМЕЛЬЯНОВА

Херсонский государственный аграрно-экономический университет

ORCID: 0000-0001-5191-8418

О.Ю. САКАРА

Херсонский государственный аграрно-экономический университет

ORCID: 0000-0002-9302-1411

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ТРЕХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ПРОДОЛЬНЫМИ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

В работе рассмотрена упругая устойчивость трехслойной круговой оболочки с легким трансверсально-изотропным наполнителем, подкрепленной дискретно расположенными ребрами жесткости в продольном направлении, с учетом действия продольных сил в срединных плоскостях внешних слоев и ребрах. Получено разрешающее уравнение устойчивости указанной трехслойной оболочки путем упрощения основных дифференциальных уравнений с помощью введения функций усилий F и перемещений ψ . Задачи решались с учетом и без учета деформаций сдвига в ребрах, и без учета крутильной жесткости ребер. Установлены граничные условия участка оболочки, замкнутой между

ребрами. С помощью предельного перехода получены условия по линиям ребер без учета деформаций сдвига в ребрах.

Получено уравнение устойчивости подкрепленной трехслойной оболочки, используя в уравнениях движения динамический критерий устойчивости (круговая частота колебаний $\omega=0$). Построена математическая модель и разработан алгоритм исследования устойчивости трехслойной круговой оболочки с легким наполнителем, подкрепленной продольными ребрами жесткости. Исследованы формы потери устойчивости, критическая нагрузка и критическая жесткость ребер подкрепленной трехслойной оболочки в зависимости от физико-механических свойств и геометрических размеров оболочки, параметра кривизны и параметра жесткости наполнителя.

Построены графики зависимости параметра жесткости γ от размеров оболочки в плане, различных значениях параметра сдвига k_0 и параметра кривизны α при подкреплении одним и тремя ребрами жесткости. Полученные количественные зависимости параметров потери устойчивости от физико-механических свойств и размеров трехслойной круговой оболочки, подкрепленной одним и тремя продольными ребрами жесткости, могут широко использоваться для изучения различных вопросов напряженно-деформированного состояния указанных трехслойных конструкций.

Построение математической модели и разработка алгоритма исследования устойчивости круговой трехслойной оболочки, подкрепленной продольными ребрами жесткости, обусловлена тем, что современные программные комплексы расчета указанных конструкций, не могут с достаточной степенью точности проводить исследования устойчивости подкрепленных оболочек с учетом различных свойств материала.

Ключевые слова: трехслойная оболочка, легкий наполнитель, ребро жесткости, устойчивость, жесткость оболочки, жесткость ребра, параметр сдвига, параметр жесткости, параметр кривизны, уравнение устойчивости трехслойной оболочки, граничные условия.

T.A. YEMELYANOVA

Kherson State Agrarian and Economic University

ORCID: 0000-0001-5191-8418

O.U. SAKARA

Kherson State Agrarian and Economic University

ORCID: 0000-0002-9302-1411

STABILITY RESEARCH ALGORITHM OF THREE-LAYER CIRCULAR SHELL, IS SUPPORTED BY LONGITUDINAL RIGIDITY RIBS

The given article looks at elastic stability of a three-layer circular shell with a light transversal isotropic aggregate, is supported by discrete stiffening ribs in the longitudinal direction, taking into account the action of longitudinal forces in the median planes of the outer layers and ribs. A resolving stability equation for the indicated three-layer shell is obtained by simplifying the basic differential equations by introducing the functions force F and displacements ψ . The problems were solved taking into account and without taking into account shear deformations in the ribs, and without taking into account the torsional rigidity of the ribs. The boundary conditions of the section of the shell closed between the ribs are established. Using the passage to the limit, conditions along the lines of the edges without taking into account the shear deformations in the ribs are obtained.

The stability equation of the reinforced three-layer shell is obtained using the dynamic stability criterion (circular vibration frequency) in the equations of motion. A mathematical model is constructed and an algorithm for studying the stability of a three-layer circular shell with a light aggregate, supported by longitudinal stiffeners, is developed. The stability loss forms, the critical load, and the critical stiffness of the ribs of a reinforced three-layer shell are studied depending on the physic mechanical properties and geometrical dimensions of the shell, the curvature parameter, and the rigidity parameter of aggregate.

Plots of the dependence of the stiffness parameter γ on the dimensions of the shell in plan, various values of the shear parameter k_0 and the curvature parameter α with reinforcement by one and three stiffeners are constructed. The obtained quantitative dependences of the stability loss parameters on the physic mechanical properties and dimensions of a three-layer circular shell supported by one and three longitudinal stiffeners can be widely used to study various questions of the stress-strain state of these three-layer structures.

The construction of a mathematical model and the development of an algorithm for studying the stability of a circular three-layer shell supported by longitudinal rigidity ribs is due to the fact that modern software systems for calculating these structures cannot conduct stability studies of reinforced shells with a sufficient degree of accuracy, taking into account various properties of the material.

Keywords: three-layer shell, lightweight aggregate, rigidity rib, stability, shell rigidity, rib rigidity, shear parameter, rigidity parameter, curvature parameter, three-layer shell stability equation, boundary conditions.

