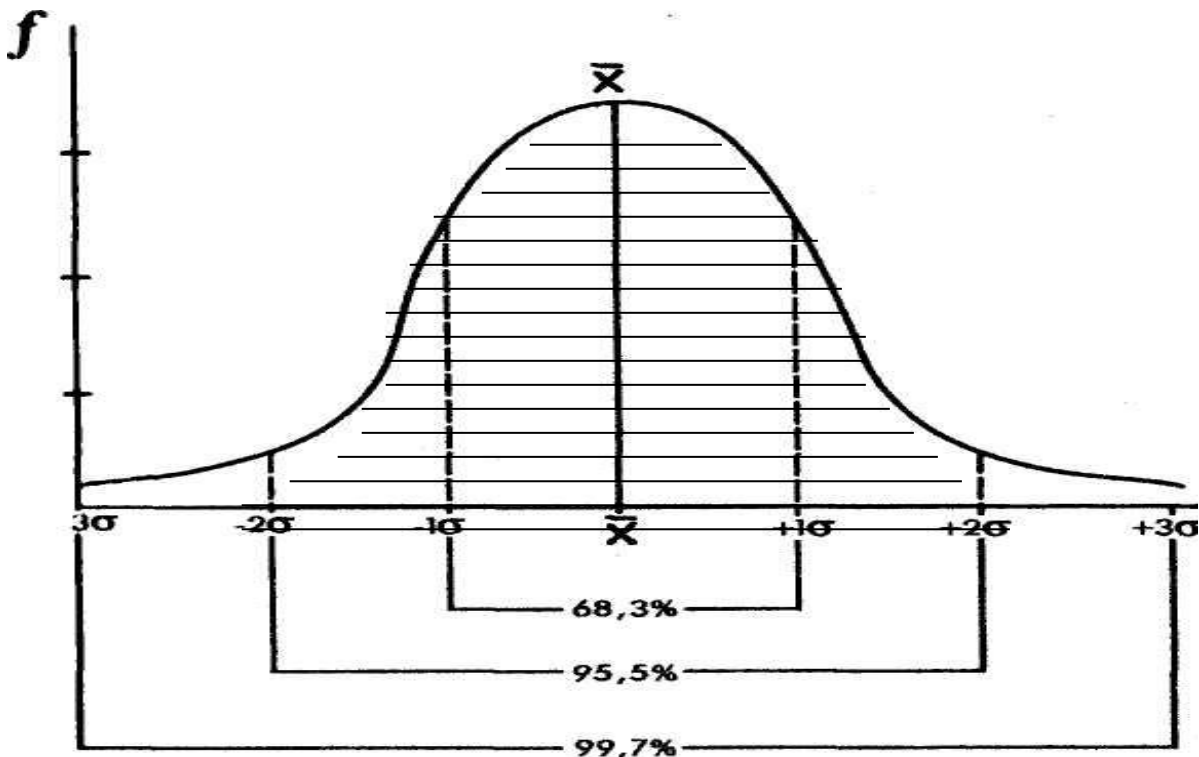


Міністерство аграрної політики України
Інститут тваринництва центральних районів НААНУ
Державний вищий навчальний заклад
Херсонський державний аграрний університет

Коваленко В.П., Халак В.І., Нежлукченко Т.І., Папакіна Н.С.

БІОМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ МІНЛИВОСТІ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК
З ГЕНЕТИКИ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН



Херсон

2010

УДК 636.082 : 57.087.1 (075)

ББК 45.31:28.04я2

Б 63

*Гриф надано Міністерством аграрної політики України
(лист № 18-28-13/34 від 15.01.2010 р.)*

Б 63 Навчальний посібник: Біометричний аналіз мінливості ознак сільськогосподарських тварин і птиці / В.П. Коваленко, В.І. Халак, Т.І. Нежлукченко, Н.С. Папакіна. – Херсон: Олді-плюс, 2010. – 226 с.

ISBN 978-966-2393-19-4

Підготували:

В.П. Коваленко – Херсонський державний аграрний університет
В.І. Халак – Інститут тваринництва центральних районів НААНУ
Т.І. Нежлукченко – Херсонський державний аграрний університет
Н.С. Папакіна – Херсонський державний аграрний університет

Рецензенти:

Котенджі Г.П. – доктор с.-г. наук, професор, завідувач кафедри технології виробництва продукції тваринництва Сумського національного аграрного університету
Гіль М.І. – доктор с.-г. наук, професор, декан факультету технології виробництва і переробки продукції тваринництва Миколаївського державного аграрного університету

В навчальному посібнику наведено характеристику біометричних величин (генетико-математичних параметрів), викладено методику їх обчислення та застосування в технології селекційного процесу зі стадами тварин, а також у дослідній роботі. Складено завдання та контрольні запитання для самостійної роботи студентів.

Призначено для підготовки бакалаврів, спеціалістів і магістрів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації за спеціальністю «Технологія виробництва і переробки продукції тваринництва»

ISBN 978-966-2393-19-4

© Коваленко В.П., Халак В.І., 2010

© Нежлукченко Т.І., Папакіна Н. С., 2010

© Олді-плюс., 2010

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. МІНЛИВІСТЬ КІЛЬКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ	7
1.1. Метод варіаційної статистики для великих вибірок	20
1.2. Метод варіаційної статистики для малих вибірок	41
2. КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ ТА РЕГРЕСІЇ МІЖ КІЛЬКІСНИМИ ОЗНАКАМИ	55
2.1. Коефіцієнти кореляції між кількісними ознаками у великих вибірках	58
2.2. Параметри прямої лінійної регресії між кількісними ознаками у великих вибірках	65
2.3. Показники зв'язку між кількісними ознаками у малих вибірках	80
2.4. Параметр регресії між кількісними ознаками у малих вибірках	88
3. ПОКАЗНИКИ ЗВ'ЯЗКУ МІЖ АЛЬТЕРНАТИВНИМИ ОЗНАКАМИ (r_a) ТА КОРЕЛЯЦІЯ МІЖ РАНГАМИ (r_s)	93
3.1. Коефіцієнти кореляції між альтернативними ознаками r_a	93
3.2. Коефіцієнт рангової кореляції (r_s)	95
4. КРИТЕРІЙ χ^2 (χ -квадрат)	106
4.1. Метод χ -квадрат для вивчення успадкування якісних ознак при аналізі схрещувань у зоотехнії	107
4.2. Метод χ -квадрат для визначення достовірності відмінностей між двома групами тварин у ветеринарії	113
5. ФАКТОРИ ДИНАМІКИ МІНЛИВОСТІ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ	123
5.1. Коефіцієнт успадкованості (h^2) ознак і способи його визначення	123
5.2. Ефект селекції (Se_f) та селекційний диференціал (S_d)	140
5.3. Коефіцієнт інбридінгу (гомозиготності) (F)	148
5.4. Показники ефекту гетерозису (E_g)	166
6. ОСНОВИ ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ	172
6.1. Однофакторний рівноваговий дисперсійний комплекс для малих вибірок .	173
6.2. Однофакторний рівноваговий дисперсійний комплекс для багаточисельної вбіркової сукупності	178
6.3. Дисперсійний аналіз двофакторного комплексу	186
7. МОДЕЛЮВАННЯ СЕЛЕКЦІЙНИХ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН	195
7.1. Моделі росту селекційних показників тварин і птиці	195
7.2. Сучасні методи моделювання ознак сільськогосподарських тварин	200
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	225

ВСТУП

Сучасне виробництво продукції рослинництва і тваринництва базується на основі використанням високопродуктивного генофонду, адаптованого до умов індустриальних технологій. У даному випадку генофонд сільськогосподарських тварин і птиці представлений групами (стадами), які є частиною великих популяцій. Для них, у першу чергу, притаманні дві особливості – стійко передавати свої спадкові властивості потомству і забезпечувати рівень мінливості, достатній для вибору і розмноження кращих генотипів. Показники, за якими ведеться оцінка і відбір тварин, називаються ознаками.

Зважаючи на значну кількість основних господарських ознак та їх кількісне вимірювання або опис (для альтернативних якісних ознак) в наукових дослідженнях і практичній роботі селекціонерів, технологів, виникає потреба визначити їх середні значення для популяцій, відмінності і дискретність окремих генотипів, ступінь реалізації в наступних генераціях.

З цією метою для аналізу мінливості ознак, їх розподілу та отримання селекційного прогресу використовують біометричні методи.

Біометрія – це наука яка застосовує методи математичної статистики для планування біологічних і сільськогосподарських дослідів, обробки та аналізу їх результатів. Основи біометрії були закладені в кінці XIX століття працями англійських вчених Ф. Гальтона і К. Пірсона.

Методи біометрії базуються на теорії ймовірності та математичної статистики, які вивчають динаміку складних систем, зокрема, популяцій, видів за полігенно-обумовленими та поліморфними ознаками. Основне завдання біометричного дослідження – виявити суттєвість отриманих результатів, їх

відповідність статистичним законам розподілу ознак, і встановити окремий та сумісний вклад організованих у досліді й випадкових факторів на мінливість показників.

У тваринництві методи біометрії знаходять широке розповсюдження під час аналізу методів відбору і підбору, зокрема для оцінки генотипової цінності тварин, прояву гетерозису і інбредної депресії, виявлення відмінностей та подібностей між групами тварин. У біометрії використовують методи математичного моделювання для опису і прогнозу продуктивності за даними, отриманими в ранньому онтогенезі. Зокрема, розроблено математичні моделі та індекси для опису лактаційних кривих, кривих несучості й динаміки нарощування живої маси.

Подальший успішний розвиток біометрії і підвищення точності визначення статистичних величин обумовлені широким використанням комп'ютерної техніки і прикладних програм обробки експериментальних даних. В цьому аспекті впровадження методів біометрії забезпечує отримання детальної інформації про закономірності досліджуваних явищ, на підставі якої здійснюється моніторинг і управління селекційними технологічними процесами в тваринництві.

Навчальний посібник підготовлений у рамках міжнародного проекту 159173-Tempus-De-Tempus-JPCR «Європейський магістерський курс з контролю якості та експертизи харчових продуктів». В розробці проекту приймають участь: Херсонський державний аграрний університет, Харківська державна зооветеринарна академія, Днепропетровский державний аграрний університет, Одеський державний екологічний університет (Україна), Українська корпорація по виробництву м'яса на промисловій основі «ТВАРИНПРОМ», Університет Вайнштефан (Германія), Університет Парми

(Италия), Аграрный Университет – Пловдив (Болгария),
Консалтинговая ассоциация – Пауло и Беатриз (Португалия).

1. МІНЛИВІСТЬ КІЛЬКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ

Біометрія - це розділ математичної статистики, який вивчає методи математичної обробки варіюючих величин стосовно живих організмів. Також це наука статистичного аналізу групових властивостей в біології. Ці властивості можуть вивчатися за характером міжгрупових і внутрішньогрупових властивостей за будь-якої чисельності (починаючи від двох).

Методи біометрії дозволяють математично надати точні характеристики властивостей та ознак сукупностей, визначати ступінь генетичної різноманітності ознак і впливати на нього різними факторами, прогнозувати ефективність селекційної роботи.

Сучасна біометрія знаходить широке застосування під час вирішення проблем подальшого розвитку сільськогосподарського виробництва щодо організації і проведення польових дослідів у рослинництві, годівлі, селекції та генетиці сільськогосподарських тварин, у вивченні клінічного, фізіологічного, біохімічного та функціонального статусу тварин у нормі та при різних патологіях і захворюваннях.

Теоретичною основою біометрії є теорія ймовірності та закон великих чисел. В біометрії найчастіше зустрічаються з такими термінами і поняттями.

Ознака - особливість або властивість організму (надій, жива маса, масть, клінічні чи гематологічні показники тощо). Біометрія вивчає варіюючі ознаки, тобто такі, які приймають різну величину у об'єктів відносно однорідної групи за якимось одним чи кількома показниками. Залежно від природи успадкування, ознаки поділяють на кількісні та якісні.

Кількісні показники ознак – це такі властивості й особливості організму, величина яких може бути виміряна і має цифрове вираження в певних одиницях системи мір (надій - кг, середньодобовий приріст - г, вміст гемоглобіну в крові – мг %) або можуть бути пораховані (несучість, плодючість, кількість лейкоцитів у крові в 1 мм^3 - шт.). Залежно від цього їх поділяють, у свою чергу, на лічильні та мірні.

Лічильні ознаки змінюються або варіюють переривчасто (дискретно), їх фіксують шляхом підрахунку і виражають тільки цілими числами. *Мірні ознаки* мають непереривчастий характер вираження і можуть фіксуватися цілими і дробовими числами.

Якісні показники ознак, або їх називають ще альтернативними – протилежними (чорний або білий, солодкий чи гіркий), не можуть бути виміряні або пораховані, а мають лише словесне описання (масть тварин, тип конституції, схильність до захворювання, патогенність збудника хвороби).

Кількісні та якісні показники ознак мають свої особливості успадкування.

Кількісні ознаки, як правило, – це ознаки полігени і успадковуються за типом складної взаємодії багатьох генів. Тому вони і змінюються безперервно. Про характер їх успадкування найчастіше судять за значенням коефіцієнта успадкованості.

Якісні ознаки за своєю природою успадкування відносяться до менделюючих ознак, вони детерміновані одною парою алельних генів, або взаємодією декількох пар неалельних генів. Під час їх біометричної обробки застосовується метод рангованого ряду. Варто відзначити, що абсолютної межі між кількісними та якісними ознаками робити не можна, будь-яку якісну ознаку при застосуванні точних лабораторних методів можна перевести в ознаку кількісну. Наприклад, масть тварини можна виразити через кількість пігменту в волоссі, смак чи запах продукту – через кількість речовини, яка їх

обумовлює, резистентність до захворювання – через титр відповідних імунних тіл.

Варіювання – це різноманітність особин за тією чи іншою ознакою в межах однорідної за основними показниками групи, яка обумовлена дією різноманітних факторів. Варіювання ознаки в групі має відповідну закономірність: кількість особин з крайніми виразами ознак (максимальними і мінімальними) буде завжди меншою, ніж особин з рівнем ознаки, близьким до середнього значення.

Варіанта – це зафіксоване значення якоїсь ознаки у конкретної особини (Х або V).

Генеральна сукупність - великий масив тварин або інших біологічних об'єктів, які є предметом дослідження. Об'єм генеральної сукупності може бути різним і визначатися поставленою метою. Це може бути вид, порода або її племінна частина, заводська лінія, породний тип. Генеральну сукупність охопити дослідженням фізично і технічно важко, а за деякими ознаками, які вимагають забою тварин, просто неможливо. Тому вивчають закономірності успадкування та мінливості ознак, які є метою дослідження, тільки на частині особин генеральної сукупності – вибірці.

Вибірка – це група особин генеральної сукупності, відібрана за принципом випадковості. Вона може бути великою або малою. Великими називають вибірки, об'єм яких 30 і більше варіант, а малими – менше 30 варіант. Для великої і малої вибірок існують свої методи розрахунку біометричних показників. При використанні інформаційних технологій розподіл на великі та малі вибірки не проводять. У таких випадках розрахунок біометричних величин проводиться за спеціально складеними програмами відповідно типу чи модифікації пакету програм Offise та Mathcad.

Імовірність – це об'єктивна можливість появи якоїсь події із загальної кількості всіх можливих рівноцінних випадків. Події розділяють на достовірні (обов'язково виникають при відповідних умовах), випадкові (можуть виникати, але можуть і не виникати) та неможливі (не можуть виникати). Імовірність достовірної події дорівнює одиниці, неможливої - нулю. Імовірність альтернативних (протилежних) подій **p** та **q** також дорівнює одиниці (**p + q = 1**). Імовірність випадкової події може варіювати від 0 до 1. Математично імовірність якоїсь події можна виразити як відношення числа випадків **A**, що сприяють наступу очікуваної події **P_A** до загальної кількості **N** всіх можливих та неможливих подій:

$$P_A = \frac{A}{N} \quad (1)$$

Після того, як із генеральної сукупності відібрано і сформовано вибіркочну сукупність, приступають до її статистичного опрацювання.

В основному в генетиці, зоотехнії та ветеринарії біометричними методами розраховують такі статистичні показники:

– середні величини варіюючих ознак - середня арифметична, середня гармонічна, середня зважена, мода, медіана;

– показники мінливості, або варіювання ознак, - ліміти, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, нормоване відхилення;

– показники зв'язку між двома або кількома ознаками - коефіцієнти фенотипової та генотипової кореляції, ранговий коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення, коефіцієнт кореляції для альтернативних ознак, коефіцієнт регресії;

- показники репрезентативності або відповідності вибірових параметрів щодо генеральної сукупності – статистичні помилки, достовірність статистичних показників;
- показники частки варіювання під впливом різних факторів - дисперсійний аналіз.

Для позначення основних статистичних показників у біометрії найширше застосовується така літерна символіка:

X або V - значення варіанти;

n - об'єм вибірки;

N - об'єм генеральної сукупності;

p – частота при складанні варіаційного ряду;

\bar{X} - середня арифметична вибірки;

\hat{X} - середня арифметична генеральної сукупності;

A - умовна середня;

σ - середнє квадратичне відхилення;

C_v - коефіцієнт варіації;

$C_y; C_x; C_z$ - дисперсія загальна, факторіальна, залишкова;

\lim - ліміт;

r - коефіцієнт кореляції;

R - коефіцієнт регресії;

$s_{\bar{\delta}}, s_{\sigma}, s_{C_v}, s_r, s_R$ - статистичні помилки;

t - показник достовірності статистичної величини;

t_d - критерій достовірності різниці;

χ^2 - критерій відповідності (χ_i - квадрат);

h^2 - коефіцієнт успадковуваності;

r_w - коефіцієнт повторювальності;

P - імовірність.

При розрахунку статистичних величин бажано дотримуватись такого порядку чисел:

– середня арифметична вибіркової сукупності розраховується на один порядок вище точності виміру ознаки;

– середнє квадратичне відхилення та коефіцієнт варіації розраховуються на один порядок вище точності розрахунку відповідної середньої арифметичної;

– помилки статистичних величин розраховують на один порядок вище точності розрахунку відповідного їм показника.

Статистичну обробку багаточисельної або великої вибірки без застосування ЕОМ починають зі складання варіаційного ряду.

Варіаційний ряд - це два ряди або колонки цифр, які характеризують розподіл варіант (x) по класах (w) та їх частоти (p). Він включає в себе весь первинний матеріал і дає уявлення про впорядкований реальний розподіл особин у групі за величиною досліджуваної ознаки.