Постановка проблеми

Оптимальним варіантом міцної і жорсткої конструкції є тришарова конструкція, зокрема тришарова оболонка, яка давно знайшла широке застосування в різних галузях промисловості, у будівництві, авіації і суднобудуванні. Широке застосування тришарових оболонок пояснюється їхніми високими ваговими характеристиками, які дозволяють при однаковій вазі витримувати значно більші навантаження, чим можуть витримати одношарові. Однак тонкі несучі шари й легкий заповнювач гірше пручаються локальним навантаженням, тому, як правило, тришарові оболонки підсилюють поздовжніми та поперечними ребрами. Одним з найважливіших питань, який вирішується при проектуванні та розрахунках тришарових конструкцій, є стійкість, оскільки внутрішній шар має малу жорсткість, а несучі зовнішні шари — порівняно невелику товщину [1].

Розглядається тришарова кругова оболонка з легким трансверсально – ізотропним заповнювачем, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості. При побудові математичної моделі передбачається, що заповнювач легкий, ребра мають однакову жорсткість в одному напрямі і розташовані на однакових відстанях одне від одного. Для зовнішніх несучих шарів оболонки приймаються гіпотези Кірхгоффа - Лява, а для заповнювача - лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною. Поперечні деформації заповнювача не враховуються. Для ребер приймаються гіпотези Бернуллі та враховується тільки згин ребер в вертикальній площині (рис.1) [2].

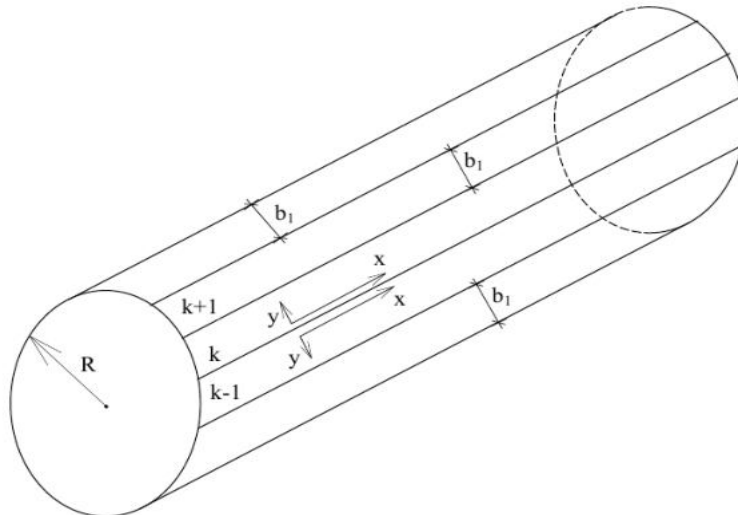


Рис. 1. Схема тришарової кругової циліндричної оболонки, підкріпленої поздовжніми ребрами жорсткості

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Варіаційним шляхом, використовуючи функціонал–дію за Остроградським–Гамільтоном, отримано диференціальні рівняння стійкості ділянки оболонки, замкненої між ребрами, а також умови по лініях ребер і по краях тришарової циліндричної оболонки, яка підкріплена як поздовжніми, так і поперечними ребрами жорсткості, при шарнірному обпиранні кромки [3,4,5].

Отримане розв’язуюче рівняння (1) та рівняння (2) можуть бути застосованими для побудови розрахункової моделі та розробки алгоритму дослідження стійкості кругової тришарової оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості [6]:

$$\nabla^4 \nabla^4 F + \frac{\bar{B}}{R^2 D^*} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left(1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) F - \frac{\omega^2 m_{об}}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) \nabla^4 F = 0 \quad (1)$$

$$\Psi = f_2(y) \cos \frac{n\pi}{a} x. \quad (2)$$

де:

$$\phi = \nabla^4 F,$$

$$\Phi = -\frac{\bar{B}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2 \right) F,$$

$F(x, y)$ – шукана функція

Формулювання мети дослідження

Метою роботи є побудова математичної моделі та розробка алгоритму дослідження стійкості кругової тришарової оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості, при шарнірному обпиранні кромки з урахуванням дії подовжніх сил в серединних площинах зовнішніх шарів і ребрах .

Викладення основного матеріалу дослідження

Розв'язок рівняння (1) шукаємо у вигляді [7]:

$$F = f_1(y) \sin \frac{n\pi}{a} x, \quad (3)$$

де a – довжина оболонки.

Підставляючи вираз (3) до рівняння (1), отримаємо диференціальне рівняння, яке визначає функцію $f_1(y)$.

$$\begin{aligned} & \frac{n^8 \pi^8}{a^8} f_1(y) + \frac{n^4 \pi^4 a^2}{R^4 a^6} \left(f_1(y) (a^2 + n^2 \pi^2 R^2 k_0) - a^2 R^2 k_0 f_1^2(y) \right) - \\ & - \frac{n^2 \pi^2 m_t}{R^2 a^8} \left(n^4 \pi^4 (a^2 + n^2 \pi^2 R^2 k_0) f_1(y) + a^6 (f_1^4(y) - R^2 k_0 f_1^6(y)) + \right. \\ & \left. + f_1^8(y) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Розв'язок рівняння (4) шукаємо у вигляді:

$$f_1(y) = e^{\eta y}. \quad (5)$$

Підставляючи вираз (5) до рівняння (4) та вводячи позначення (7), приходимо до наступного характеристичного рівняння (6):

$$\begin{aligned} & \eta^8 + \alpha_n^2 R^2 k_0 m_t \eta^6 - \alpha_n^2 m_t \eta^4 - \alpha_n^4 R^2 k_0 \alpha^2 \eta^2 + \alpha_n^4 \left((\alpha_n^2 R^4 (1 - k_0 m_t) + \right. \\ & \left. + k_0 \alpha^2) - m_t \right) + \alpha^2 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