При нормальному розподілі варіант варіаційний ряд характеризується такими особливостями:

– в міру наближення до середини варіаційного ряду кількість частот у класах зростає;

– крайні класи мають найменшу кількість частот;

– всередині варіаційного ряду або близько до неї є клас з найбільшою кількістю частот і його називають *модальним*.

Залежно від характеру успадкування ознаки, лімітів її мінливості, а також способу вимірювання, варіаційні ряди можуть бути переривчастими та безперервними.

Наприклад, коли вивчається розподіл свиноматок стада за багатоплідністю, то ця ознака в нормальних умовах середовища має генетично обумовлений ліміт, цілі одиниці виміру в головах і не може бути числом дробовим. Тому класи в даному випадку можуть

бути записані так: 6,7,8,9,10,11,12,13, 14, 15,..., тобто однією цифрою в межах від мінімуму до максимуму. Такий варіаційний ряд називають *переривчастим* і це стосується деяких ознак, які отримуються способом лічби.

Безперервні варіаційні ряди мають початок та кінець класів і складаються для всіх кількісних ознак, які мають широкий ліміт мінливості.

Алгоритм розрахунків при складанні варіаційного ряду

1. Визначити об'єм вибірки - n , тобто кількість варіант, що її складають.
2. Знайти ліміти вибірки: максимальне значення варіанти - X_{\max} та мінімальне - X_{\min} , тобто

$$\lim = X_{\max} - X_{\min} \quad (2)$$

3. Розрахувати величину класового проміжку (K), користуючись формулою:

$$K = \frac{\lim}{pk}, \quad (3)$$

де \lim – ліміт ознаки;

pk – рекомендована кількість класів у варіаційному ряду.

Число класів залежить від об'єму вибірки (табл. 1):

1 – Чисельність класів у варіаційному ряді для різних вибірок

n	Рекомендоване число класів
30-60	6-8
61-100	7-10
101-200	9-12
201-500	12-17

Розрахункову величину класового проміжку бажано заокруглити (0,082 - до 0,1; 0,39 - до 0,4; 1,84 - до 2; 58,6 - до 60; 94,3 - до 100; 487,6 - до 500; 897,9 - до 1000).

4. Встановити межі першого класу. Початком першого класу може бути число, яке задовольняє таким вимогам:

- близьке до мінімуму або дорівнює йому, але не більше мінімуму;
- повинно бути цілим або круглим;
- бажано, щоб воно ділилось на величину класового проміжка без залишку.

Закінчується перший клас числом, яке повинно бути на одиницю точності виміру ознаки менше від початку наступного класу.

5. Побудувати варіаційний ряд та записати класи (w). Максимум повинен увійти в останній клас.

Фактична кількість класів у варіаційному ряді може на 1-2 відрізнятись від обраного залежно від того, наскільки та в якому напрямку провели заокруглення розрахованої величини класового проміжку.

6. Провести рознесення варіант по класах методом листа.

7. Визначити частоту варіацій (p) для кожного класу.

Якщо рознесення варіант по класах зроблено правильно, то сума частот повинна дорівнювати об'єму вибірки ($\sum p = n$).

8. Знайти та виділити у варіаційному ряді модальний клас (клас із найбільшою кількістю частот), який при нормальному розподілі варіант знаходиться посередині варіаційного ряду або близько до нього.

9. Записати у варіаційний ряд значення a , яке показує, на скільки класових проміжків кожен клас віддалений від модального

класу. Відхилення a для модального класу дорівнює 0, в бік \min воно дорівнює $-1, -2, -3, \dots$, а в бік \max відповідно $1, 2, 3, \dots$.

10. Для наступних розрахунків необхідних статистичних показників записати до варіаційного ряду значення pa, pa^2 для кожного класу і одержати їх суму ($\sum pa; \sum pa^2$).

Варіаційний ряд будь-якого типу може мати графічне зображення у вигляді варіаційної кривої або гістограми.

Варіаційна крива - це графічне зображення варіаційного ряду у вигляді лінійної кривої, ординати якої пропорційні частотам варіаційного ряду (рис.1).

При побудові графіка варіаційної кривої використовують систему координат. На горизонтальній осі (вісь абсцис) відкладають значення класів, а на вертикальній (вісь ординат) - частоти. На місці перетину ліній класів та відповідних їм частот ставлять крапки, з'єднавши які, одержують ламану, яку називають *варіаційною*.

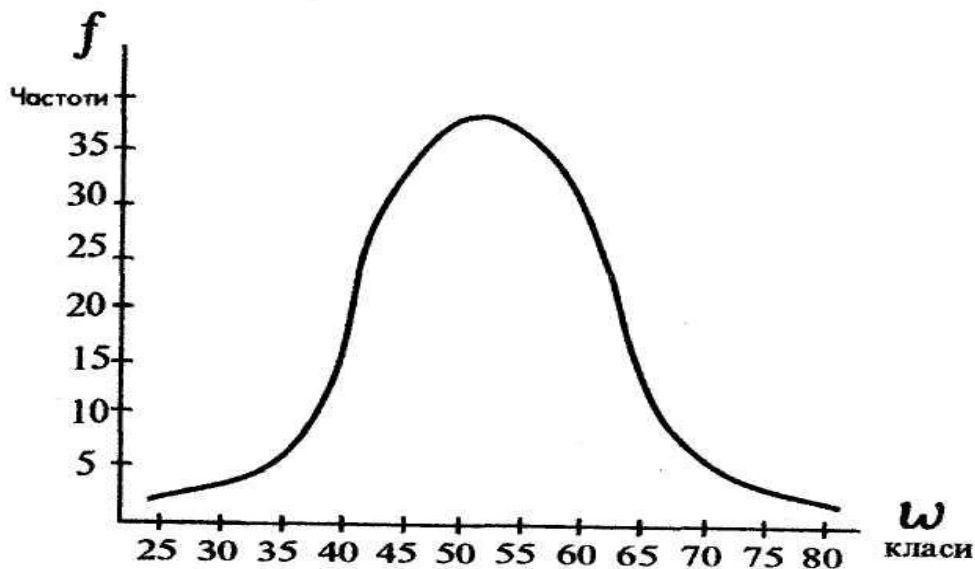


Рис. 1. Крива нормального розподілу живої маси, кг

Площу, обмежену варіаційною кривою, називають полігоном розподілу.

Залежно від характеру розподілу варіант, варіаційні криві можуть бути: нормальні, біномінальні, асиметричні, пуасоновські, ексцесивні, плоско вершинні, двовершинні, трансгресивні.

Графічне зображення переривчастих варіаційних рядів зручніше давати у вигляді гістограми.

Гістограма - це графічне зображення у вигляді стовпчастої діаграми результатів спостереження варіювання будь якої кількісної ознаки, на основі якої складено варіаційний ряд. Вона складається з прямокутників, побудованих для кожного класу у відповідності з їх частотами. Основою кожного прямокутника є відповідне значення класу, а висота його зумовлена кількістю частот у класі.

На одному графіку можна разом поєднати зображення варіаційного ряду у вигляді гістограми і варіаційної кривої, яка проводиться через середину вершини стовпчиків гістограми (рис. 2).

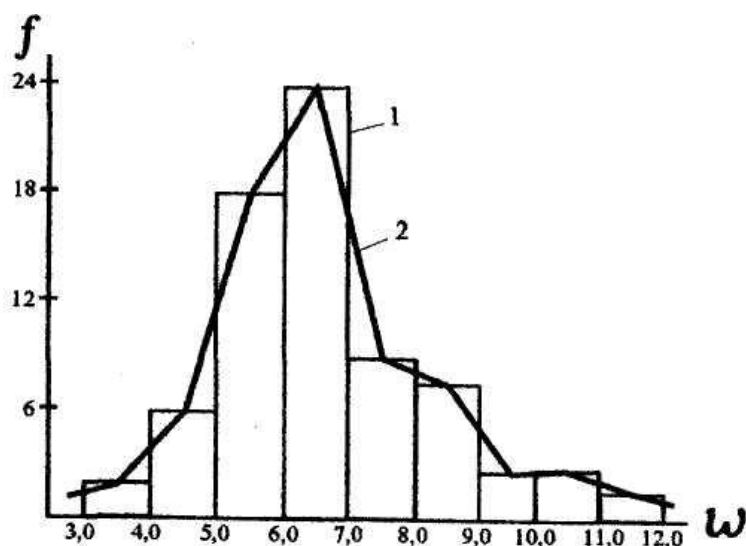


Рис. 2. Розподіл корів за кількістю лейкоцитів в 1 мм^3 крові (за В.Л. Петуховим, 1996):

1 - гістограма; 2 - варіаційна крива.

Також розрізняють ще декілька типів варіаційних кривих: *біномінальна* – це теоретична крива, яку будують за коефіцієнтом

бінома Ньютона. Така крива може бути симетричною (при $p=q=0,5$) та асиметричною. Теоретично біноміальна крива доволі близька до фактичного розподілу (рис. 3).

Розподіл Пуасона – використовується при вивченні рідкісних випадків, які відбуваються з частотою один на 1 тис., 10 тис. і більше звичайних явищ (наприклад, поява альбіносів у популяції, народження калік, виникнення мутацій, народження монозиготних близнюків).

При розподілі Пуасона варіаціями є число рідкісних випадків, а частотами – число великих груп, в яких відбулися ці явища.

Приклад: В групі 100 корів, кожна корова мала 4 отелення. Серед них отелень з появою двоєн мали всього 10 корів. Варіаційний ряд розподілу корів за кількістю двійневих телят має наступний вигляд:

2. – Варіаційний ряд при розподілі Пуасона

Число двійневих отелень ($x+$)	0, 1, 2, 3
Число корів (P)	90, 6, 3, 1
Всього 100	-

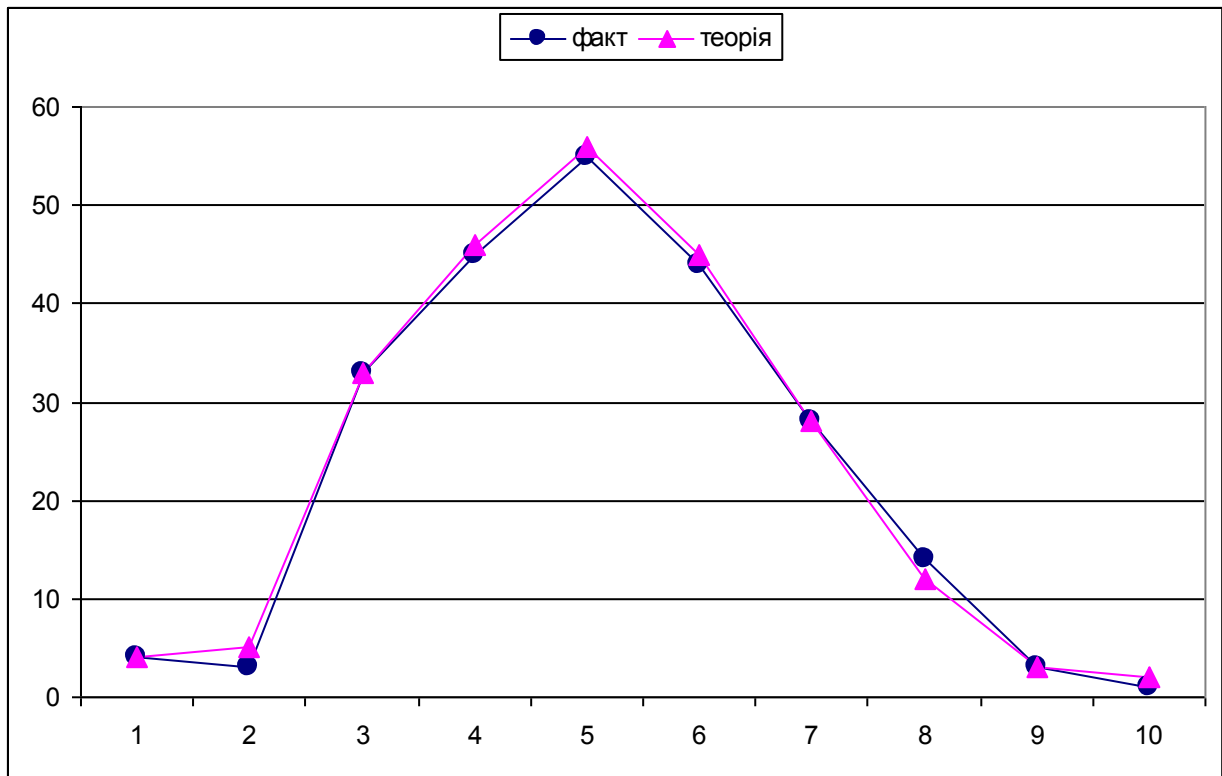


Рис. 3. Біноміальний розподіл

Ексцесивні криві. Складемо варіаційний ряд за ознакою багатоплідності 76 бурштино-сапфірових норок (за кількістю щенят у гнізді). Складено наступну вибірку.

Кількість щенят у гнізді бурштино-сапфірових норок:

5, 4, 4, 2, 8, 1, 6, 4, 3, 4, 4, 4, 6, 4, 5, 2, 4, 7, 4, 6, 5, 6, 4, 5,
 4, 4, 8, 4, 5, 4, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 4, 4, 7, 3, 4, 5, 4, 5, 4, 4,
 5, 3, 4, 4, 4, 4, 7, 5, 3, 6, 4, 9, 4, 4, 6, 4, 2, 6, 4, 2, 4, 5, 4, 4,
 4, 4, 3, 4.

Загальна чисельність варіантів $n=76$. Мінімальні та максимальні значення варіантів: $limit=1-9$ (ці варіанти виділені у вибірці).

Клас позначає кількість щенят у кожному гнізді, частота – це чисельність таких гнізд. До першого класу повинні бути віднесені норки, в гніздах яких було 1 щеня, до другого – з 2 щенятами та т.п. Загалом дев'ять класів. Після рознесення варіант отримуємо наступний варіаційний ряд:

Класи (число щенят) (w) 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Частоти (число гнізд) (P) 1 4 6 39 13 7 3 2 1

При складанні розподілу ознак спостерігається відхилення від нормального розподілу, при збереженні симетричності ряду спостерігається скупчення частот у центральних класах. Крива набуває вигляду гострої піраміди – така ламана отримала назву ексцесивної (ексцес позитивний). При від’ємному ексцесі у центрі розподілу замість вершини впадина, внаслідок чого утворюється двохвершинна крива (рис 4).

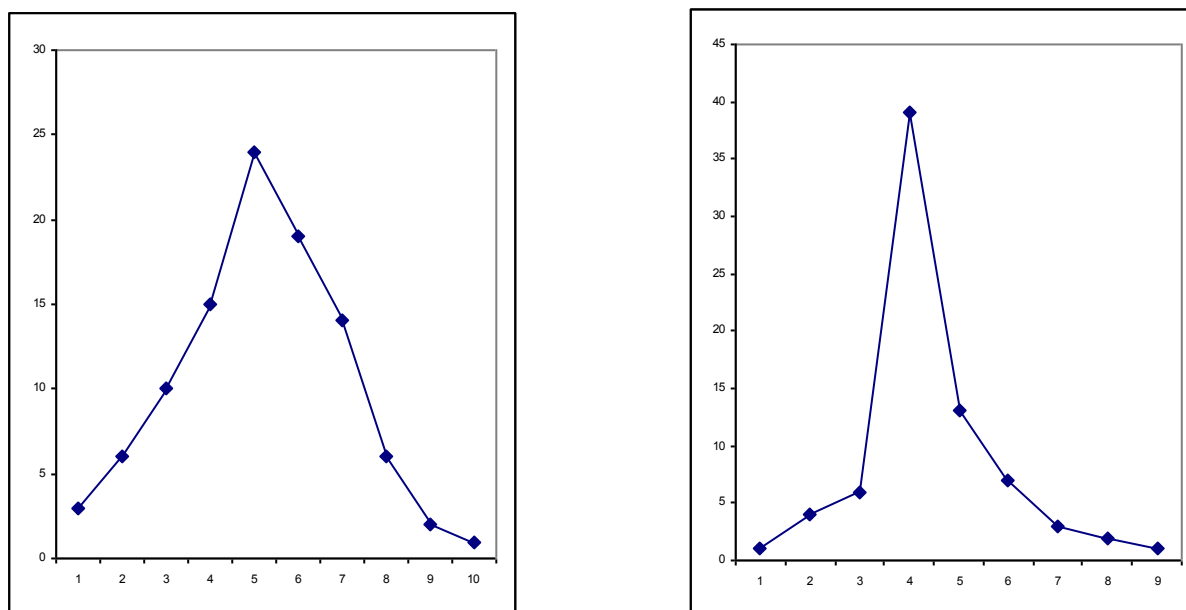


Рис. 4. Позитивна та негативна ексцесивні криві

Асиметричні ряди та криві можуть виникати як наслідок порушення принципу випадковості під час добору тварин до вибірки, або у разі великої недостовірності сукупності з якої формують вибірку, або з об’єктивних біологічних причин. За типами асиметричні криві бувають правими негативними та лівими позитивними (рис. 5).