де $tg \phi_1 = \frac{r}{s}$, $tg \phi_2 = \frac{d}{c}$, $\rho_1 = \left| \sqrt{s^2 + r^2} \right|$, $\rho_2 = \left| \sqrt{c^2 + d^2} \right|$, де s, c – дійсні, r, d – комплексні корені характеристичного рівняння (6).

Вводячи позначення:

$$\begin{aligned} \beta = \frac{\pi R}{\pi} \eta = R\eta; \quad \alpha^2 = \frac{\bar{B} \pi^4 R^4}{R^2 D^* \pi^4} = \frac{(1 - \mu^2) R^2}{H^2}; \quad m_t = \frac{2T_x \pi^2 R^2}{D^* \pi^2} = \frac{2T_x R^2}{D^*}; \\ k_0 = \frac{\pi^2 Bh}{G_3 \pi^2 R^2} = \frac{Bh}{G_3 R^2}; \quad \alpha_n = \frac{n\pi R}{a}; \end{aligned} \quad (7)$$

та передбачаючи, що корені β_i будуть комплексними, функція $F(x, y)$ записується у вигляді (8):

$$F = \{ \cos(y\phi_1)C_1\rho_1^y + \sin(y\phi_1)C_2\rho_1^y + \cos(y\phi_1)C_3\rho_1^y - \sin(y\phi_1)C_4\rho_1^y + \\ + \cos(y\phi_2)C_5\rho_2^y + \sin(y\phi_2)C_6\rho_2^y + \cos(y\phi_2)C_7\rho_2^y - \sin(y\phi_2)C_8\rho_2^y \} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \quad (8)$$

Розв'язок рівняння (2) шукаємо у вигляді:

$$\Psi = f_2(y) \cos \frac{n\pi}{a} x. \quad (9)$$

Підставляючи вираз (9) до рівняння (5), отримуємо диференціальне рівняння для визначення функції $f_2(y)$. Розв'язуючи це рівняння, отримаємо:

$$f_2(y) = C_9 \cos(\beta y) + C_{10} \sin(\beta y). \quad (10)$$

де
$$\beta = \frac{a^2}{n^2\pi^2} - \frac{R^2(\mu-1)k_0}{2}.$$

Приймаючи для кожної ділянки свої вісі координат [8], розташуємо початок координат на початку кожної ділянки (це показано для $k+1$ ділянки, яка знаходиться між k -им і $(k+1)$ -им ребром) та позначимо $f_1(y)$ на початку і на кінці ділянки (при $y=0$ і $y=b_1$, де b_1 – відстань між ребрами) через η_k і η_{k+1} , значення $f_1^{\text{II}}(y)$ через μ_k і μ_{k+1} , значення $f_1^{\text{IV}}(y)$ через ζ_k і ζ_{k+1} , значення $f_1^{\text{VI}}(y)$ через ξ_k і ξ_{k+1} , значення $f_2^{\text{II}}(y)$ через ϕ_k і ϕ_{k+1} .