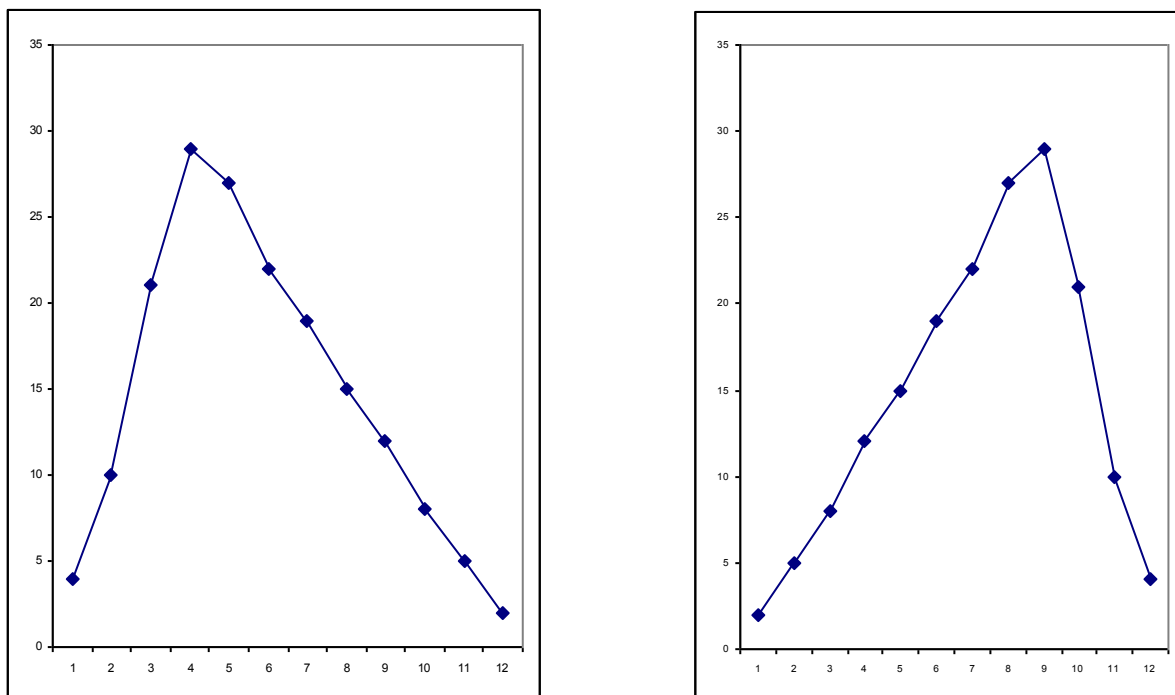


Рис. 5 Типи асиметрії: ліва позитивна та права негативна

Трансгресивні ряди та криві мають середні арифметичні значення, які достовірно відрізняються. Частина класів у них загальна. Ліве крило однієї кривої перетинається з правим крилом іншої кривої (наприклад, порівняння варіаційних рядів при дигібридному схрещуванні у другому поколінні).

1.1. Метод варіаційної статистики для великих вибірок

Після складання варіаційного ряду та його графічного зображення у вигляді варіаційної кривої чи гістограми, визначають середню арифметичну (\bar{X}), середнє квадратичне відхилення (σ), коефіцієнт варіації (C_v), їх помилки ($S_{\bar{x}}$; S_{σ} ; S_{C_v}) та критерій достовірності ($t_{\bar{x}}$; t_{σ} ; t_{C_v}) відібраної вибіркової сукупності.

Середня величина - значення будь-якої ознаки є найбільш поширеною характеристикою сукупності. Наприклад, під час

стійлового утримання тварин для контролю за станом їх здоров'я, необхідно мати дані про вміст у крові гемоглобіну, Са, Р, кількості еритроцитів та лейкоцитів, тощо. Про здоров'я тварин стада можна судити за даними середніх значень тих показників, які вивчаються.

Середнє значення ознаки вивчається різними методами залежно від специфіки варіюючої ознаки, особливостей її варіювання та розміру вибіркової сукупності.

Існує декілька видів середніх величин, якими користуються у біометрії: середня арифметична (\bar{X}), середня арифметична зважена ($\bar{X}_{зв}$), середня геометрична (С), середня гармонічна (Н), середня квадратична (S), мода (M_o), медіана (M_e). Всі названі середні величини мають абстрактне значення і в співвідношенні між собою мають відповідну послідовність між мінімальними та максимальними значеннями варіюючої ознаки, що можна виразити формулою:

$$X_{\min} < H < C < M_o < S < \begin{matrix} \bar{X} \\ X_{\max} \\ M_e \end{matrix} \quad (4)$$

Ця закономірність дає змогу контролювати правильність розрахунку величин і відхилення від неї, свідчить про технічні помилки, допущені при розрахунках, або порушення вимог формування вибірки.

Середня арифметична (\bar{X}) - це показник середньої величини ознаки у відібраної групи особин. Тому середня арифметична є узагальнюючим статистичним параметром середнього рівня значення ознаки. Основна властивість середньої арифметичної полягає в тому, що сума відхилень кожної варіанти від середньої арифметичної досліджуваної вибірки завжди дорівнює нулю.

Для розрахунку середньої арифметичної використовують дані варіаційного ряду, методику складання якого розглянуто вище. Розрахунок проводиться методом добутків за формулою:

$$(\bar{X}) = A + vk, \quad (5)$$

де (\bar{X}) - середня арифметична;

A - умовна середня, і вона дорівнює:

$$A = w_1 + \frac{k}{2} - \text{для безперервного варіювання}; \quad (6)$$

$$A = \frac{w_1 + w_2}{2} - \text{для переривчастого варіювання}; \quad (7)$$

$$v - \text{поправка до умовної середньої}; \quad v = \frac{\sum pa}{n} \quad (8)$$

k - величина класового проміжку;

w_1, w_2 - значення першої і другої межі модального класу;

p - частоти;

a - відхилення класів від умовної середньої;

n - об'єм вибірки.

Середня арифметична вказує лише на значення ознаки, яке є найхарактернішим для даної сукупності біологічних об'єктів і сама по собі не дає повного уявлення про її особливості і відмінності від інших груп.

Для будь-якої сукупності біологічних об'єктів характерною є наявність різноманітності між її членами за різними ознаками, особливо кількісними, які формуються внаслідок складної взаємодії генетичних особливостей кожної особини та безлічі факторів середовища. Навіть при однакових середніх арифметичних двох або кількох вибірок у них можна встановити суттєві відмінності в характері варіювання.

Найбільш поширеними показниками, які характеризують ступінь варіювання або мінливості ознак в сукупності, є ліміти

(lim), середнє квадратичне відхилення (σ) та коефіцієнт варіації (C_v).

Ліміт - це найбільш простий показник варіювання або мінливості ознаки і характеризує мінімальне і максимальне значення досліджуваної ознаки у вибірковій сукупності, що вказує на розмах або амплітуду варіювання. Розраховується ліміт як різниця між максимальним та мінімальним значенням варіанти досліджуваної ознаки:

$$\text{lim} = X_{\max} - X_{\min} \quad (2)$$

Невеликий ліміт мінливості вказує на високу однорідність сукупності і що в ній проводився жорсткий відбір; вона є більш відселекціонованою. Одночасно це вказує і на те, що в такій вибірковій сукупності низький рівень генетичної мінливості. Лімітом, як показником мінливості, користуються лише для попереднього знайомства з особливостями вибіркової сукупності, бо він не дає уявлення про розподіл варіант всередині варіаційного ряду.

Середнє квадратичне відхилення (σ) - це основний найпоширеніший показник мінливості, який показує, наскільки в середньому відхиляється кожна варіанта від середньої арифметичної даної вибірки.

Кожна вибірка має ряд варіант більших і менших за середню арифметичну. Відхилення варіант від середньої арифметичної із знаком "+", "-" при їх підсумовуванні завжди взаємогасяться і дорівнюють нулю $\Sigma(X - \bar{X}) = 0$. Тому в основному розрахунку середнього квадратичного відхилення беруть квадрати відхилень $(X - \bar{X})^2$. Середнє квадратичне відхилення - величина завжди позитивна, поіменована і вимірюється в тих же одиницях, в яких визначають ознаку.

Крім свого прямого призначення середнє квадратичне відхилення як елемент входить до формул для розрахунку інших біометричних величин: коефіцієнтів варіації, кореляції, регресії, помилок середніх величин, елементів дисперсійного аналізу. При нормальному розподілі варіант у варіаційному ряді відхилення по обидва боки від середньої арифметичної на 1σ охоплює 68,3% всіх варіант вибірки, на 2σ - 95,5%, на 3σ - 99,7% (рис.6).

Як бачимо, за межами $\pm 3\sigma$ від середньої знаходиться тільки 0,3 % всіх членів сукупності (вибірки). Загальний ліміт мінливості для 99,7 % членів вибіркової, а відповідно і генеральної сукупності вкладається в розмір 6σ .

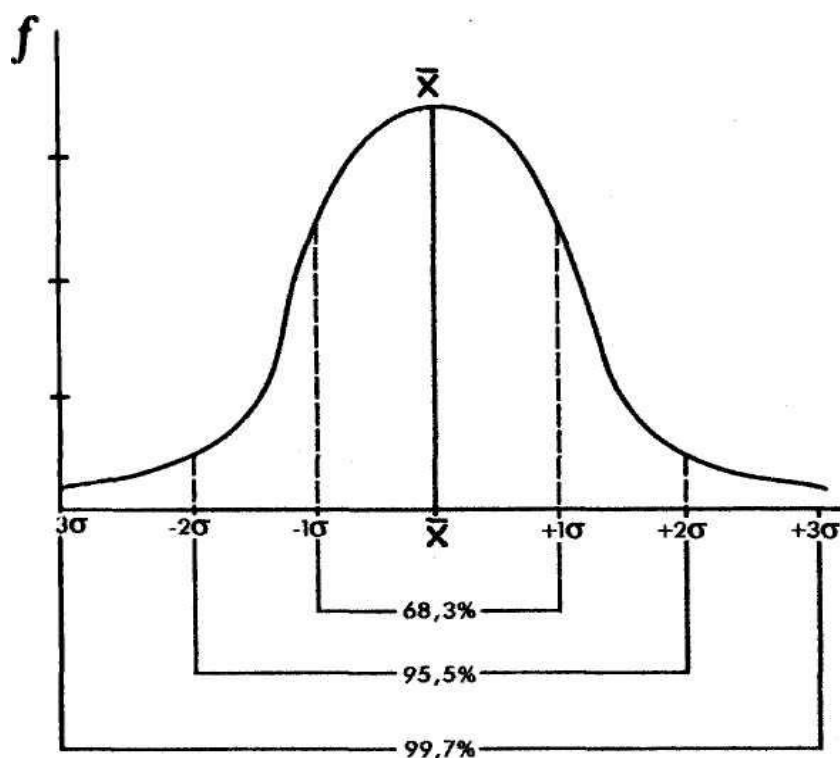


Рис. 6. Графічне зображення правила " $\bar{X} \pm 3\sigma$ " при нормальному розподілі варіант

Ця закономірність дає можливість за значеннями \bar{X} та σ , у випадку відсутності самої вибірки визначити ліміт мінливості ознаки:

$$X_{\max} = \bar{X} + 3\sigma \quad (9); \quad X_{\min} = \bar{X} - 3\sigma. \quad (9)$$

Коли відомо ліміти вибірки, то орієнтовано можна розрахувати значення, розділивши ліміт на величину 6:

$$\sigma = \frac{\tilde{O}_{\max} - X_{\min}}{6} \quad (10)$$

За числовим значенням σ відносно \bar{X} можна робити висновки про ступінь мінливості ознаки. Чим більша σ , тим більша мінливість і навпаки. Вважають, якщо відхилення варіанти від середньої арифметичної значно перевищує значення 3σ , то дана особина не є характерною для цього варіаційного ряду і, мабуть, є представником іншої сукупності.

У багаточисельній вибірковій сукупності для розрахунку середнього квадратичного відхилення користуються даними з таблиці варіаційного ряду, розрахунок здійснюється за формулою

$$\sigma = k \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} - b^2}, \quad (11)$$

де k - величина класового проміжку;

p - частоти;

a - відхилення класів від умовної середньої;

n - об'єм вибірки;

b - поправка до умовної середньої $b = \frac{\sum pa}{n}$ (8)

Σ - знак суми.

Коефіцієнт варіації ($C_v, \%$), як і середнє квадратичне відхилення, також характеризує ступінь мінливості ознак. Його використовують для порівняння ступеня варіювання різнойменних ознак одної вибіркової сукупності або однойменних ознак різних вибірових сукупностей.

У питаннях порівняння ступеня мінливості коефіцієнт варіації має більш універсальне значення, ніж середнє квадратичне відхилення. За допомогою σ можна порівняти ступінь мінливості лише однойменних ознак між двома або більшим числом сукупностей за умови, що їх середні арифметичні за цією ознакою не дуже різняться між собою.

Коефіцієнт варіації - це відношення середнього квадратичного відхилення до середньої арифметичної, виражене у відсотках

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \% \quad (12)$$

Розрахунок C_v за цією формулою проводять незалежно від того велика вибірка або мала.

Залежно від числового значення коефіцієнта варіації виділяють мінливість високу ($C_v \geq 15 \%$), середню ($l_v = 5 \dots 15 \%$) та низьку ($C_v < 5\%$).

Помилки середніх величин розраховують для того, щоб середні величини, одержані у вибірці, перенести для характеристики всієї генеральної сукупності, а також для оцінки достовірності розрахованих статистичних показників вибірки.

Як уже відзначалось раніше, охопити дослідженнями усю генеральну сукупність важко, а іноді просто неможливо, тому генеральну сукупність характеризують на основі показників вибірки, складеної за принципом випадковості. При цьому виникає деяка неточність, тому що ціле характеризується на основі даних

його частини. Відмінності, які виникають при цьому, називають помилками репрезентативності.

Варіаційною статистикою встановлено, що середня арифметична генеральної сукупності знаходиться в межах плюс-мінус трикратного значення помилки від середньої арифметичної вибірки:

$$\hat{X} = \bar{X} \pm 3s_{\bar{x}} \quad (13)$$

Це правило стосується і середнього квадратичного відхилення та коефіцієнта варіації вибіркового дослідження. Якщо дослідженням охоплено всю сукупність, то помилки репрезентативності не розраховують.

Помилки записують через знак \pm поряд з тим біометричним показником, для якого вони розраховані:

$$(\bar{X} \pm s_{\bar{\delta}}; \sigma \pm s_{\sigma}; C_v \pm s_{C_v}) \quad (14)$$

Статистичні помилки для біометричних показників розраховують за формулами:

- для середньої арифметичної $s_{\bar{\delta}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; (15)

- для середнього квадратичного відхилення $s_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$; (16)

- для коефіцієнта варіації $s_{C_v} = \frac{C_v}{\sqrt{2n}}$. (17)

Помилки використовуються також і для визначення достовірності одержаних статистичних величин шляхом розрахунку так званого *критерію достовірності* (t), який розраховують в одній вибірці за формулами:

- для середньої арифметичної $t_{\bar{x}} = \frac{\bar{X}}{S_{\bar{x}}}$; (18)

- для середнього квадратичного відхилення $t_{\sigma} = \frac{\sigma}{S_{\sigma}}$; (19)

- для коефіцієнта варіації $t_{Cv} = \frac{Cv}{S_{Cv}}$. (20)

За величиною t судять про їх вірогідність та рівень імовірності (P), який визначають за таблицею Стюдента (додаток 1).

Розрізняють три рівні або пороги імовірності (P), яким відповідають мінімальні значення критерія вірогідності:

$$\begin{array}{lll} P = 0,95; & P = 0,99; & P = 0,999; \\ t = 1,96; & t = 2,58; & t = 3,29. \end{array}$$

Окремим рівням, або порогам імовірності, відповідають певні показники вагомості. Імовірності $P \geq 0,95$ відповідає рівень вагомості $P \leq 0,05$; $P \geq 0,99 - P \leq 0,01$; $P \geq 0,999 - P \leq 0,001$.

Наприклад, при імовірності $P \geq 0,95$, в 95 випадках із 100 буде підтверджуватись та ж закономірність статистичної величини. Цьому рівню імовірності відповідає рівень вагомості $P \leq 0,05$, який за умов нормального розподілу означає, що у 5 випадках із 100 закономірність статистичної величини може не підтвердитись.

У великих вибірках, якщо значення критерію t для якогось показника є меншим 1,96, то таким показником користуватися не можна. Потрібно сформулювати нову вибірку і зробити повторні розрахунки.

Методика виконання типового завдання

Скласти варіаційний ряд, побудувати варіаційну криву, розрахувати середню арифметичну (\bar{X}), середнє квадратичне відхилення (σ), коефіцієнт варіації (C_v), їх помилки ($S_{\bar{x}}$; S_{σ} ; S_{C_v}), критерій достовірності ($t_{\bar{x}}$; t_{σ} ; t_{C_v}) та зробити висновки про характер розподілу варіант у вибірці та достовірність одержаних статистичних величин показників живої маси телят червоної степової породи при народженні, кг:

27	28	26	30	32	36	38	37	24	32
32	32	32	35	37	39	37	34	32	28
28	39	33	33	45	28	26	33	26	36
35	43	30	36	32	26	35	32	32	30
36	28	36	28	23	26	27	40	35	28
32	34	31	30	36	36	36	35	32	37
35	31	27	31						

Алгоритм дії:

1. Визначаємо об'єм вибірки, який становить 64 варіанти.

1. Встановлюємо ліміти вибірки:

$$X_{\max} = 45 \text{ кг}; \quad X_{\min} = 23 \text{ кг}.$$

2. Для розрахунку величини класового проміжку (формула 3), при $n = 64$ можна брати 7-10 класів. Для зручності візьмемо 7.

$$k = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\text{кількість} \cdot \text{класів}} = \frac{45 - 23}{7} = \frac{22}{7} = 3,1 \text{ кг} \quad \text{відповідно:} \quad k \approx 3$$

4. Будуємо варіаційний ряд розподілу. Початком першого класу візьмемо число 21. Закінчується перший клас числом 23, яке на одиницю точності виміру ознаки (1 кг) менше від початку наступного класу 24 ($21+3=24$).

5. Форма запису варіаційного ряду за даними живої маси телят. Максимальна варіанта 45 кг увійшла в останній клас (45-47).

Фактична кількість класів 9 не збіглася з розрахунковою, але співпадає з рекомендованою кількістю класів (табл. 3).

6. Проводимо рознесення варіант: перша варіанта 27 входить у межі 3-го класу (27-29) - там і ставиться крапка, друга варіанта 28 також попадає до 3-го класу, де ставлять другу крапку, третя варіанта 26 попадає до 2-го класу (24-26).

3. - Варіаційний ряд живої маси телят

	Класи, w	Рознесення	Частоти, p	a	pa	pa ²
1	21-23	.	1	-3	1·(-3)=-3	1·(-3) ² =9
2	24-26		6	-2	6·(-2)=-12	6·(-2) ² =24
3	27-29	⊗	10	-1	10·(-1)=-10	10·(-1) ² =10
4	30-32	⊗ □	18	0	0	0
5	33-35	⊗ ..	12	+1	12·1=12	12·1 ² =12
6	36-38	⊗ ..	12	+2	12·2=24	12·2 ² =48
7	39-41	: .	3	+3	3·3=9	3·3 ² =27
8	42-44	.	1	+4	1·4=4	1·4 ² =16
9	45-47	.	1	+5	1·5=5	1·5 ² =25
	Сума	Σp=64	Σp=64	-	Σpa = (-25) + 54=29	Σpa ² =171

Так розносять усі 64 варіант по класах варіаційного ряду.

7. Рознесення за формою листа переводимо в цифри і записуємо частоти (P_e). Рознесення варіант зроблено правильно і Σp = 64.

8. Модальним є 4-й клас (30-32), куди увійшли 18 варіант, його і виділяємо.

9. Значення a для модального класу ставимо 0, вгору до мінімуму -1, -2, -3, донизу в бік максимуму 1,2,3,4,5.

10. Значення Σpa та Σpa² використовуються для розрахунку окремих статистичних величин.

На основі складеного варіаційного ряду будемо варіаційну криву (рис.7).

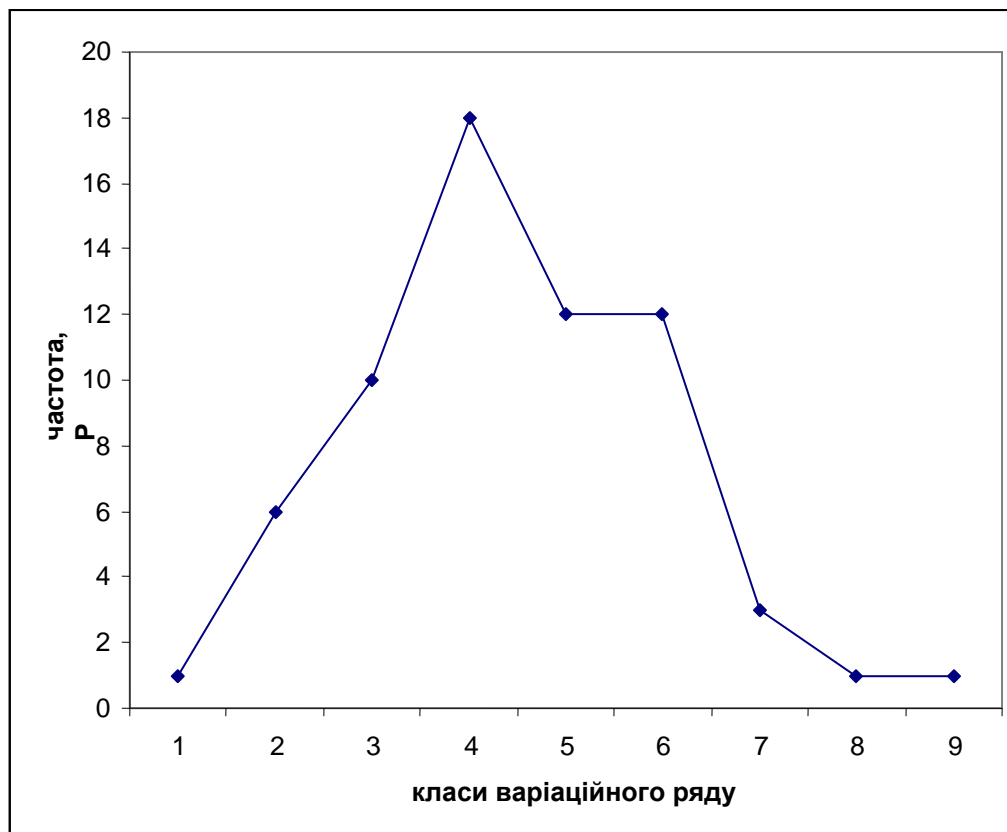


Рис. 7. Варіаційна крива живої маси свиноматок, кг

За характером розподілу варіант у варіаційному ряді розподілу крива живої маси телят при народженні є дещо асиметричною, має чітко виражену одну вершину, та невиражену другу.

На основі даних варіаційного ряду проводиться розрахунок середньої арифметичної \bar{X} , середнього квадратичного відхилення (σ), їх помилок та критерію достовірності.

Модальним класом у варіаційному ряді живої маси телят при народженні є 4-й клас (30+32), класовий проміжок становить 3 кг, $\Sigma pa = 29$, $\Sigma pa^2 = 171$, $n = 64$.

11. Середня арифметична (\bar{X}) = А + вк, за формулами 6; 8 та 5:

$$A = \frac{W_1 + W_2}{2} = \frac{30 + 32}{2} = 31,0 \text{ (кг)}$$

$$e = \frac{\sum pa}{n} = \frac{29}{64} = 0,45$$

$$\bar{X} = 31 + 0,45 \times 3 = 31 + 1,35 = 32,35(\text{кг})$$

12. Середнє квадратичне відхилення (11):

$$\sigma = k \sqrt{\frac{\sum pa^2}{n} - b^2} = 3 \sqrt{\frac{171}{64} - 0,45^2} = 3 \sqrt{2,6719 - 0,2025} = 4,30 (\text{кг})$$

13. Як було відзначено раніше, ліміти ознаки у вибірковій сукупності за нормального розподілу варіант підпорядковані правилу "3 σ " (9). Перевіримо це твердження стосовно нашого прикладу:

$$\bar{X} = 32,35 \text{ кг}, \sigma = 4,30 \text{ кг}, X_{\max} = 45 \text{ кг}, X_{\min} = 23 \text{ кг};$$

$$\bar{X} + 3\sigma = 32,35 + 3 \cdot 4,30 = 32,35 + 12,90 = 45,25 \text{ кг};$$

$$\bar{X} - 3\sigma = 32,35 - 3 \cdot 4,30 = 32,35 - 12,90 = 19,45 \text{ кг};$$

Відхилення $\bar{X} + 3\sigma$ та $\bar{X} - 3\sigma$ від лімітів вказує на значну асиметричність розподілу частот варіаційного ряду.

14. Коефіцієнт варіації (12):

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} 100\% = \frac{4,30}{32,35} 100\% = 13,29\%$$

Мінливість ознаки «жива маса» вище середньої.

15. Помилки середніх величин, за формулами 15-17:

$$s_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4,30}{\sqrt{64}} = \frac{4,30}{8} = 0,54 \text{ кг}$$

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \frac{4,30}{\sqrt{2 \times 64}} = \frac{4,30}{11,31} = 0,38 \text{ кг}$$

$$s_{Cv} = \frac{C_v}{\sqrt{2n}} = \frac{13,29}{\sqrt{2 \times 64}} = \frac{13,29}{11,31} = 1,17 \%$$

16. Критерії вірогідності (18-20):

$$t_X = \frac{X}{S_X} = \frac{32,35}{0,54} = 59,91$$

$$t_\sigma = \frac{\sigma}{S_\sigma} = \frac{4,30}{0,38} = 11,32$$

$$t_{Cv} = \frac{Cv}{S_{Cv}} = \frac{13,22}{1,17} = 11,36$$

17. Зведені дані за цим прикладом:

$$\bar{X} \pm S_{\bar{X}} = 32,35 \pm 0,54 \text{ кг}; \quad t_{\bar{X}} = 59,91; \quad P > 0,999;$$

$$\sigma \pm S_\sigma = 4,30 \pm 0,38 \text{ кг}; \quad t_\sigma = 11,32; \quad P > 0,999;$$

$$Cv \pm S_{Cv} = 13,29 \pm 1,17 \%; \quad t_{Cv} = 11,36; \quad P > 0,999;$$

Критерій достовірності для всіх розрахованих вибірок статистичних показників живої маси свиноматок вищій від значення критерію Стьюдента ($t_{st} = 3,5$) для третього рівня імовірності. Це дає право стверджувати, що основні показники розглянутої вибіркової сукупності достовірні з імовірністю $P > 0,999$ і ними можливо користуватись (додаток 1).

Для остаточного твердження про характер розподілу варіант у варіаційному ряді, крім цього, розраховують ще моду (M_0), медіану (M_e) і їх значення порівнюють із середньою арифметичною.

Мода (M_0) - це варіанта, яка найчастіше зустрічається у варіаційному ряді. Ця величина знаходиться в межах модального класу і за своїм значенням є близькою до середньої арифметичної.

Розраховується за формулою:

$$\dot{I}_0 = w_0 + k \left(\frac{f_2 - f_1}{2f_2 - f_1 - f_3} \right), \quad (21)$$

де w_0 - значення межі початку модального класу;

k - величина класового проміжку;

f_1 - частота класу, який передує модальному;

f_2 - частота модального класу;

f_3 - частота наступного за модальним класом.

$$M_o = 30 + 3 \frac{18 - 10}{(2 \cdot 18) - 10 - 12} = 30 + 3 \frac{8}{14} = 30 + 3 \cdot 0,57 = 31,71 \text{ кг}$$

Медіана (M_e) – це варіанта, яка ділить членів сукупності варіаційного ряду на дві частини: одна - менша, друга – більша.

Використовується для характеристики сукупностей як за кількісними, так і за якісними ознаками.

Для розрахунку значення медіани у великих вибіркових сукупностях використовується формула:

$$M_e = w_o + k \frac{\frac{n}{2} - p_1}{pM_e} \quad (22)$$

де, w_0 - початок класу, в якому знаходиться медіана;

k - величина класового проміжку;

n - об'єм вибірки;

p_1 - сума накопичених частот класів, які передують класу, в якому міститься медіана;

M_e - медіана варіаційного ряду.

4. – Таблиця розрахунку медіани

Початок класів	21	24	27	30	33	36	39	42	45
Частоти	1	6	10	18	12	12	3	1	1
Накопичені частоти	1	7	17	35	47	59	62	63	64

Із ряду накопичених частот визначаємо p_1 , що становить 17, оскільки в наступному класі з накопиченою частотою 35 буде знаходитись медіана. Сума накопичених частот, яка становить половину варіаційного ряду $\frac{n}{2}$, дорівнює 32.

Оскільки медіана буде знаходитись в 4-му класі, то P_{Me} дорівнює 17, а w_0 становить 30. Величина класового проміжку в даному ряді $k = 3$ кг.

$$M_e = 30 + 3 \cdot \frac{\frac{64}{2} - 17}{35} = 30 + 3 \cdot 0,43 = 30 + 1,29 = 31,29 \text{ (кг)}$$

Порівнявши розраховані для даної вибіркової сукупності середні величини $\bar{x} = 32,35$ кг, $M_0 = 31,71$ кг, $M_e = 31,29$ кг, можна зробити висновок, що вони близькі за значеннями, але в той же час і різняться між собою. Ця різниця вказує на деяку асиметричність розподілу частот варіаційного ряду. У симетричному варіаційному ряді $\bar{x} = M_0 = M_e$.

Самостійна робота

Кожний студент виконує методом великих вибірок одну із задач у такій послідовності:

- складає варіаційний ряд та будує варіаційну криву;
- визначає наступні статистичні величини \lim , \bar{X} , σ , C_v , їх помилки ($S_{\bar{x}}$; S_{σ} ; S_{C_v}), критерій достовірності ($t_{\bar{x}}$; t_{σ} ; t_{C_v}) та рівень їх імовірності (P);
- робить висновки про мінливість ознаки, достовірність розрахованих статистичних величин і рівень їх імовірності;
- розраховує моду та медіану, порівнюючи їх значення із середньою арифметичною, робить висновок про характер розподілу частот варіаційного ряду.

Варіант 1. Надій молока за третю лактацію корів чорно-рябої породи, кг

3363	6955	7494	4528	3020	3637	5221	6697	4481
4313	4390	6435	4860	4390	5721	3533	4895	4700
6490	4761	5076	3940	3830	3753	4829	4635	4800

5843	5521	4652	3800	3005	4241	4420	6238	4310
------	------	------	------	------	------	------	------	------

Варіант 2. Вміст жиру в молоці за третю лактацію у корів симентальської породи, %

4,13	3,88	4,37	3,80	3,80	3,44	3,50	3,90	3,80
4,00	3,66	4,08	3,64	3,85	3,70	3,44	4,30	3,80
4,09	3,73	3,93	3,80	3,84	3,83	3,50	4,54	4,13
4,27	3,60	3,50	3,74	3,77	3,59	4,20	4,10	3,70

Варіант 3. Добовий надій молока корів чорно-рябої породи, кг

21,9	21,5	25,3	19,3	23,2	17,2	26,9	25,4	22,7
23,8	18,1	19,9	22,9	18,3	23,0	17,5	16,5	21,7
20,1	20,9	17,0	29,6	21,8	28,5	22,4	25,0	18,5
14,6	17,8	21,4	20,4	16,4	21,4	19,7	13,9	22,2

Варіант 4. Жива маса корів чорно-рябої породи після третього отелення, кг

520	510	517	540	605	625	500	520	500
517	645	480	490	601	533	502	551	573
510	476	560	460	570	500	546	520	390
500	538	585	550	510	578	545	564	560

Варіант 5. Жива маса свиноматок великої білої породи у віці 24 місяці, кг

225	181	320	288	250	295	295	292	259
280	176	321	282	327	320	242	320	346
220	215	226	292	244	226	182	250	320
226	205	296	305	285	253	263	255	235

Варіант 6. Довжина тулуба свиноматок великої білої породи у віці 24 місяці, см

159	148	152	144	169	171	150	154	160
170	143	144	153	162	162	153	160	180
152	163	147	150	157	162	170	162	150
147	140	155	159	144	154	160	165	152

Варіант 7. Настриг вовни у овець породи прекос, кг

7,4	6,5	7,5	6,8	7,0	9,0	8,9	7,2	7,4
63	6,6	7,9	63	6,8	9,2	7,4	7,6	7,9
5,8	6,5	7,0	7,0	7,5	9,4	8,0	8,2	8,0
8,1	9,3	8,1	6,6	6,5	8,3	8,1	7,1	8,2

Варіант 8. Жива маса овець породи прекос, кг

59	52	50	56	59	58	63	52	57
60	54	48	67	51	61	55	50	60

57	58	57	55	57	47	52	50	62
63	52	54	60	52	64	56	59	57

Варіант 9. Вміст білка в молоці корів червоної степової породи, %

3,31	3,85	3,16	3,45	3,87	3,67	3,88	3,53	3,48
3,80	3,09	3,54	3,40	4,11	3,67	3,91	3,44	3,55
3,70	3,50	3,70	3,29	3,75	3,75	4,14	3,54	3,66
3,90	3,40	3,70	3,29	3,75	3,29	3,55	3,79	3,53

Варіант 10. Несучість курей російської білої породи, шт.

227	234	236	255	259	214	236	233	243
205	229	239	230	237	234	222	245	250
231	254	225	231	232	234	260	229	216
218	226	247	257	240	224	241	248	247

Варіант 11. Маса яйця курей породи плімутрок, г

53,0	53,7	53,2	60,4	48,7	49,5	54,6	58,7	53,9
51,7	55,2	55,2	53,4	47,9	53,0	56,0	50,0	58,8
58,7	54,2	55,3	48,0	54,0	50,8	56,1	52,1	45,7
53,0	50,1	55,7	54,3	55,2	47,0	51,0	58,0	49,9

Варіант 12. Жива маса телиць чорно-рябої породи у віці 12 місяців, кг

230	243	231	210	245	235	240	240	240
227	241	237	228	241	230	250	210	245
218	230	252	210	246	239	224	216	226
234	222	260	245	252	254	227	246	249

Варіант 13. Жива маса ремонтних свинок української м'ясної породи у віці 5 місяців, кг

57	59	52	50	56	49	58	63	52
58	60	48	48	67	51	61	58	57
56	57	48	57	55	58	58	60	53
53	63	52	54	60	66	53	58	56

Варіант 14. Жива маса ремонтних кнурців породи дюрок у віці 4 місяця, кг

35	47	44	56	43	47	44	48	51	32	41	46
51	49	50	46	45	52	50	47	54	45	44	46
49	54	43	48	58	50	52	51	55	42	49	53

Варіант 15. Жива маса поросят уельської породи у віці 2 місяця, кг

15,6	16,4	16,1	14,8	12,1	12,9	10,9	12,4	17,6
14,1	17,5	17,6	15,5	14,2	17,0	13,7	13,5	10,5
11,6	11,8	15,2	14,8	17,0	16,8	12,5	10,9	15,9
14,2	16,8	16,2	13,3	14,4	15,0	15,3	16,0	17,5

Варіант 16. Жива маса курей породи леггорн, кг

1,75	2,00	2,10	2,21	1,95	1,88	1,96	1,78	2,62
2,50	1,84	2,32	2,17	2,44	2,42	2,37	1,95	2,01
1,85	1,95	2,00	1,68	2,45	2,61	1,70	2,15	2,30
2,26	1,88	1,75	1,90	2,00	2,05	1,85	1,75	2,25

Варіант 17. Довжина тулуба свиноматок великої чорної породи, см

159	170	165	179	156	153	162	147	140	179	164	179
180	168	161	167	172	145	158	181	174	156	162	151
169	178	147	148	155	160	170	181	160	168	175	170

Варіант 18. Обхват грудей за лопатками у корів червоної степової породи, см

194	186	178	185	190	186	178	180	187
174	180	196	179	191	203	190	174	183
180	187	196	180	185	190	185	189	173
187	183	195	192	177	184	182	185	176

Варіант 19. Молочність свиноматок породи ландрас, кг

50	62	47	52	45	43	52	43	58	54	57	42
49	58	53	48	45	50	46	54	60	55	57	48
55	47	50	53	54	55	49	48	52	57	61	59

Варіант 20. Багатоплідність свиноматок великої білої породи за другим опоросом, голів

11	11	16	10	13	11	12	12	13	9	10	13
14	12	11	12	11	10	10	14	11	18	12	13
10	13	12	14	13	8	10	10	14	12	12	11

Варіант 21. Вік досягнення живої маси 100 кг молодняком свиней української м'ясної породи, днів

180	160	188	173	159	155	180	189	164	180	190	150
170	170	158	170	169	160	180	177	188	158	150	189
187	172	165	190	173	161	163	172	180	191	165	158

Варіант 22. Вік досягнення живої маси 100 кг молодняком полтавської м'ясної породи, днів

167	180	190	185	178	169	201	164	185	178	170	174
170	195	196	200	205	176	168	174	178	168	165	171
195	200	201	194	191	185	188	195	195	180	183	190

Варіант 23. Витрати корму на 1 кг приросту живої маси молодняку свиней української м'ясної породи центрального полтавського типу, к. од.