Використовуючи ці умови, значення довільних постійних C_i визначаються з системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \eta_k &= C_1^k + C_3^k + C_5^k + C_7^k, \\ \mu_k &= (C_1^k + C_3^k)(p_5^2 - \phi_1^2) + (C_5^k + C_7^k)(p_6^2 - \phi_2^2) + 2(C_2^k - C_4^k)p_5\phi_1 + 2(C_6^k - C_8^k)p_6\phi_2, \\ \zeta_k &= (C_1^k + C_3^k)(p_5^4 - 6p_5^2\phi_1^2 + \phi_1^4) + (C_5^k + C_7^k)(p_6^4 - 6p_6^2\phi_2^2 + \phi_2^4) + (C_2^k - C_4^k)(4p_5^3\phi_1 - 4p_5\phi_1^3) + \\ &+ (C_6^k - C_8^k)(4p_6^3\phi_2 - 4p_6\phi_2^3), \\ \xi_k &= (C_1^k + C_3^k)(p_5^6 - 15p_5^4\phi_1^2 + 15p_5^2\phi_1^4 + \phi_1^6) + (C_5^k + C_7^k)(p_6^6 - 15p_6^4\phi_2^2 + 15p_6^2\phi_2^4 + \phi_2^6) + \\ &+ (C_2^k - C_4^k)(6p_5^5\phi_1 - 20p_5^3\phi_1^3 + 6p_5\phi_1^5) + (C_6^k - C_8^k)(6p_6^5\phi_2 - 20p_6^3\phi_2^3 + 6p_6\phi_2^5), \\ \phi_k &= \beta^2 C_{10}^k, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &= ((C_1^{k+1} + C_3^{k+1})p_1 + (C_2^{k+1} - C_4^{k+1})p_2)\rho_1^{b_1} + ((C_5^{k+1} + C_7^{k+1})p_3 + (C_6^{k+1} - C_8^{k+1})p_4)\rho_2^{b_1}, \\ \mu_{k+1} &= ((C_1^{k+1} + C_3^{k+1})\rho_1^{b_1}(p_1(p_5^2 - \phi_1^2) - 2p_2\phi_1p_5) + (C_2^{k+1} - C_4^{k+1})\rho_1^{b_1}(p_2(p_5^2 - \phi_1^2) + 2p_1\phi_1p_5) + \\ &+ ((C_5^{k+1} + C_7^{k+1})\rho_2^{b_1}(p_3(p_6^2 - \phi_2^2) - 2p_6\phi_2p_4) + (C_6^{k+1} - C_8^{k+1})p_4)\rho_2^{b_1}(p_4(p_6^2 - \phi_2^2) + 2p_6\phi_2p_3), \\ \zeta_{k+1} &= ((C_1^{k+1} + C_3^{k+1})\rho_1^{b_1}(p_1(p_5^4 - 6p_5^2\phi_1^2 + \phi_1^4) + 4p_2(\phi_1^3p_5 - \phi_1p_5^3)) + \\ &+ (C_2^{k+1} - C_4^{k+1})\rho_1^{b_1}(p_2(p_5^4 - 6p_5^2\phi_1^2 + \phi_1^4) + 4p_1(\phi_1p_5^3 - \phi_1^3p_5)) + \\ &+ ((C_5^{k+1} + C_7^{k+1})\rho_2^{b_1}(p_3(p_6^4 - 6p_6^2\phi_2^2 + \phi_2^4) + 4p_4(\phi_2^3p_6 - \phi_2p_6^3)) + \\ &+ (C_6^{k+1} - C_8^{k+1})\rho_2^{b_1}(p_4(p_6^4 - 6p_6^2\phi_2^2 + \phi_2^4) + 4p_3(\phi_2p_6^3 - \phi_2^3p_6))), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_{k+1} = & ((C_1^{k+1} + C_3^{k+1})\rho_1^{b_1} (p_1(p_5^6 - 15p_5^4\phi_1^2 + 15p_5^2\phi_1^4 - \phi_1^6) + p_2(20\phi_1^3 p_5^3 - 6\phi_1 p_5^5 - 6\phi_1^5 p_5)) + \\ & + (C_2^{k+1} - C_4^{k+1})\rho_1^{b_1} (p_2(p_5^6 - 15p_5^4\phi_1^2 + 15p_5^2\phi_1^4 - \phi_1^6) + p_1(-20\phi_1^3 p_5^3 + 6\phi_1 p_5^5 + 6\phi_1^5 p_5)) + \\ & + ((C_5^{k+1} + C_7^{k+1})\rho_2^{b_1} (p_3(p_6^6 - 15p_6^4\phi_2^2 + 15p_6^2\phi_2^4 - \phi_2^6) + p_4(20\phi_2^3 p_6^3 - 6\phi_2 p_6^5 - 6\phi_2^5 p_6)) + \\ & + (C_6^{k+1} - C_8^{k+1})\rho_2^{b_1} (p_4(p_6^6 - 15p_6^4\phi_2^2 + 15p_6^2\phi_2^4 - \phi_2^6) + p_3(-20\phi_2^3 p_6^3 + 6\phi_2 p_6^5 + 6\phi_2^5 p_6)), \\ & \phi_{k+1} = \beta^2 C_{10}^{k+1} \sin(\beta b_1) + \phi_k \cos(\beta b_1). \end{aligned}$$

В системі рівнянь (11) позначено:

$$\begin{aligned} \cos(\phi_1 b_1) = p_1, \quad \sin(\phi_1 b_1) = p_2, \quad \cos(\phi_2 b_1) = p_3, \quad \sin(\phi_2 b_1) = p_4, \\ \log(\rho_1) = p_5, \quad \log(\rho_2) = p_6. \end{aligned}$$

При розгляді $(k-1)$ -ї ділянки початок координат приймаємо на її кінці та спрямовуємо вісь Oy в протилежну сторону. Тоді для неї довільні постійні будуть визначатися також із співвідношень (11), якщо в них замінити $\eta_{k+1}, \mu_{k+1}, \zeta_{k+1}, \xi_{k+1}, \varphi_{k+1}$ на $\eta_{k-1}, \mu_{k-1}, \zeta_{k-1}, \xi_{k-1}, \varphi_{k-1}$.

Умови по лінії k -го ребра з урахуванням різних напрямків осей y для суміжних ділянок, які отримані з варіаційного рівняння, записуються у вигляді:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\right)_{y=-0} + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}\right)_{y=+0} &= \frac{B_p}{2B(1-\mu^2)} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial y^3} - \mu \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}\right)_{y=0}; \\ (v_\alpha)_{y=-0} &= (v_\alpha)_{y=+0}; \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{y=+0} &= -\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{y=-0}; \\ \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y \partial x^2}\right)_{y=-0} + \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial y \partial x^2}\right)_{y=+0} &= -\left[\frac{D_p}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2\right) \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} + \frac{P_p}{D^*} \left(1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right]_{y=0}; \\ \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{Bh}{G_3} \nabla^2 \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{y=0} &= 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Підставляючи в (12) рішення (8) і (9), будемо мати рівняння в скінченних різницях (значення довільних постійних C_i^{k+1}, C_i^{k-1} визначаються по виразах (11).

В рівняннях (12) позначено: $\delta_i = \frac{F_p}{2\delta b}; \quad \gamma = \frac{D_p}{2RD^*};$

де F_p – площа ребра, D_p – згинальна жорсткість ребра.

Невідомі $\eta_k, \mu_k, \zeta_k, \xi_k, \varphi_k$, які входять до цієї системи, повинні задовольняти умовам періодичності розв'язку, які мають вигляд:

$$\eta_k = \eta_{k+m}; \quad \mu_k = \mu_{k+m}; \quad \zeta_k = \zeta_{k+m}; \quad \xi_k = \xi_{k+m}; \quad \phi_k = \phi_{k+m}, \tag{13}$$

де: m – кількість ребер.

Рішення останньої системи рівнянь шукаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} \eta_k &= A \sin \frac{2\pi sk}{m}; & \mu_k &= B \sin \frac{2\pi sk}{m}; & \zeta_k &= C \sin \frac{2\pi sk}{m}; \\ \xi_k &= M \sin \frac{2\pi sk}{m}; & \phi_k &= L \sin \frac{2\pi sk}{m}, \end{aligned} \tag{14}$$

які задовольняють граничним умовам (13).

Система однорідних рівнянь відносно невідомих A, B, C, M, L , не залежить від номеру k .

Дорівнюючи нулю визначник, складений із коефіцієнтів при A, B, C, M, L , отримаємо рівняння для визначення критичних сил тришарової кругової циліндричної оболонки, підкріпленої регулярними поздовжніми ребрами жорсткості.

Розв'язуючи це рівняння відносно параметра жорсткості γ , отримаємо залежність між γ та співвідношенням між радіусом оболонки та її довжиною a .

Досліджені критичне навантаження та критична жорсткість ребер підкріпленої тришарової кругової оболонки в залежності від фізико-механічних властивостей матеріалів та геометричних розмірів оболонки, параметра кривизни та параметра жорсткості заповнювача. Побудовані графіки залежності параметра жорсткості γ від розмірів оболонки в плані, підкріпленої одним (рис.2) і трьома (рис.3) ребрами жорсткості при $\delta_t=0,2$ і різних значеннях параметра зсуву k_0 та параметра кривизни α . Значення γ визначалися як з урахуванням крайового ефекту Рейсснера (суцільні лінії на рисунках), так і без урахування.

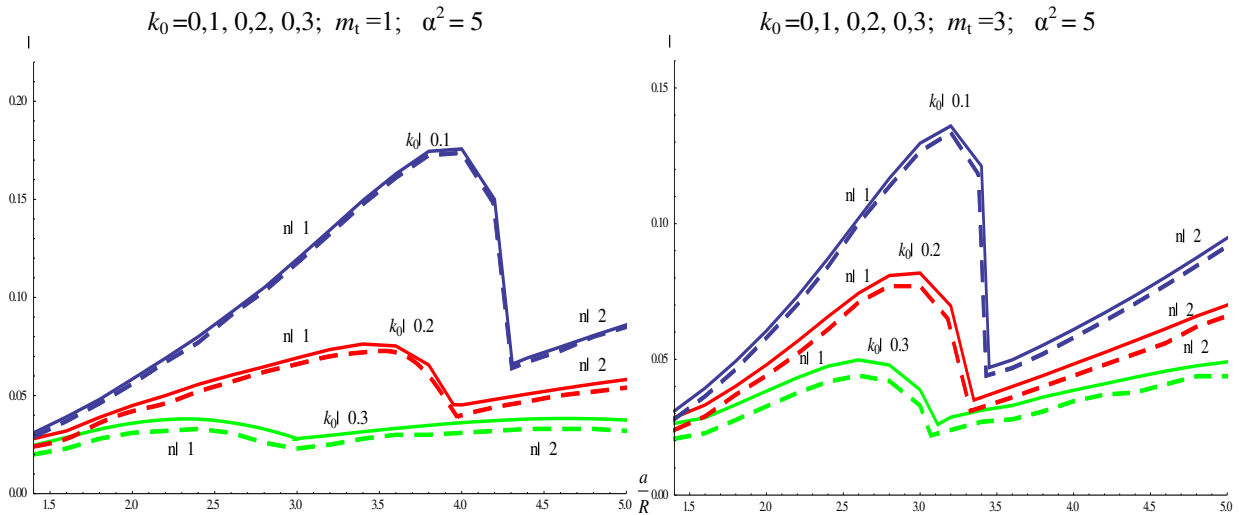


Рис. 2. Графіки залежності між γ та відношенням лінійних розмірів оболонки $\frac{a}{R}$, підкріпленої одним ребром жорсткості