4,0	3,5	3,5	4,5	2,0	4,1	4,4	4,5	4,3
4,2	4,2	3,6	4,9	4,3	3,9	4,3	4,9	4,7
4,0	4,1	4,1	3,8	4,9	4,6	4,3	4,4	4,2
3,7	3,6	3,9	3,7	4,5	3,2	3,6	3,8	4,0

Варіант 24. Бактерицидна активність сироватки крові поросят породи гемпшир у віці 3 місяці, %

37,6	34,2	33,2	36,4	35,1	32,8	33,2	34,2	35,6
35,2	34,8	36,8	38,1	34,3	36,2	32,6	33,4	36,8
35,8	33,2	35,3	32,7	37,2	35,6	37,4	31,9	34,2
32,8	36,9	33,2	31,4	33,8	37,8	36,0	35,1	34,2

Варіант 25. Вміст кальцію у крові корів герефордської породи, г/%

13,0	11,8	10,1	9,9	10,5	12,3	14,2	11,4	12,5
10,0	10,3	10,5	10,4	11,4	11,8	11,3	11,5	10,0
9,9	14,0	9,2	12,9	9,6	11,2	9,7	11,0	14,5
12,8	11,5	12,0	12,4	10,0	9,5	9,0	9,8	15,0

Варіант 26. Кількість еритроцитів у крові корів швіцької породи, млн/мм³

6,7	7,4	6,6	8,7	8,4	7,3	6,9	7,0	6,4
6,4	6,2	5,7	7,4	7,1	6,4	6,0	5,6	6,1
6,6	5,7	6,6	6,7	6,6	7,2	6,4	7,1	8,5

Варіант 27. Кількість лейкоцитів у крові корів червоної степової породи, тис/мм³

5,7	4,7	9,9	5,4	13,9	4,8	6,5	4,4	5,6
7,0	11,5	8,0	10,3	6,4	9,8	7,0	5,4	8,2
8,7	6,9	8,7	7,1	9,4	6,7	8,5	9,1	7,7
10,1	7,6	9,2	8,6	13,7	7,0	4,0	9,5	11,4

Варіант 28. Вміст гемоглобіну у крові корів монбедьярдської породи, од. Салі

64,8	67,8	64,0	70,2	64,8	60,6	63,0	60,6	63,0
76,8	66,5	69,5	76,6	78,0	72,0	55,2	64,2	93,0
72,0	63,0	63,6	61,2	72,0	65,4	78,0	70,8	55,8
63,0	62,1	60,0	58,6	60,1	52,8	75,6	70,4	63,0

Варіант 29. Вміст фосфору у крові свиноматок української білої степової породи, г/%

8,9	8,0	7,9	9,5	8,5	9,0	9,2	8,5	7,5	9,2	6,9	9,0
6,8	9,1	6,5	13,7	9,7	9,3	9,8	10,4	11,7	6,4	9,2	6,5
7,7	8,2	9,2	6,9	8,1	8,5	8,5	6,8	7,2	7,3	9,1	10,4

Варіант 30. Кількість Т-лімфоцитів у суягних вівцематок, шт\мм³

480	470	520	410	440	530	540	600	610	460	550	495
470	464	700	460	500	520	500	490	530	600	540	480
550	540	450	540	490	510	570	440	480	630	550	500

Контрольні питання

1. Що вивчає біометрія, коли і де її застосовують?
2. Що таке ознака, які ознаки бувають? Що таке варіювання? Дайте визначення варіанти.
3. Який характер успадкування якісних та кількісних ознак?
4. Поняття про вибірку та генеральну сукупність. Які вибірки називають великими і малими?
5. Що таке варіаційна крива і порядок її побудови. В яких випадках будують варіаційну криву, в яких гістограму? Які бувають типи варіаційних кривих залежно від характеру розподілу?
6. Що таке варіаційний ряд і які його основні особливості?
7. Як розраховують величину класового проміжку?
8. Від чого залежить кількість класів у варіаційному ряді?
9. Який порядок визначення меж першого класу варіаційного ряду?
10. Який клас у варіаційному ряді називають модальним і чим він характеризується?
11. Що означає середня арифметична і в яких одиницях вона виражається?
12. Основні біометричні показники, які вказують на ступінь мінливості ознак у вибірковій сукупності?
13. В яких випадках характеристики ступеня мінливості ознак застосовують σ , а в яких C_v ? Що визначають, користуючись правилом 3σ ?
14. З якою метою розраховують помилки статистичних величин?
15. Як і для чого розраховують критерій достовірності (t) вибіркових біометричних величин?
16. Як ви розумієте поняття "рівень імовірності" та "рівень вагомості"?
17. Які типи розподілу варіаційних кривих вам відомі?
18. Надайте характеристику різних типів варіаційних кривих.

1.2. Метод варіаційної статистики для малих вибірок

При роботі з малочисельною або малою вибіркою для розрахунку статистичних величин варіаційний ряд не складається.

Середня арифметична (\bar{X}) розраховується методом сум, тобто одержують суму всіх варіант і ділять її на їх кількість:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n}, \quad (23)$$

де x_1, x_2, x_3, x_n – значення варіюючої ознаки, тобто значення окремих варіант;

n – кількість варіант.

Середнє квадратичне відхилення (σ) при малому числі спостережень розраховується за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}, \quad (24)$$

де $x - \bar{x}$ – відхилення від середньої арифметичної окремо кожної варіанти;

$\sum (x - \bar{x})^2$ – сума квадратів відхилень.

Це основна формула розрахунку середнього квадратичного відхилення. Крім цього, існує цілий ряд інших формул, застосування яких залежить від абсолютної варіюючої ознаки (малозначні чи багатозначні варіанти).

Середнє квадратичне відхилення має одиниці вимірювання, такі самі як і середня арифметична. При цьому слід пам'ятати, що показник має два знаки: плюс та мінус.

При малочисельних варіантах часто користуються формулою (24).

Величина $n-1$ набула особливого значення – число ступенів свободи. Цей показник використовується і в інших біометричних формулах, а також для визначення коефіцієнтів достовірності виконаних досліджень.

При роботі з багатозначними варіантами (надій за лактацію та інші), часто користуються прийомом, який має назву кодування. Суть його полягає в тому, що стосовно кожної варіанти одержують умовне відхилення:

$$\Delta = x_i - A, \quad (25)$$

де x_i - значення окремого варіанту ознаки;

A – будь-яке зручне для користування число.

Потім для розрахунку суми квадратів відхилень використовують суму умовних відхилень $\sum \Delta$ та суму квадратів – $\sum \Delta x^2$:

$$C = \bar{\Delta}^2 - \frac{(\sum \Delta)^2}{n} \quad (26)$$

Значення σ розраховується за формулою:

$$\sigma = \sqrt{\frac{C}{n-1}} \quad (27)$$

Розраховані значення σ показують, на скільки в середньому кожна варіанта вибірки відхиляється від середньої арифметичної.

Величина середнього квадратичного відхилення для альтернативних або якісних ознак може мати двояке вираження: в абсолютних або відносних показниках. Залежно від цього користуються формулами:

- в абсолютних показниках $\sigma = \sqrt{npq}$ (28)

у відносних показниках $\sigma = \sqrt{hq}$ або (29)

$$\sigma = \sqrt{p(1-p)}, \quad (30)$$

де p – частка особин сукупності, які мають дану ознаку;

q – частина особин сукупності, які не мають даної ознаки;

n - загальна кількість вибірки.

Слід мати на увазі, що при розрахунку середнього квадратичного відхилення для альтернативних ознак у відносних величинах його значення не може бути більшим за 0,5 або 50%.

Коефіцієнт варіації (C_v , %) незалежно від об'єму вибірки розраховується за формулою (12).

Цей показник виражається у відсотках і характеризує мінливість ознаки, що аналізується. Також його використовують для порівняння мінливості ознак різних одиниць вимірювання (живої маси та висоти в холці), або вибірок тварин різних видів. Знання про різноманітність ознаки або її вирівняність є важливими для проведення дослідів та їх оцінки.

Помилка середньої арифметичної ($S_{\bar{x}}$) для малої вибірки розраховується за формулою:

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \quad (31)$$

Розрахунок помилок середнього арифметичного відхилення (S_{σ}) та коефіцієнта варіації (S_{C_v}) аналогічні великій вибірці:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \quad (16)$$

$$S_{C_v} = \frac{C_v}{\sqrt{2n}} \quad (17)$$

Достовірність різних середніх величин

При проведенні наукових або науково-виробничих експериментів для визначення ефективності вирощування тварин різних генотипів, порід та ліній, застосування біостимуляторів, мікроелементів, нових лікувальних препаратів, зоогігієнічних прийомів при утриманні тварин і в інших випадках завжди формують дві або декілька груп тварин, одна з яких є контрольною, а інші – дослідними. Середні дані показників, які одержують в експерименті, можуть відрізнятися між собою. Виникає необхідність методами варіаційної статистики довести чи різниця

між дослідною та контрольною групою випадкова, чи це закономірне явище. Тобто, необхідно довести достовірність різниці між одержаними середніми арифметичними.

Про достовірність різниці між середніми арифметичними двох вибірових сукупностей судять за їх значенням

критерію достовірності різниці (t_d), який розраховується за формулою:

$$t_d = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_{\bar{X}_1}^2 + s_{\bar{X}_2}^2}}$$

або

(32)

$$t_d = \frac{d}{S_d},$$

де d – різниця між двома середніми арифметичними;

S_d - помилка вибіркової різниці $\sqrt{S_{\bar{x}_1}^2 + S_{\bar{x}_2}^2}$

Таку формулу прийнято використовувати для порівняння показників у великих вибірках, а для порівняння показників у малих вибірках прийнято використовувати наступну формулу:

$$t_d = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum (V_1 - \bar{X}_1)^2 + \sum (V_2 - \bar{X}_2)^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}}$$
(33)

Одержану величину критерію достовірності різниці порівнюють зі стандартним значенням критерію Стюдента (додаток 1). При цьому спочатку необхідно визначити число ступенів свободи (v):

$$V = n_1 + n_2 - 2,$$
(34)

де n_1, n_2 – об'єм вибірок, які порівнюються.

Оцінюючи ступінь достовірності різниці, розрізняють три рівні імовірності: $P \geq 0,95$; $P \geq 0,99$; $P \geq 0,999$. Їм відповідають

мінімальні значення критерію достовірності, які знаходять за таблицею Стьюдента залежно від числа ступенів свободи.

У біології використовують три основних порога вірогідності безпомилкового прогнозу (табл. 5):

5. – Значення порогів вірогідності

Поріг	Примітка	Вірогідність безпомилкового прогнозу	Число помилкових випадків	Критерій надійності	Об'єм вибірки
1	У виробничих та науково-виробничих дослідженнях	0,95	5 зі 100	1,96	30
2	У більшості біологічних, зоотехнічних і ветеринарних дослідженнях	0,99	1 зі 100	2,57	100
3	В роботах з дуже високими вимогами (перевірка гіпотез, дослідження лікарських та інших речовин)	0,999	1 із 1000	3,29	200

Методика виконання типового завдання

Приклад. Проведені дослідження згодовування фосфорної муки в раціоні баранів-плідників асканійської тонкорунної породи. Були сформовані дві групи: контрольна на звичайному раціоні та дослідна – де до раціону додавали по 0,5 г фосфорної муки за добу. Середньодобовий приріст живої маси, у грамах, становив для контрольної групи: 124, 147, 151, 154, 157, 159, 165, 173, 175, 175; а у дослідній групі: 141, 150, 157, 167, 173, 174, 174, 190, 191, 193.

Необхідно визначити:

1. Значення біометричних показників $\bar{X}, \sigma, C_v,$ їх помилок, t_d , та P .
2. В якій групі була вища мінливість ознаки (середньодобового приросту)?

3. За якими статистичними показниками зроблено цей висновок?
4. Чи достовірна різниця середньодобових приростів живої маси між баранами дослідної і контрольної груп та рівень її імовірності?

Алгоритм дії:

1. Визначити об'єм вибірок – n, тобто кількість варіант, що їх складають у кожній групі: $n_1=10$, $n_2=10$.
2. Знайти ліміт вибірок:
 $x_1 \text{ max} = 175 \text{ г}; \quad x_1 \text{ min} = 124 \text{ г};$
 $x_2 \text{ max} = 193 \text{ г}; \quad x_2 \text{ min} = 141 \text{ г};$
 $\text{limit}_1 = 175-124=51 \text{ г}; \quad \text{limit}_2 = 193-141 = 52 \text{ г}.$
3. Розрахувати середні арифметичні груп за формулою 23 (\bar{X}_1, \bar{X}_2):

Контрольна група - $\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{10} = \frac{1580}{10} = 158,0 \text{ г};$

Дослідна група - $\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{10} = \frac{1710}{10} = 171,0 \text{ г}.$

Середньодобові прирости живої маси баранів дослідної групи були на 13 г вищими, ніж у контрольній групі.

4. Розрахувати середнє квадратичне відхилення (σ) для дослідної та контрольної груп за формулою 24:

а) контрольна

№ з/п	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	124	-34	1156
2	147	-11	121
3	151	-7	49
4	154	-4	16
5	157	-1	1
6	159	+1	1
7	165	+7	49
8	173	+15	225
9	175	+17	289
10	175	+17	289

n=10	$\sum X = 1580$	-	$\sum (X - \bar{X})^2 = 2196$
------	-----------------	---	-------------------------------

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (X_1 - \bar{X}_1)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2196}{10-1}} = \pm \sqrt{244,0} = \pm 15,62 \text{ г}$$

б) дослідна

№ з/п	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	141	-30	900
2	150	-21	441
3	157	-14	196
4	167	-4	16
5	173	+2	4
6	174	+3	9
7	174	+3	9
8	190	+19	361
9	191	+20	400
10	193	+22	484
n=10	$\sum X = 1710$	-	$\sum (X - \bar{X})^2 = 2820$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum (X_2 - \bar{X}_2)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2820}{10-1}} = \pm \sqrt{313,3} = \pm 17,70 \text{ г}$$

Більш висока мінливість приростів живої маси була у баранців дослідної групи, але остаточний висновок про ступінь мінливості зробити не можна, тому що середні арифметичні груп різні.

5. Коефіцієнт варіації (C_v) за формулою (12):

$$C_{v1} = \frac{\sigma_1}{\bar{X}_1} 100\% = \frac{15,62}{158,0} 100\% = 9,88\%;$$

$$C_{v2} = \frac{\sigma_2}{\bar{X}_2} 100\% = \frac{17,70}{171,0} 100\% = 19,35\%$$

Числове значення коефіцієнта варіації показує, що ступень мінливості ознаки середній.

6. Помилки статистичних величин за формулами (15, 16, 17):

$$s_{\bar{X}_1} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n-1}} = \frac{15,62}{\sqrt{10-1}} = \frac{15,62}{3} = 5,21 \text{ г};$$

$$s_{\bar{X}_2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n-1}} = \frac{17,70}{\sqrt{10-1}} = \frac{17,70}{3} = 5,90 \text{ г}.$$

$$s_{\sigma_1} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{2n}} = \frac{15,62}{\sqrt{2 \cdot 10}} = \frac{15,62}{\sqrt{20}} = 3,49 \text{ г};$$

$$s_{\sigma_2} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2n}} = \frac{17,70}{\sqrt{2 \cdot 10}} = \frac{17,70}{\sqrt{20}} = 3,95 \text{ г};$$

$$s_{Cv_1} = \frac{C_{v_2}}{\sqrt{2n}} = \frac{9,88}{\sqrt{2 \cdot 10}} = \frac{9,88}{\sqrt{20}} = 2,21\% ;$$

$$s_{Cv_2} = \frac{C_{v_1}}{\sqrt{2n}} = \frac{10,35}{\sqrt{2 \cdot 10}} = \frac{10,35}{\sqrt{20}} = 2,31\% .$$

7. Складаємо таблицю підсумку отриманих результатів.

6. – Підсумкова таблиця розрахунків малої вибірки

Показники	Група	
	контрольна	дослідна
$\bar{X} \pm S_{\bar{x}}$	158,0±5,21	171,0±5,90
σ	15,62±3,49	17,7±3,95
Cv	9,88±2,21	10,35±2,31
limit	124...175	141...193

8. Розрахувати критерій достовірності різниці між середньодобовими приростами живої маси телят дослідної і контрольної груп та рівень його достовірності, формула 33:

$$t_d = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X}_1)^2 + \sum (X - \bar{X}_2)^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}}$$

$$= \frac{171,0 - 158,0}{\sqrt{\frac{2196 + 2820}{(10 - 1) + (10 - 1)} \cdot \frac{20}{10 \cdot 10}}} = \frac{13}{\sqrt{\frac{5016}{9 + 9} \cdot \frac{20}{100}}} = 1,74$$

Число ступенів свободи

$$v = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18 \quad (34)$$

При $v = 18$ стандартне значення критерію Стьюдента для трьох рівнів імовірності : 2,10; 2,88; 3,92.

Порівнявши розраховане значення критерію достовірності – 1,74 із стандартом, бачимо, що менше 2,0 і не відповідає жодному рівню імовірності. Отримані результати не достовірні.

9. Більш високий рівень середньодобових приростів дослідних баранів асканійської тонкорунної породи, при використанні фосфатної муки, у порівнянні з контрольною групою є не достовірним.

Основним статистичним показником, за яким порівнюють ступінь мінливості однойменних ознак різних груп, є коефіцієнт варіації, який у дослідній та контрольній групах становить 10,35 та 9,88 %, відповідно. Різниця становить 0,47 %, що підтверджує недостовірність отриманих результатів.

Висновок: Встановлено, що середньодобовий приріст живої маси у баранців асканійської тонкорунної породи, при використанні фосфатної муки, становив 171 г, що на 13 г більше, ніж у контрольних аналогів, приріст яких становив 158,0г. Визначена різниця не була статистично достовірною. Мінливість ознак двох груп на середньому рівні, значення коефіцієнтів варіації близькі 10,35 та 9,88%. Отже, ефективність використання фосфатної муки, при дозуванні 0,5 г на добу, не сприяє достовірному підвищенню середньодобових приростів.

Самостійна робота

Кожний студент виконує методом малих вибірок одне з завдань, розраховуючи \bar{X} , σ , C_v , S та робить оцінку достовірності різниці між середніми арифметичними двох груп тварин і її імовірність (t_d , P). Це необхідно зробити шляхом порівняння висновків про ступень мінливості ознаки.

1. Висота в холці овець цигайської породи, см:

Група	Показник									
Контрольна	65	65	64,5	64,5	63,5	60,5	64,5	62,5	63,5	
Дослідна	65	60	65	64	70	60	65,5	64	63	

2. Висота в холці баранів-плідників асканійської тонкорунної породи, см:

Група	Показник									
Контрольна	63	72	63	65	64	60	62	66	62	69
Дослідна	58	60	65	65	64	68	67	65	64	66

3. Висота в холці баранів-плідників асканійської тонкорунної породи, см:

Група	Показник									
Контрольна	66	60	69	65	60	64	64	65		
Дослідна	69	65	66	65	59	71	61	63		

4. Обхват грудей ремонтних баранців 18 місячного віку, см:

Група	Показник									
Контрольна	82	89	93	81	82	88	94	100	87	86
Дослідна	93	92	86	80	93	98	89	80	92	86

5. Обхват грудей вівцематок цигайської породи овець, см:

Група	Показник									
Контрольна	95	80	90	90	90	80	89	81	89	
Дослідна	88	81	93	89	88	85	80	84	88	

6. Обхват грудей баранців породи прекос, см:

Група	Показник										
Контрольна	90	88	87	85	87	90	80	90	82	85	
Дослідна	80	83	86	74	82	89	86	101	80	85	

7. Обхват грудей телят голштинської породи у віці 6 місяців, см:

Група	Показник										
Контрольна	70	88	92	83	92	90	85	85	83	95	
Дослідна	84	91	89	74,5	83	93	80	98	93	80	

8. Жива маса ярок асканійської тонкорунної породи на час відлучення, кг:

Група	Показник												
Контрольна	22	17	31	25	31	30	27	31	30	35	28	36	29
Дослідна	20	27	30	27	24	30	23	27	24	38	32	25	30

9. Жива маса ярок таврійського типу на час відлучення, кг:

Група	Показник													
Контрольна	25	26	29	22	27	22	35	36	32	26	22	25	15	28
Дослідна	36	22	26	22	23	29	25	28	24	25	23	30	25	26

10. Жива маса ярок каракульських овець у віці 6 місяців, кг :

Група	Показник													
Контрольна	29	32	29	27	32	35	24	21	22	23	28	26	30	24
Дослідна	32	24	38	32	28	20	23	26	24	20	26	24	30	29

11. Жива маса телят червоної степової породи на час народження, кг:

Група	Показник										
Контрольна	28	32	35	32	32	27	25	21	32		
Дослідна	24	23	20	22	25	30	24	24	25		

12. Жива маса поросят великої білої породи на час відлучення, кг:

Група	Показник										
Контрольна	32	38	32	29	22	30	30	24	23	26	25
Дослідна	25	30	21	38	35	36	32	31	30	30	40

13. Жива маса жеребчиків орловської породи при народженні, кг:

Група	Показник											
Контрольна	41	32	30	32	36	27	23	24	27	24	23	
Дослідна	30	27	35	28	36	28	30	35	28	25	30	

14. Жива маса баранців на час відлучення, кг:

Група	Показник										
Контрольна	30	30	29	35	29	26	26	30	28	27	
Дослідна	22	30	27	28	30	30	30	32	28	21	

15. Настриг вовни ремонтних баранців ставропольської породи овець, кг:

Група	Показник							
Контрольна	9,0	7,0	6,0	6,5	7,5	9,0	7,5	
Дослідна	9,0	8,0	7,5	8,0	9,0	7,0	8,0	

16. Настриг вовни валухів асканійської породи овець , кг:

Група	Показник										
Контрольна	9,5	8,5	7,5	8,0	9,0	7,0	8,0	9,0	7,0	8,5	
Дослідна	8,5	9,0	6,0	8,5	9,5	8,5	7,0	8,5	9,5	8,5	

17. Настриг вовни ремонтних баранців ставропольської породи овець, кг:

Група	Показник									
Контрольна	8,5	9,0	6,0	8,5	9,5	8,5	7,0	8,5		
Дослідна	9,0	9,0	9,0	9,0	8,5	7,0	8,0	9,0		

18. Настриг вовни ремонтних баранців таврійського типу овець, кг:

Група	Показник											
Контрольна	7,5	8,0	9,0	7,5	7,0	8,0	9,0	9,0	8,0	8,5	7,0	
Дослідна	9,5	10,0	9,0	10,0	8,5	8,5	6,5	8,0	9,5	7,0	8,5	

19. Настриг вовни валухів асканійської породи овець , кг:

Група	Показник						
Контрольна	6,5	8,5	9,5	7,0	6,0	9,0	
Дослідна	10,5	7,0	10,5	7,0	9,0	9,5	

20. Настриг вовни валухів асканійської тонкорунної породи, кг:

Група	Показник										
-------	----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Контрольна	8,0	9,0	8,5	5,5	8,5	9,0	5,0	9,5	8,5
Дослідна	7,5	7,0	9,0	7,5	9,0	6,0	7,5	10,0	9,0

21. Надій молока великої рогатої худоби червоної степової породи, кг :

Група	Показник								
Контрольна	2215	2600	2458	2316	2589	26089	2578	3000	
Дослідна	2159	2489	1969	1875	1489	1695	1896	2100	

22. Надій молока корів сірої української породи, кг:

Група	Показник								
Контрольна	3156	3214	3145	3258	3147	2895	3954	3125	
Дослідна	2058	2489	2674	3100	3254	2564	3450	3014	

23. Надій молока первісток голштинської породи, кг:

Група	Показник								
Контрольна	5145	4056	3158	3851	3647	3458	4021	4011	
Дослідна	2451	2645	2358	3125	1987	2654	2483	3014	

24. Несучість курей породи леггорн, шт:

Група	Показник									
Контрольна	245	215	148	198	185	156	145	125	201	208
Дослідна	158	125	145	180	187	154	165	169	201	202

25. Жива маса добових курчат, г:

Група	Показник											
Контрольна	50	54	52	55	56	52	54	55	56	57	58	52
Дослідна	49	48	50	48	49	47	50	52	51	55	54	49

26. Жива маса добових курчат, г.:

Група	Показник													
Контрольна	54	55	52	55	46	48	49	46	47	50	51	52	50	49
Дослідна	52	54	55	54	55	56	52	51	50	51	52	51	53	54

27. Жива маса добових курчат, г.:

Група	Показник											
Контрольна	49	48	47	46	45	48	49	47	48	49	50	52
Дослідна	54	55	56	55	54	52	53	54	55	55	56	54

28. Жива маса бройлерів, г.:

Група	Показник							
Контрольна	1600	1820	1720	1546	1485	1965	1854	1254
Дослідна	1456	1258	1459	13658	1489	1248	1398	1378

29. Жива маса бройлерів, г.:

Група	Показник								
Контрольна	1256	1356	1245	1278	1298	1398	1358	1468	1254
Дослідна	1456	1367	1369	1348	1358	1348	1456	1489	1459

30. Жива маса бройлерів, г.:

Група	Показник								
Контрольна	1689	1789	1896	1589	1698	1789	1985	1669	
Дослідна	1659	1458	1599	1578	1698	1489	1658	1589	

Контрольні питання

1. Яку вибірку називають малою?
2. Яким методом розраховують середню арифметичну в малих вибірках?
3. Що характеризує середньоквадратичне відхилення і як воно розраховується у малих вибірках?
4. Чому при розрахунку σ в основному беруть не відхилення варіант від середньої арифметичної, а квадрат відхилення?
5. У чому особливість розрахунку середнього квадратичного відхилення для альтернативних ознак?
6. У чому суть „кодування” при розрахунку квадратів відхилення або дисперсії для багатозначних варіант?
7. Як розраховують помилку вибіркової різниці (S_d)?
8. Для чого розраховують критерій достовірності різниці між середніми арифметичними двох вибірок сукупностей і які висновки на його основі можна зробити?
9. Які ви знаєте рівні імовірності (P) та відповідні їм мінімальні значення критерію достовірності?
10. Як визначають число ступенів свободи?
11. Надайте характеристики основним біометричним показникам.
12. Що розуміють під поняттям кількісних та якісних ознак?

2. КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ ТА РЕГРЕСІЇ МІЖ КІЛЬКІСНИМИ ОЗНАКАМИ

У багатьох випадках важливо знати, яка залежність між варіацією двох і більше ознак, чи змінюються дві ознаки самостійно, незалежно одна від одної, чи можливо мінливість однієї ознаки якимось чином пов'язана зі зміною іншої ознаки.

Зв'язок мінливості різнорідних ознак має назву *кореляція*.

Необхідно вміти розрізняти функціональний та кореляційний зв'язки. У випадку функціонального зв'язку кожному значенню однієї ознаки відповідає конкретне значення другої ознаки. У випадку статистичних залежностей, які і є кореляційними, одному конкретному значенню однієї ознаки відповідають різні, не повністю визначені значення іншої ознаки. Обом випадкам притаманна випадкова варіація. Функціональний зв'язок має місце до кожного конкретного спостереження.

Іншими словами, функціональний (постійний) зв'язок характерний для фізичних явищ, математичних закономірностей, де зміна однієї ознаки на якусь величину викликає чітко обумовлену зміну іншої величини. Кореляційний (мінливий) тип зв'язку характерний для об'єктів живої природи та процесів, що в ній проходять і характеризується непостійністю. Кожна ознака має свою ступень мінливості, тому що по-різному реагує на вплив факторів середовища. Кожному значенню однієї ознаки відповідає не одна, а декілька значень іншої.

Коефіцієнт кореляції позначається латинською літерою r і показує як тісно пов'язані між собою дві ознаки у тварин у вибірковій сукупності. Безпосередній зв'язок між середніми показниками різних ознак у організмів вибіркової сукупності

називається *кореляцією*, а сам метод оцінки тісноти чи ступеню зв'язку носить назву *кореляційного аналізу*.

Кореляція між двома ознаками носить назву *простої*, але коли до уваги береться більше ознак, то говорять про множинну кореляцію і *множинний* коефіцієнт кореляції.

При вивченні зв'язку між ознаками встановлено, що він може бути різним за формою, за напрямком та силою. За формою розрізняють зв'язок *прямолінійний* та *криволінійний*.

Прямолінійний – коли напрямок зв'язку не змінюється протягом усього періоду спостереження або життя тварин. Так, із збільшенням висоти тварин у холці збільшується і їх жива маса, і ця закономірність спостерігається на протязі життя тварин.

Криволінійний – коли напрямок зв'язку між ознаками періодично змінюється. Наприклад, зв'язок між віком корів та надоем молока: надій з 1-ї по 5-6 лактацію зростає, а потім з віком поступово знижується.

За напрямком між ознаками може бути *прямим* (позитивним) та *зворотним* (від'ємним).

Прямий – обидві ознаки безперервно змінюються в одному напрямку (або збільшуються, або зменшуються). Показники зв'язку при цьому завжди будуть зі знаком +.

Зворотний – ознаки змінюються в різних напрямках (із збільшенням одного – другий зменшується і навпаки). Тут показники зв'язку вже будуть із знаком -.

Залежно від сили зв'язку між ознаками він поділяється на *слабкий*, *середній* або *задовільний*, *сильний* або *тісний*. За формою, напрямком та силою зв'язку висновки роблять за значеннями величин та знаку коефіцієнтів кореляції (r), який може коливатися в межах від 0 до ± 1 .

Зобразити коефіцієнт кореляції можна трьома способами:

1. За допомогою кореляційного ряду, коли показники ознаки X пишуться під відповідними їм показниками ознаки Y (табл. 7).

7. – Показники живої маси та забійного виходу свиней, кг

№ тварини	1	2	3	4	5	6	7
Ознака - X	100	112	109	125	116	113	110
Ознака - Y	55,8	60,7	58,5	71,9	66,3	61,2	52,1

2. За допомогою кореляційної лінійної регресії, де абсциси пропорційні значенням першої ознаки X, а ординати – значенням другої ознаки Y.
3. За допомогою кореляційної решітки, коли частоти P розміщені у відповідності із системою координат, де значення першої ознаки нанесені на вісь абсцис, а значення другої ознаки – на вісь ординат. Використовується для обробки даних великих вибірок.

Зв'язок між ознаками вважається сильним або тісним, коли досягає значення $\pm 0,66$ і вище. Середньому або задовільному за силою зв'язку відповідають значення r від $\pm 0,33$ до $\pm 0,65$. Слабким зв'язок вважається тоді, коли r не перевищує значення $\pm 0,32$. Значення коефіцієнта кореляції близьке до нуля свідчить про відсутність зв'язку між ознаками, які досліджуються.

Силу, напрямок та форму кореляційного зв'язку можна зображати і графічно (рис.8).

			1				1			1					1				
			1					1			1	1					1		
		1					1					1						1	
	1				1			1					1					1	
1						1				1				1					1

Рис 8. Сила, напрямок та форма кореляційного зв'язку.

Перша колонка – прямий повний зв'язок, $r = 1,0$.

Друга колонка – прямий частковий зв'язок, $r = 0,8$.

Третя колонка – відсутній зв'язок, $r = 0,0$.

Четверта колонка – зворотній частковий зв'язок, $r = - 0,8$.

П'ята колонка – зворотній повний зв'язок, $r = - 1,0$.

Найоб'єктивніше дані про зв'язок між ознаками коефіцієнт кореляції показує тоді, коли мова йде про прямолінійну або близьку до неї форму зв'язку. Тому, перед тим, як приступити до розрахунків, необхідно за даними літератури, або на основі біологічних особливостей ознак і взаємозв'язку між ними, орієнтовно встановити тип зв'язку.

Таким чином, кореляційний аналіз служить кількісним методом з'ясування тісноти сполучності між ознаками, напрямку зв'язку та його форми. Окрім того, він дозволяє дати оцінку достовірності емпіричних даних кореляції. Оскільки, кореляційний зв'язок – це не зовсім точна залежність однієї ознаки від іншої, він може мати різну ступень спряженості і визначати різну форму та напрямок зв'язку.

Зазвичай, кореляційний аналіз проводять за показниками кореляції та регресії, їх похибок та достовірності.

2.1. Коефіцієнти кореляції між кількісними ознаками у великих вибірках

При роботі з великою вибіркою для розрахунку коефіцієнта фенотипової кореляції будують кореляційну решітку, яка є нічим іншим, як перпендикулярно розташованими один до одного варіаційними рядами за ознаками X та Y .

Методика виконання типового завдання

Жива маса та висота в холці свиноматок української степової білої породи, занесених в 1-ий том ДПК (табл. 8).

8. - Вибіркова сукупність для розрахунку коефіцієнтів кореляції (X – жива маса, кг; Y – висота в холці, см).

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
200	78	229	80	208	78	204	84
248	81	263	81	214	80	250	82
251	85	252	80	231	80	258	85
233	79	213	79	249	80	199	77
229	80	205	80	318	82	210	78
228	80	192	70	263	81	278	88
226	80	234	80	226	72	248	82
291	83	229	80	228	79	210	78
225	75	227	80	210	74	272	90
243	80	230	80	229	81	267	80
190	75	285	85	257	86	213	72
187	75	245	80	266	80	250	80
228	80	213	79	235	80	239	80
253	82	235	82	236	78	183	76
226	80	223	75	236	79	246	80
265	82	228	80	225	80	230	82
230	81	204	75	212	79	213	80
210	79	213	73	222	80	315	82
227	78	221	78	225	80	235	80
208	77	213	79	236	80	260	80
306	91	186	75	261	80	235	80
237	80	225	72	213	74	235	80
225	81	279	85	232	78	209	79
213	82	228	72	246	81	273	86
221	80	212	78	240	80	260	86

Алгоритм дії:

1. Визначаємо об'єм вибірки або кількість пар ознак варіант:
 $n = 100$.

2. Знаходимо ліміти живої маси: $X_{\min} = 183$ кг; $X_{\max} = 318$ кг.
 Ліміти висоти в холці $Y_{\min} = 70$ см ; $Y_{\max} = 91$ см.

3. Визначаємо класовий проміжок за кожною ознакою: за

живою масою (формула 3):

$$K_x = \frac{318+183}{10} = \frac{135}{10} = 13,5 \approx 15 \text{ кг}$$

за висотою в холці:

$$K_y = \frac{91-70}{10} = \frac{21}{10} = 2,1 \approx 2,0 \text{ см}$$

4. Визначаємо за кожною ознакою кількість класів і встановлюємо їх межі, користуючись порядком складання варіаційного ряду, креслимо форму кореляційної решітки і записуємо класи (табл. 9). Кількість класів за ознаками може розрізнятися між собою на 1-2, що залежить від лімітів мінливості та взятої величини класового проміжку.

5. Методом конверта проводимо рознесення пар ознак по клітинам кореляційної решітки. Перша пара ознак (200 - 78): показник 200 відноситься до класу з межами 195 - 209, а за показником живої маси у 78 - 79. Перетин цих двох класів відмічаємо крапкою. Другу пару ознак (248 - 81), відмічаємо на перетині класів з межами 240 - 254 та 80 - 81.

Таким способом проводиться рознесення всіх 100 пар ознак. Дані рознесення пар ознак методом „конверта” проставляють у лівій частині клітини. Потім розшифровують „конверти” і записують частоти цифрами в нижній частині правої сторони клітини.

Загальна сума частот за кожним класом рахується окремо за ознаками „Х” та „У”, у строках та стовбцях, відповідно. Сума частот за кожною ознакою повинна дорівнювати чисельності вибірки, якщо цей показник відрізняється від значення n, то будують нову решітку і рознесення роблять спочатку. Цю дію повторюють до того часу, поки не отримують однакових значень показників суми частот та чисельності вибірки.