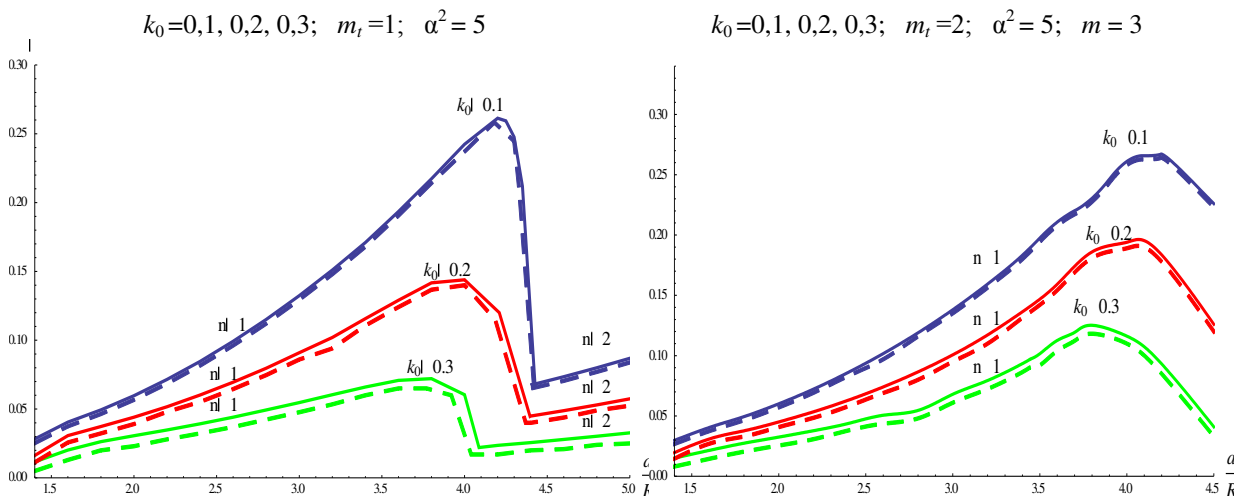


Рис. 3. Графіки залежності між γ та відношенням лінійних розмірів оболонки $\frac{a}{R}$, підкріпленої трьома ребрами жорсткості

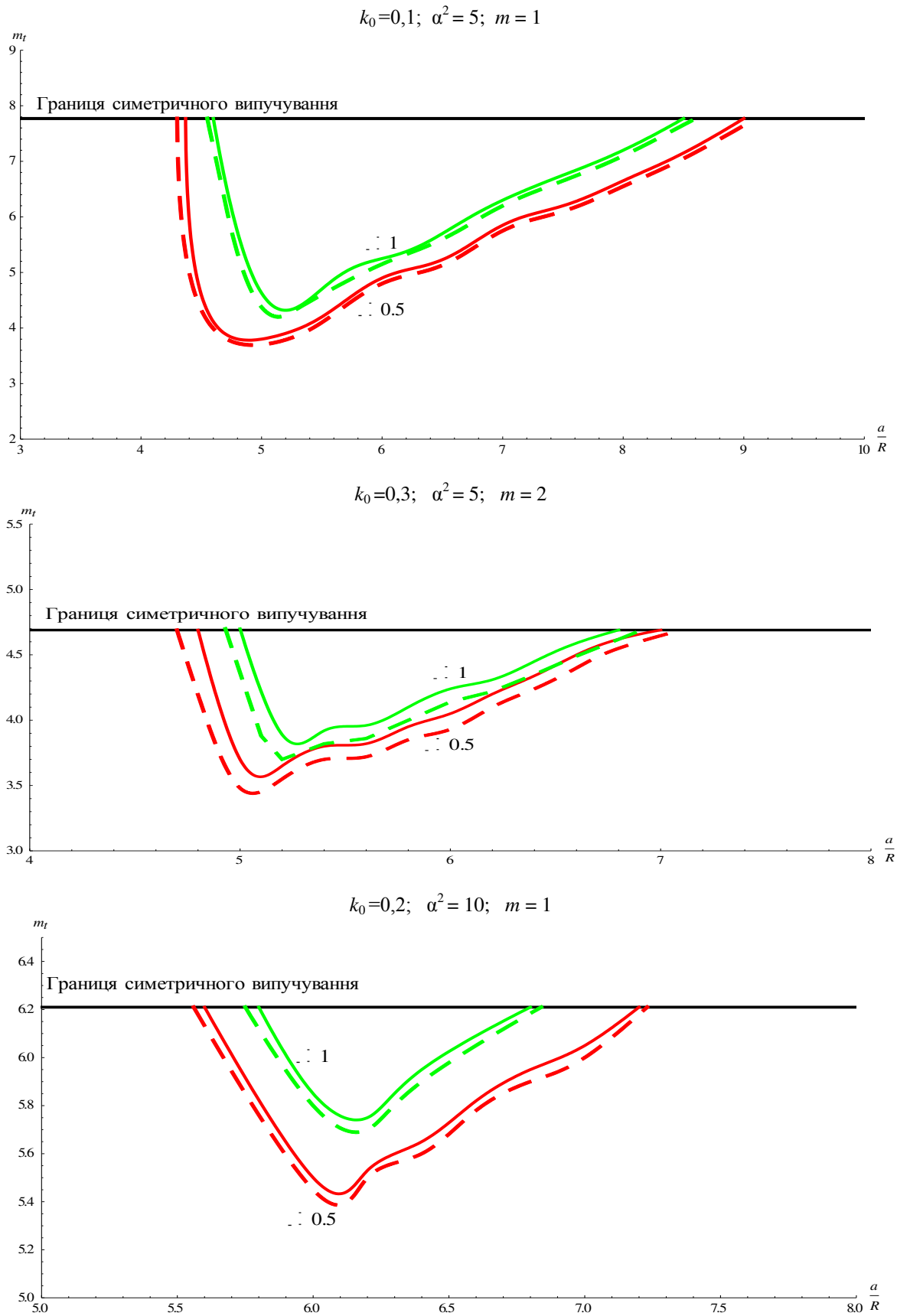


Рис. 4. Графіки значення параметра m_t та відношенням лінійних розмірів оболонки $\frac{a}{R}$, підкріпленої одним ребром жорсткості

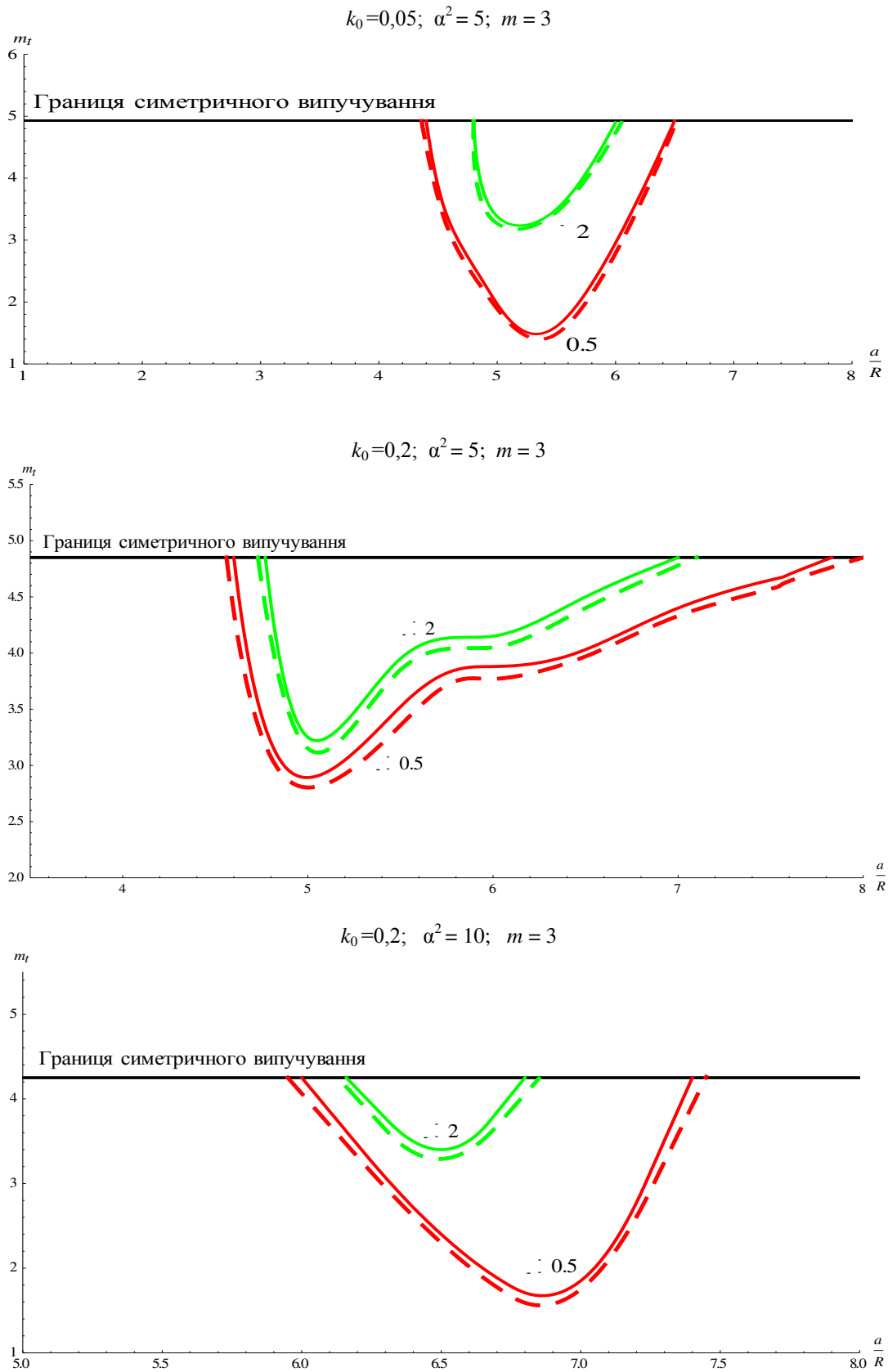


Рис. 5. Графіки значення параметра m_c та відношенням лінійних розмірів оболонки $\frac{a}{R}$, підкріпленої трьома ребрами жорсткості

Значення параметра критичного навантаження m_c визначається розв'язанням трансцендентного рівняння стійкості. На рис.4,5 представлені значення параметра критичного навантаження m_c для оболонки, підкріпленої одним та трьома ребрами жорсткості. Значення m_c визначалися як з урахуванням крайового ефекту Рейсснера (суцільні лінії на рисунках), так і без урахування. На графіках видно, що при визначенні m_c вплив крайового ефекту Рейсснера незначний при значеннях $k_0 < 0,5$. При більших значеннях k_0 цей вплив підвищується.

Висновки

Таким чином, побудована математична модель та розроблений алгоритм дослідження стійкості тришарової кругової оболонки, підкріпленої поздовжніми ребрами жорсткості, на базі яких досліджене критичне навантаження в залежності від геометричних розмірів оболонки, параметра кривизни та параметра жорсткості заповнювача; отримані кількісні залежності параметрів втрати стійкості та вільних коливань від фізико-механічних властивостей матеріалів та розмірів тришарової підкріпленої оболонки. Встановлено, що зі збільшенням числа ребер критичне навантаження та критична жорсткість ребер підвищується; зі збільшенням відношення сторін оболонки критична жорсткість ребер збільшується, а критичне навантаження зменшується; зі збільшенням згинальної жорсткості ребер критичне навантаження збільшується до певної межі, після чого воно залишається постійним і рівним критичному навантаженню оболонки, замкненої між ребрами.

Список використаної літератури

1. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. 172 с.
2. Александров А. Я., Бородин М. Я. Конструкция с заполнителями из пенопластов. Москва: Оборонгиз, 1962. 212 с.
3. Кириченко В. Л., Емельянова Т. А. Дифференциальные уравнения устойчивости пологой трехслойной оболочки с легким заполнителем, подкрепленной ребрами жесткости. Вестник Херсонского государственного технического университета. 1999. №3(6). С. 248–251.
4. Surianinov Mykola, Yemelianova Tetiana, Lazarieva Dina. Investigation of Free Vibrations of Threelayered Cylindrical Shell Supported by Transverse Ribs. International Journal of Engineering and Technology (IJET). 2019. Vol. 11. № 1. P. 61–66. DOI:10.21817/ijet/2019/v11i1/191101016
5. Surianinov M., Yemelianova T., Shyliaiev O. Investigation of Free Vibrations of Three-Layered Circular Shell Supported by Annular Ribs of Rigidity. Proceedings of the Actual Problems of Engineering Mechanics (APEM 2019): 6th International Conference (Ukraine, Odesa, May 20-24, 2019). Vol. 968. Zurich: Trans Tech Publications Ltd, 2019. P. 437–443. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.968.437
6. Емельянова Т. А. Розв'язуюче рівняння стійкості тришарової оболонки, яка підкріплена ребрами жорсткості. Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей 4-ї Міжнародної науково-практичної конференції. (Одеса, ОДАБА, 2017 р.). Одеса: Екологія, 2017. С. 40–44.
7. Емельянова Т. А. Устойчивость трехслойной пологой оболочки с легким заполнителем, подкрепленной продольными ребрами жесткости. Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике (Сборник по материалам Международной научно-технической конференции). Минск: УП «Технопринт», 2001. С. 193–197.
8. Сливкер В. И. Строительная механика. Вариационные основы: М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2005. 736 с.

References

1. Grigolyuk E. I., & Chulkov P. P. (1973). Ustoychivost' i kolebaniya trekhsloynnykh obolochek. Moskva: Mashinostroyeniye.
2. Aleksandrov A. Ya., & Borodin M. Ya. (1962). Konstruktsiya s zapolnitelyami iz penoplastov. Moskva: Oborongiz.
3. Kirichenko V. L., & Yemel'yanova T. A. (1999). Differentsial'nyye uravneniya ustoychivosti pologoy trekhsloynnoy obolochki s legkim zapolnitelem, podkreplenoj rebrami zhestkosti. Vestnik Khersonskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 3(6), 248–251.
4. Surianinov Mykola, Yemelianova Tetiana, & Lazarieva Dina. (2019). Investigation of Free Vibrations of Threelayered Cylindrical Shell Supported by Transverse Ribs. International Journal of Engineering and Technology (IJET). 11, 1, 61–66. DOI:10.21817/ijet/2019/v11i1/191101016
5. Surianinov M., Yemelianova T., & Shyliaiev O. (2019). Investigation of Free Vibrations of Three-Layered Circular Shell Supported by Annular Ribs of Rigidity. Proceedings of the Actual Problems of Engineering Mechanics (APEM 2019): 6th International Conference (Ukraine, Odesa, May 20-24, 2019). Vol. 968. Zurich: Trans Tech Publications Ltd, pp. 437–443. DOI:10.4028/www.scientific.net/MSF.968.437

6. Yemel'yanova T. A. (2017). Rozv'yazuyuche rіvnyannya stіlykosti trisharovoyi obolonki, yaka pіdkrіplena rebrami zhorstkosti. Proceedings of the Aktualni problemi inzhenernoyi mehaniki: tezi dopovіdey 4-yi Mizhnarodnoyi naukovo-praktichnoyi konferentsiyi. (Odesa, ODABA, 2017). Odessa: Ekologiya, pp. 40–44.
7. Emelyanova T. A. (2001). Ustoychivost trehsloynoy pologoy obolochki s legkim zapolnitelem, podkreplenoj prodolnyimi rebrami zhestkosti. Aktualnyie problemyi dinamiki i prochnosti v teoreticheskoy i prikladnoy mehanike (Sbornik po materialam Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii). Minsk: UP «Tehnoprint», 2001. P. 193–197.
8. Slivker V. I. Stroitel'naya mehanika. Variatsionnyie osnovyi: Uchebnoe posobie. M.: Izdatelstvo Assotsiatsii stroitelnyih vuzov, 2005.