9. - Кореляційна решітка з розноскою пар та допоміжними даними

X / Y	70-71	72-73	74-75	76-77	78-79	82-83	84-85	86-87	88-89	90-91	p_x	a_x	$p_x a_x$	$p_x a_x^2$
180-194	1		3	1							$(1+3+1)=5$	-3	$5 \cdot (-3) = -15$	$5 \cdot (-3)^2 = 45$
195-209		I	1	2	2		1		II		$(1+2+2+1+1)=7$	-2	$7 \cdot (-2) = -14$	$7 \cdot (-2)^2 = 28$
210-224		2	3		10	1					$(2+3+10+4+1)=20$	-1	$20 \cdot (-1) = -20$	$20 \cdot (-1)^2 = 20$
240-254						3	1				$(9+3+1)=13$	1	$13 \cdot 1 = 13$	$13 \cdot 1^2 = 13$
255-269						1	1	2			$(6+1+1+2)=10$	2	$10 \cdot 2 = 20$	$10 \cdot 2^2 = 40$
270-284		III					1	1	1	1	$(1+1+1+1)=4$	3	$4 \cdot 3 = 12$	$4 \cdot 3^2 = 36$
285-299						1	1	IV			$(1+1)=2$	4	$2 \cdot 4 = 8$	$2 \cdot 4^2 = 32$
300-314										1	1	5	$1 \cdot 5 = 5$	$1 \cdot 5^2 = 25$
315-329						2					2	6	$2 \cdot 6 = 12$	$2 \cdot 6^2 = 72$
p_y	1	$(2+3)=5$	$(3+1+3+1)=8$	$(1+2)=3$	$(2+10+6)=18$	$(1+2+3+1+1+2)=10$	$(1+1+1+1+1)=5$	$(2+1)=3$	1	$(1+1)=2$	$(1+5+8+3+18+44+10+5+3+1+2)=100$	-	$\Sigma p_x a_x = 21$	$\Sigma p_x a_x^2 = 311$
a_y	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	-	-	-	-
$p_y a_y$	$1 \cdot (-5) = -5$	$5 \cdot (-4) = -20$	$8 \cdot (-3) = -24$	$3 \cdot (-2) = -6$	$18 \cdot (-1) = -18$	$10 \cdot 1 = 10$	$5 \cdot 2 = 10$	$3 \cdot 3 = 9$	$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 5 = 10$	$\Sigma p_y a_y = -31$	-	-	-
$p_y a_y^2$	$1 \cdot (-5)^2 = 25$	$5 \cdot (-4)^2 = 80$	$8 \cdot (-3)^2 = 72$	$3 \cdot (-2)^2 = 12$	$18 \cdot (-1)^2 = 18$	$10 \cdot 1^2 = 10$	$5 \cdot 2^2 = 20$	$3 \cdot 3^2 = 27$	$1 \cdot 4^2 = 16$	$2 \cdot 5^2 = 50$	$\Sigma p_y a_y^2 = 330$	-	-	-

6. Визначення частот за „X” та „Y” ознаками (p_x , p_y) проводиться спочатку для кожного класу. За живою масою для класу 180-194 p_x становитиме: $1+3+1=5$; для другого класу – 195-209 відповідно: $1+2+2+1+1 = 7$. За висотою в холці для першого класу 70-71 $p_y=1$, для другого класу 72-73 p_y становитиме: $2+3=5$.

7. Після цього підсумовують значення p_x та p_y у всіх класах, у даному прикладі як Σp_x , так і Σp_y дорівнюють 100, що свідчить про те, що рознесення пар ознак у кореляційній решітці здійснено без помилок, оскільки об’єм вибірки становить $n = 100$.

8. Модальними класами складеної кореляційної решітки будуть за живою масою (X) – 4-й клас з межами 225-239 кг, в який увійшли 36 варіант; з висотою в холці (Y) – 6-й клас з межами 80-81 см, частота варіації якого становить 44.

9. У відповідності з цим, контурними лініями виділяємо модальні класи „X” та „Y” ознаками і тим самим поділяємо кореляційну решітку на квадрати: I, II, III, IV.

10. Записуємо значення відхилень від модальних класів (a_x , a_y), потім розраховуємо значення $p_x a_x$, $p_y a_y$, $p_x a_x^2$, $p_y a_y^2$ для кожного класу і знаходимо їх суму. В розрахунках обов’язково звертаємо увагу на знаки, суму $p_x a_x^2 = p_x \cdot (a_x)^2$. У даному прикладі вони становлять:

$$\Sigma p_x a_x = 21, \Sigma p_x a_x^2 = 311;$$

$$\Sigma p_y a_y = -31; \Sigma p_y a_y^2 = 330$$

Ці суми будуть використані для розрахунку окремих елементів формули коефіцієнта кореляції.

11. Визначаємо суму значень добутоків частот кореляційної решітки: кожен частоту перемножуємо на a_x та a_y , які відповідають класам рядів ознак „X” та „Y”. Модальні класи варіаційних рядів поділили всю кореляційну решітку на чотири квадрати. Значення частот, які припадають на модальні класи, не враховують.

Таким чином, для частоти першої клітини, на перетині класів 180-194 і 70-71: $p=1$. $ra_xa_y = 1 \cdot (-3) \cdot (-5) = 15$. Для першої клітини другого квадрату на перетині класів 210-224 та 82-83 : $p=1$. $ra_xa_y = 1 \cdot (-1) \cdot 1 = -1$. Для частоти першої клітини четвертого квадрату на перетині класів 240-254 та 82-83: $p=3$ $ra_xa_y = 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3$.

Отже, за кожним квадратом :

I: $1 \cdot (-5) \cdot (-3) = 15$	II: $1 \cdot (1) \cdot (-1) = -1$	IV: $3 \cdot (1) \cdot (1) = 3$
$2 \cdot (-4) \cdot (-1) = 8$	$1 \cdot (2) \cdot (-2) = -4$	$1 \cdot (1) \cdot (2) = 2$
$3 \cdot (-3) \cdot (-3) = 27$		$1 \cdot (1) \cdot (4) = 4$
$1 \cdot (-3) \cdot (-2) = 6$		$2 \cdot (1) \cdot (6) = 12$
$3 \cdot (-3) \cdot (-1) = 9$		$1 \cdot (2) \cdot (1) = 2$
$1 \cdot (-2) \cdot (-3) = 6$	III: —	$1 \cdot (2) \cdot (2) = 4$
$2 \cdot (-2) \cdot (-2) = 8$		$1 \cdot (2) \cdot (3) = 6$
$2 \cdot (-1) \cdot (-2) = 4$		$1 \cdot (2) \cdot (4) = 8$
$10 \cdot (-1) \cdot (-1) = 10$		$2 \cdot (3) \cdot (2) = 12$
		$1 \cdot (3) \cdot (3) = 9$
		$1 \cdot (4) \cdot (3) = 12$
		$1 \cdot (5) \cdot (3) = 15$
		$1 \cdot (5) \cdot (5) = 25$

Підсумовуємо добутки кожного квадрату:

$$\Sigma I = 15 + 8 + 27 + 6 + 9 + 6 + 8 + 4 + 10 = 93$$

$$\Sigma II = -1 + -4 = -5$$

$$\Sigma III = 0$$

$$\Sigma IV = 3 + 2 + 4 + 12 + 2 + 4 + 6 + 8 + 12 + 9 + 12 + 15 + 25 = 114$$

Загальна сума чотирьох квадратів – це є сума добутків всієї кореляційної решітки : $\Sigma P a_x a_y = \Sigma I + \Sigma II + \Sigma III + \Sigma IV = 93 + (-5) + 0 + 114 = 212$

12. Користуючись формулами, визначаємо допоміжні величини коефіцієнту кореляції:

$$b_x = \frac{\sum p_x a_x}{n} = \frac{21}{100} = 0,21 \quad (35)$$

$$b_y = \frac{\sum p_y a_y}{n} = \frac{-31}{100} = -0,31 \quad (36)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum p_x a_x^2}{n} - b_x^2} = \sqrt{\frac{311}{100} - 0,21^2} = 1,75 \quad (37)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum p_y a_y^2}{n} - b_y^2} = \sqrt{\frac{330}{100} - (-0,31)^2} = 1,79 \quad (38)$$

13. Одержані значення використовуємо для визначення коефіцієнту кореляції:

$$r = \frac{\sum p a_x a_y - b_x b_y n}{\sigma_x \sigma_y n} = \frac{212 - (0,21)(-0,31)100}{1,75 \cdot 1,79 \cdot 100} = \frac{212 + 6,51}{313,25} = +0,698 \quad (39)$$

14. Розраховуємо помилку коефіцієнту кореляції:

$$S_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}} = \frac{1 - 0,698^2}{\sqrt{100}} = 0,051 \quad (40)$$

15. Визначаємо достовірність коефіцієнту кореляції:

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0,698}{0,051} = 13,686 \quad (41)$$

16. Число ступенів свободи (35), становить:

$$\gamma = n - 2 = 100 - 2 = 98$$

17. За таблицею стандартних значень критерію Стьюдента (додаток 1) при 98 ступенях свободи, які входять у розряд від 63 до 175, знаходимо і записуємо $t_{st} = 2,0$; $2,6$; $3,4$, які знаходяться в колонках, що відповідають рівням достовірності : $P = 0,95$; $P = 0,99$; $P = 0,999$.

Порівнюючи розраховане t_r з табличним, бачимо, що його значення більше від будь-якої табличної величини. Це означає, що коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,999$. Тобто, якби

ми дане дослідження повторили 1000 разів, то в 999 випадках спостерігалась би ця ж закономірність (із збільшенням висоти, збільшується жива маса) і лише в одному випадку могли одержати дані якогось іншого характеру.

Висновок: зв'язок між живою масою свиноматок та висотою в холці позитивний, близький до тісного. Так як коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,999$, то можна позначити коефіцієнт кореляції трьома зірками: $r \pm Sr = 0,698 \pm 0,051^{***}$.

2.2. Параметри прямолінійної регресії між кількісними ознаками у великих вибірках

Коефіцієнт прямолінійної регресії (R), який також відноситься до показників зв'язку, характеризує його динаміку та кількісно конкретизує взаємозв'язок між „X” та „Y” ознаками. Він показує, на скільки в середньому змінюється одна ознака при зміні іншої, взаємопов'язаної з нею, на одиницю вимірювання.

Знаючи коефіцієнт регресії однієї ознаки, щодо другої, взаємопов'язаної з нею, можна прогнозувати розвиток величини цієї ознаки, безпосередньо її не вивчаючи.

Коефіцієнт регресії в кожній конкретній вибірці має два значення:

$R_{x/y}$, та $R_{y/x}$ і розраховується за формулами:

$$R_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (42)$$

$$R_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (43)$$

$$R_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,637 \frac{26,7}{3,594} = 4,732 \text{ кг}$$

$$R_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0,637 \frac{3,594}{26,7} = 0,086 \text{ см}$$

При розрахунку регресії береться σ з повного варіаційного ряду, тому сигму, одержану при розрахунку коефіцієнту кореляції, необхідно помножити на величину класового проміжку:

$$\sigma_x = \sigma_x \cdot k = 1,78 \cdot 15 = 26,7 \text{ кг} \quad (44)$$

$$\sigma_y = \sigma_y \cdot k = 1,797 \cdot 2 = 3,59 \text{ см}$$

Висновок: із зміною висоти свиноматок в холціна 1 см їх жива маса змінюється в середньому на 4,7 кг, а при зміні живої маси свиноматок на 1 кг їх висота зміниться в середньому на 0,09 см.

Самостійна робота

1. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником надою молока (кг) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
3341	4855	2831	5116	4324	5089	2759	5145
3675	4555	4212	4064	4025	4505	3341	5034
4137	4413	2180	5644	4049	4588	5040	4800
5950	5069	3605	5488	3260	5913	3832	5063
4521	5634	4179	5234	4515	4469	3239	4273
3292	6224	3771	6123	4127	5034	4014	5368
4164	4377	4356	5099	3068	5038	4857	5392
4881	4954	3672	5610	5229	5268	3639	5371
3437	4382	5662	5762	2816	5478	3291	5123
3391	4412	5028	4806	5208	5582	3239	4273
6152	4745	4281	5791	3519	4008	3674	5752
3115	5043	4401	6886	3053	5812	3910	4986
2890	4101	2104	5977	5028	4807	3639	5763
4070	4478	2592	5390	3253	4156	4014	5168
3210	4992	3402	5282	2993	4899	2575	5636
5390	4790	3666	5301	2830	4854	2866	5107
4190	6134	3415	6135	3121	4148	5653	4759
3865	4320	2557	5141	4146	6314	3058	5153
4041	4747	2563	4700	7384	3387	4684	5537
3609	4166	5059	5193	3692	4667	4796	6036
5022	4231	3447	4644	5485	4676	2601	4772
4599	5399	3312	4355	3696	3988	4063	5845

2. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником надою молока (кг) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
4103	5238	3875	5454	3053	5812	3674	5752
4452	4121	2627	5871	5028	4807	3910	4986
4324	5089	4126	6314	3253	4156	3639	5763
4025	4505	2759	5146	2993	4899	4014	5168
4049	4588	3341	5034	2830	4854	2575	5636
3260	5913	5040	4800	3121	4748	2866	5107
4515	4469	3832	5063	4746	6314	5653	4759
4127	5034	3239	4273	7384	3387	3058	5153
3068	5038	4014	5368	3692	4667	4684	5537
5229	5268	4857	5392	5485	4676	4796	6036
2816	5478	3639	5371	3696	3988	2601	4772
5208	5582	3291	5123	4081	3810	4063	5845
3519	4008	3239	4273				

3. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником надою молока (кг) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
4111	3166	3825	3993	3706	4139
6875	4960	3976	4368	2598	4146
2623	4919	3859	4116	3604	3241
5419	4400	4276	4124	4090	4182
3888	3776	3871	4013	4013	3979
4088	4629	4182	4545	4245	3928
4360	3332	3783	3853	4671	3762
2601	7079	3917	4181	3711	4197
4274	3054	2874	4044	5359	4048
4833	3516	4238	3851	3623	3785
3081	3525	4289	4121	3155	4230
4204	4710	3730	3869	4506	4085
3822	3841	3869	5060	4263	4532
3894	4118	3410	4444	4682	4328
4083	3624	4263	4182	3628	3934
4103	3867	4154	4013	4563	2472
4444	4864	3933	4040	3622	3785

4. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником молочного жиру (%) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
127	184	158	161	115	179	194	237
135	169	82	209	141	188	108	148
157	165	137	215	183	180	109	185
165	236	175	203	146	193	83	180
126	238	142	238	198	227	175	188
146	166	163	195	134	173	57	157
180	184	131	214	206	216	73	169
125	169	208	214	167	203	129	229
122	164	183	178	176	154	146	155
247	229	163	228	164	194	38	173
122	209	77	224	152	177	153	153
118	161	97	203	142	172	92	236
153	164	126	200	125	220	156	212
119	188	133	189	171	168	206	224
208	185	125	228	164	190	139	218
151	230	97	184	117	203	160	239
155	181	98	174	193	201	149	197
194	185	185	205	104	213	108	199
199	195	130	171	194	216	172	184
184	204	117	166	135	158	103	218

5. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником молочного жиру (%) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
146	193	83	180	101	209
198	227	175	188	161	226
134	173	57	157	129	205
206	216	73	169	129	205
167	203	129	229	183	196
176	154	146	180	103	197
164	194	38	160	120	199
152	177	153	203	197	184
142	172	92	155	137	218
125	220	156	173	123	175
171	168	206	153	151	199
164	190	139	236	187	212
117	203	160	212	142	223
193	201	149	224	123	192
104	213	108	218	123	175
194	216	172	239	135	158

6. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником молочного жиру (%) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Донька	Мати	Донька	Мати	Донька
152	161	198	160	152	161
113	188	171	131	113	188
181	206	122	158	181	206
219	203	196	82	219	203
153	169	158	173	153	169
154	168	155	148	154	168
173	205	181	227	173	205
116	186	165	210	116	186
131	129	117	127	131	129
134	137	219	149	134	137
138	144	227	137	138	144
126	203	128	142	126	203
166	136	168	105	166	136
106	129	171	111	106	129
160	184	142	164		
157	185	179	156		

7. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником настригу вовни овець (кг) асканійської тонкорунної породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
4,6	6,5	7,0	6,1	5,0	7,2	6,2	6,7
6,6	6,3	7,0	8,2	6,6	5,8	6,2	7,3
6,1	5,0	7,5	5,9	7,0	7,8	5,2	6,8
6,2	6,7	6,3	7,3	5,2	6,4	7,3	7,7
5,7	6,3	7,8	6,7	4,5	6,4	5,7	5,7
5,7	5,6	7,0	6,5	7,6	9,3	4,5	5,0
5,0	5,0	7,4	5,0	7,1	7,7	5,6	4,8
6,5	6,7	6,0	6,0	5,2	8,0	5,0	5,2
5,2	8,1	6,8	5,3	6,1	9,9	6,8	5,3
7,0	7,2	5,7	5,4	7,0	8,6	6,4	5,0
7,1	6,5	6,6	5,2	6,3	7,1	6,7	6,2
6,1	7,1	7,0	5,3	6,5	7,7	7,0	5,5
5,8	6,1	4,7	7,0	4,8	5,4	6,3	8,7
6,3	8,6	7,2	6,0	6,7	10,8	5,7	4,2
7,0	6,7	4,0	7,2	5,0	7,2	6,2	6,7

8. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником настригу вовни овець (кг) асканійської тонкорунної породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
6,5	8,7	6,2	6,3	5,0	5,5	6,2	8,5
4,6	6,5	5,3	9,4	6,3	5,1	5,5	10,3
6,2	7,0	7,0	8,2	6,4	6,1	6,8	5,3
6,0	5,7	5,7	5,4	7,1	9,1	8,2	8,8
5,3	7,6	7,8	6,5	6,8	7,0	6,8	5,4
7,6	7,0	6,2	6,9	6,8	7,6	7,8	11,8
6,0	7,2	6,0	7,7	7,4	6,5	5,6	6,2
6,4	8,4	5,6	6,3	6,0	5,3	6,0	5,5
6,0	7,3	7,1	5,3	5,7	6,8	6,7	6,6
6,7	8,7	6,2	6,4	5,7	6,8	5,7	4,9
7,2	7,0	6,3	13,3	6,4	6,5	5,3	7,2
6,2	8,0	5,6	10,1	6,8	5,7		
5,1	7,2	7,0	9,2	5,0	5,5		
5,5	4,8	7,4	7,6	6,3	5,1		
6,5	8,7	6,2	6,3	6,4	6,1		

9. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником настригу вовни овець (кг) асканійської тонкорунної породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
8,0	6,1	5,5	5,4	8,2	8,0	7,8	7,6
6,4	4,6	5,1	4,7	8,2	4,6	6,6	5,5
8,8	7,9	4,5	4,7	5,7	5,2	6,3	6,8
6,3	4,8	5,5	6,7	6,0	5,5	4,8	5,5
6,6	5,5	9,0	7,6	4,9	5,0	6,2	7,3
6,6	5,5	6,5	8,5	7,0	6,4	5,7	7,4
7,2	6,3	8,7	5,6	5,0	5,5	5,7	5,4
5,0	6,0	7,0	8,4	8,0	8,3	6,2	6,3
6,0	5,4	6,0	11,5	7,6	7,0	6,1	6,9
5,7	7,5	8,3	8,4	4,0	8,0	6,1	6,2
9,4	7,2	8,0	8,3	7,0	8,3	5,7	6,1
5,8	4,9	6,5	7,8	6,9	5,3	6,0	5,7
6,6	6,7	5,5	6,0	5,9	8,0	4,9	6,0
7,1	6,5	6,5	5,6	8,2	8,0	7,8	7,6
8,5	5,0	6,9	6,0	8,2	4,6	6,6	5,5

10. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець (кг) асканійської тонкорунної породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
69	60	54	65	66	77	57	51
56	65	63	55	63	64	68	63
60	59	60	69	63	53	65	56
59	65	60	71	72	60,2	65	57
70	55	58	70	77	57	55	70
69	67	67	77	60	61	64	63
66	72	59	78	69	67	60	53
64	60	59	58	65	62	60	56
79	80,5	69	66	50	65	55	72
55	63	72	70	63	75	50	60
60	75	66	70	53	56	68,5	57
68	70	61	53	59	74	75,5	56
65	65	68	65	59	65	69	50
72,8	56	62	66	65	54	62	50
74	68	69	71	60	70	50	74
56	48	55	58				
64	77	78	65				

11. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником довжини вовни овець (см) цигайської породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
12,0	11,0	7,5	8,5	13,0	11,0	12,0	9,0
9,0	10,5	8,0	11,0	13,0	13,0	9,0	12,0
11,0	9,5	10,5	9,0	15,0	14,0	9,0	11,0
9,0	11,0	9,0	11,0	12,0	10,0	12,0	12,0
12,0	15,0	9,0	11,0	10,0	14,0	9,0	11,0
14,0	14,0	8,5	12,0	13,0	13,0	10,0	10,0
9,5	12,0	9,5	11,0	12,0	13,0	10,0	10,0
10,0	12,0	12,0	9,5	9,0	12,5	9,0	11,0
17,5	16,0	13,0	10,5	11,0	13,0	9,0	11,0
9,5	12,0	9,5	10,0	12,0	11,5	11,0	12,5
10,5	14,0	9,0	10,0	9,5	12,0	10,0	12,0
13,0	13,5	9,0	9,5	9,0	9,5	12,0	10,5
12,5	13,0	9,0	11,5	9,5	11,0	9,0	10,0
10,5	13,0	11,0	9,0	13,0	11,0	12,0	9,0
10,5	12,5	11,0	13,0	13,0	13,0	9,0	12,0
12,0	12,5	12,0	13,0				
12,0	11,0	7,5	8,5				

12. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником вмісту жиру (%) в молоці корів (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
3,75	3,77	3,71	3,9	3,80	3,89
3,64	3,91	3,87	3,97	3,76	3,63
3,63	3,70	4,04	3,91	3,97	3,83
3,76	3,77	3,83	3,84	3,70	3,70
3,70	3,81	3,83	3,70	4,04	3,84
3,48	3,78	3,70	3,80	3,89	4,39
3,63	3,88	4,23	3,75	3,96	3,86
3,81	3,81	3,70	3,79	3,97	3,76
4,07	3,87	3,70	3,75	3,97	3,76
3,94	3,93	3,74	4,12	3,98	3,75

13. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником вмісту жиру (%) в молоці корів (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
3,70	3,17	3,90	3,86	3,62	3,89
3,67	3,73	3,80	3,80	3,82	3,98
3,79	3,91	4,00	3,90	3,32	3,87
3,72	3,73	3,65	3,87	3,88	4,01
3,63	3,83	3,76	4,39	3,67	3,76
3,78	3,76	3,92	3,80	3,64	3,92
3,62	3,84	3,90	3,77	3,76	3,98
3,80	3,82	3,69	3,82	3,86	3,98
3,69	4,07	4,05	3,75	3,77	3,78
3,69	3,87	3,72	3,63	3,68	3,81
3,68	3,65	3,70	3,75	3,76	3,71
4,00	3,69	3,70	3,98	3,52	3,87
3,90	3,95	3,68	3,93	3,40	3,8
3,77	4,19	3,83	3,80	3,93	4,15

14. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником надою молока (кг) за лактацію (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
3341	4855	5642	4700	3895	4794
3675	4555	4926	5022	4168	4930
4157	4413	3861	4383	2963	5000
5950	5069	5112	4733	3509	4922
4521	5634	3376	5704	3432	5092
3292	6224	5001	4552	2945	3876
4164	4377	5706	5170	2450	5345
4881	4954	6256	5597	4114	5067
3437	4382	4358	5618	1817	4013
3391	4412	6375	5906	2642	5860

15. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником вмісту жиру в молоці (%) корів (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
3,67	3,79	3,67	3,82	3,63	3,73	3,95	3,84
3,67	3,72	3,35	3,86	3,77	3,78	3,75	3,92
3,80	3,74	3,68	3,88	3,74	3,72	4,02	3,79
3,64	4,12	3,72	3,75	3,82	3,91	3,72	4,40
3,65	4,18	4,24	3,77	3,78	3,85	4,12	3,91
3,72	3,82	3,97	3,81	3,77	3,78	3,71	3,90
3,50	3,79	3,97	3,71	3,80	3,70	3,87	3,97
3,76	3,70	3,74	3,92	3,76	3,63	3,70	3,70
3,81	3,70	3,80	3,89	3,97	3,83		

16. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець асканійської тонкорунної породи (мати-дочка), кг

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
69	60	54	65	64	77	68	70
56	65	63	55	66	77	65	65
60	59	60	69	63	64	72,8	56
59	65	60	71	63	53	74	68
70	55	58	70	72	60,2	56	48
69	67	67	77	77	57	61	53
66	72	59	78	60	61	68	65
64	60	59	58	69	67	62	66
79	80,5	69	66	65	62	69	71
55	63	72	70	50	65	55	58
60	75	66	70	63	75	65	54
59	65	59	74	53	56		

17. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець (кг) асканійської тонкорунної породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
60	65	63	65	65	56	77	71
46	70	66	60	69	72	59	61
56	49	69	60	62	76	55	55
70	65	69	57	58	64	62	57
63	74	69	53	77	78	50	63
67	53	62	65	64	52	68	54
76	58	60	54	83	79	58	56
68	72	73	61	54	53	59	62
68	72	61	57	72	71	62	61

18. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець (кг) цигайської породи (батько-син)

Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син
95	114	115	100	111	104
84	68	119	104	116	129
113	98	110	104	111	104
100	104	114	100	119	104
115	110	125	93	115	104
127	89	90	98	92	106
129	119	86	97	112	106
102	123	120	80	110	123
115	90	99	86	118	123
108	115	108	105	114	120
109	115	95	97	117	119
113	123	116	106	98	120
97	88	105	106	110	109
125	104	113	106	62	91
118	104	115	101	123	117

19. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець (кг) цигайської породи (батько-син)

Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син
100	95	113	103	106	98
99	91	96	107	112	137
93	93	105	100	112	95
117	93	96	97	123	95
92	93	117	97	100	122
100	95	84	94	119	117
93	82	113	134	125	108
88	88	140	119	94	125
95	95	107	128	106	100
108	119	134	128	108	110
94	99	104	128	100	104
97	95	140	102	91	51
90	94	101	106	97	54
84	62	104	109	119	104
98	95	119	98	48	50

20. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси овець (кг) цигайської породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
53	59	70	49	45	61	42	31
52	52	62	54	45	35	50	50
39	55	52	50	45	60	48	53
39	40	66	40	52	51	58	60
49	55	56	36	57	48	53	33
59	60	56	56	54	48	41	49
40	36	70	70	54	36	56	64
46	36	49	52	60	70	44	38
35	41	60	65	48	43	44	40
48	55	50	58	53	75	45	37
50	51	41	34	55	70	52	54
40	38	46	48	58	62	61	66
51	54	40	32	60	60	49	35
50	38	49	54	48	44	52	60

21. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником довжини вовни овець (см) цигайської породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
12,0	11,0	7,5	8,5	11,0	13,0
9,0	10,5	8,0	11,0	12,0	13,0
11,0	9,5	10,5	9,0	12,0	9,0
9,0	11,0	9,0	11,0	9,0	12,0
12,0	15,0	9,0	11,0	9,0	11,0
14,0	14,0	8,5	12,0	12,0	12,0
9,5	12,0	9,5	11,0	9,0	11,0
10,0	12,0	12,0	9,5	10,0	10,0
17,5	16,0	13,0	10,5	10,0	10,0
9,5	12,0	9,5	10,0	9,0	11,0
10,5	14,0	9,0	10,0	9,0	11,0
13,0	13,5	9,0	9,5	11,0	12,5
12,5	13,0	9,0	11,5	10,0	12,0
10,5	13,0	11,0	9,0	12,0	10,5

22. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником довжини вовни овець (см) цигайської породи (батько-син)

Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син
14,0	14,0	12,0	13,0	11,0	11,0	14,0	12,0
10,0	16,0	13,0	12,0	13,0	13,0	11,5	12,0
11,5	14,0	10,0	10,0	12,0	13,0	12,0	11,0
12,0	16,0	12,0	10,0	13,5	13,0	10,0	10,0
10,0	13,5	10,8	13,0	9,5	12,0	12,5	15,0
12,0	14,0	10,0	10,5	13,5	13,0	12,5	11,5
13,0	15,0	13,0	10,0	11,0	13,0	12,0	13,0
14,0	15,0	10,0	12,0	12,5	13,0	12,0	13,0
10,0	14,0	12,0	12,0	11,0	12,5	17,0	13,0

23. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником довжини вовни овець (см) цигайської породи (батько-син)

Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син	Батько	Син
12,0	15,0	11,0	10,0	9,0	11,0	14,0	13,0
12,0	14,0	12,0	13,0	9,0	14,0	12,0	16,0
13,0	14,0	13,0	12,0	11,0	13,0	14,0	16,0
12,0	11,0	14,0	13,0	12,0	12,0	14,0	13,5
14,0	13,0	11,5	13,5	11,0	13,0	12,5	10,0
12,0	10,0	15,0	15,0	14,0	12,0	13,5	10,0
12,0	13,0	13,0	15,0	12,0	13,0	10,0	13,0
12,0	13,0	13,0	15,0	13,0	11,0	13,0	12,5
11,0	12,0	11,0	15,0	13,0	11,0	12,0	14,0
13,0	13,0	10,5	14,5	13,0	12,0	12,0	11,0

24. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником живої маси свиней (кг) великої білої породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
235	258	230	243	225	228
244	239	172	141	263	262
210	225	241	230	237	228
253	229	268	238	262	225
211	240	219	246	268	225
253	176	268	230	233	224
195	244	235	219	225	226
235	235	234	243	250	247
235	238	284	241	227	281
235	208	220	218	227	248
241	230	220	227	251	229

25. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником плодючості свиней великої білої породи (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
14,0	12,4	10,0	12,5	9,5	11,5
11,3	12,0	11,3	10,0	13,7	12,0
11,7	11,0	12,4	11,3	14,6	13,4
12,0	11,3	12,0	11,0	13,2	12,0
14,8	14,0	12,4	12,5	13,4	13,2
14,8	12,0	13,0	15,0	9,0	12,1
14,8	10,5	12,4	12,3	13,0	12,6
14,8	10,5	12,0	12,4	13,0	12,6
10,6	12,0	11,3	11,0	13,6	12,0
11,3	10,0	11,3	11,5	13,0	12,0
12,0	12,0	11,3	10,0	10,3	10,0
12,0	12,0	11,3	11,0	13,1	11,7

26. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником надоїв молока (кг) корів костромської породи за 3 лактацією (мати-дочка)

Мати	Дочка	Мати	Дочка	Мати	Дочка
7641	8260	2927	10354	5639	8284
9361	7609	5305	8455	7553	7456
8018	6602	8345	6516	6252	7971
11738	9004	8345	8221	3186	5632
8164	5340	10534	5645	3936	3307
4554	8616	7089	9088	6582	7468
7010	8003	7632	6433	6025	6662
3619	7375	8187	9500	6338	5165
9361	7089	8187	7151	6358	8898
8835	7020	7089	10287	3975	8130
9676	7411	6178	7001		

27. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показником виміру довжини крила бджоли (X) і довжини хоботка (Y), (мм)

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
9,68	6,53	9,78	6,64	9,74	6,74	9,65	6,77
9,81	6,71	9,74	6,63	9,72	6,75	9,54	6,68
9,59	6,70	9,48	6,62	9,64	6,45	9,78	6,64
9,68	6,69	9,71	6,55	9,65	6,77	9,74	6,63
9,84	6,70	9,20	6,22	9,74	6,44	9,48	6,62
9,59	6,62	9,53	6,43	9,59	6,54	9,45	6,50
9,61	6,59	9,74	6,67	9,71	6,64	9,64	6,49
9,55	6,55	9,67	6,68	9,56	6,55	9,32	6,28
9,25	6,35	9,56	6,63	9,61	6,57	9,74	6,67
9,08	6,25	9,57	6,62	9,61	6,61	9,58	6,41
9,70	6,61	9,61	6,59	9,55	6,64	9,66	6,51
9,60	6,51	9,50	6,55	9,74	6,74	9,50	6,55

28. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показниками довжини вовни (X) і вмісту в організмі овець їоду зв'язаного з білками (Y)

X (см)	Y (мг,%)	X (см)	Y (мг,%)	X (см)	Y (мг,%)
15,5	2,1	9,0	6,5	10,2	4,5
15,0	3,6	11,2	5,0	11,5	4,3
15,2	4,0	11,0	4,7	9,5	4,7
14,0	4,2	12,0	4,6	10,0	4,8
13,0	5,5	11,5	5,5	10,5	4,5
13,0	5,1	11,2	4,7	9,5	5,8
13,0	5,6	9,5	5,6	10,0	5,1
9,0	7,1	9,0	6,3	10,5	5,0
12,5	3,9	12,5	4,5	9,5	5,5
9,0	6,0	9,0	5,6	10,5	5,1

29. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії за показниками вмісту гемоглобіну (в%) - X і осіданням крові за 24 години (в мм) - Y

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
22	8	50	20	79	34	87	36
45	18	71	28	84	34	87	37
61	24	70	29	75	34	87	37
66	26	72	30	82	34	90	38
72	28	76	30	79	35	97	40
83	29	71	30	87	36	96	40
73	30	75	34	87	37	92	40
82	30	84	34	87	37	27	12
78	30	79	34	90	38	50	20
82	30	82	33	97	40	63	26

30. Розрахувати коефіцієнти кореляції і регресії між показниками висоти в холці (X) і глибиною грудей (Y) у корів червоної степової породи (в см)

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
125	69	123	69	132	71	133	76
126	69	122	66	127	71	126	70
133	70	125	64	125	68	131	70
130	71	127	70	122	67	126	65
126	68	132	70	123	69	131	57
132	73	137	73	128	70	124	68
130	72	124	60	126	70	131	69
130	72	124	68	126	65	123	70
122	66	126	64	124	68	131	70
133	76	123	65	131	69	132	72
131	70	126	66	123	70	129	67
131	57	125	69	131	70	133	69

Контрольні запитання

1. Як ви розумієте функціональні та кореляційні типи зв'язку і для яких явищ вони характерні?
2. Які типи зв'язку між ознаками можуть бути за формою, за напрямком та за силою?
3. Яким показником виражається зв'язок між ознаками і в яких межах він може коливатись?
4. Що таке кореляційна решітка і як вона складається?
5. За якими формулами та в якій послідовності розраховується коефіцієнт кореляції для великих вибірок?
6. Чим відрізняється σ варіаційного ряду і кореляційної решітки?
7. Що характеризує коефіцієнт прямолінійної регресії і які можливості застосування цього показника в ветеринарній та зоотехнічній практиці?

2.3. Показники зв'язку між кількісними ознаками у малих вибірках

На відміну від великої вибірки при малому числі спостережень кореляційна решітка не будується.

Запропоновано велику кількість формул для розрахунку r при $n < 30$; вибір найзручнішої залежить від особливостей вибірки, значимості варіант та наявності тої чи іншої лічильної техніки. У біологічних дослідженнях найчастіше використовуються формули:

$$r = \frac{C_x + C_y - C_d}{2\sqrt{C_x \cdot C_y}} \quad (45)$$

та

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{C_x \cdot C_y}} \quad (46)$$

де C_x – сума квадратів центральних відхилень за ознакою x ;
 C_y – сума квадратів центральних відхилень за ознакою y ;
 C_d – сума квадратів центральних відхилень для різниці $x-y$;
 n – об'єм вибірки.

Перша формула застосовується для роботи як з малозначними, так і з багатозначними варіантами, маючи при цьому деякі особливості при розрахунку C_x , C_y , C_d .

Друга формула, як правило, застосовується при роботі з вибірками, які складені тільки з малозначних варіант.

Помилку коефіцієнта кореляції (S_r) в малочисельній вибірці розраховують за формулою:

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} \quad (47)$$

Для розрахунку критерію достовірності коефіцієнта кореляції використовуються формула:

$$t_r = \frac{r}{S_r} \quad (48)$$

Методика виконання типових завдань

Приклад 1. Розрахувати r , S_r , t_r між кількістю опоросів (x) та кількістю поросят у гнізді (y) у свиней в малозначних варіантах згідно з даними такої вибіркової сукупності (табл. 10).

10. - Форма запису для розрахунку r між ознаками у малих вибірках

№ з/п	x	y	x^2	y^2	xy	$d=x-y$	d^2
1	3	11	9	121	33	-8	64
2	7	10	49	100	70	-3	9
3	1	7	1	49	7	-6	36
4	11	4	121	16	44	+7	49
5	9	3	81	9	27	+6	36
6	5	9	25	81	45	-4	16
7	2	7	4	49	14	-5	25
8	10	4	100	16	40	+6	36
9	4	12	16	144	48	-8	64
10	8	3	64	9	24	+5	25
$n=10$							
Σ	60	70	470	594	352	-10	360

Алгоритм дії:

1. Визначаємо об'єм вибірки – він становить 10 варіант, відповідно ($n=10$).
2. Заповнюємо допоміжну таблицю для проведення розрахунків коефіцієнту кореляції у малих вибірках. Заносимо в стовпчик X дані числа кількості опоросів, а в стовпчик Y – кількість поросят що народилися внаслідок вказаного опоросу і виконавши необхідні математичні розрахунки, одержуємо підсумковий ряд цифр у всіх стовпчиках, які використовуються для розрахунку окремих елементів формули r (45).
3. Визначаємо суми квадратів центрального відхилення, які у випадку малих вибірок розраховують за наступними формулами:

$$C_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 470 - \frac{60^2}{10} = 470 - 360 = 110 \quad (49)$$

$$C_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 594 - \frac{70^2}{10} = 594 - 490 = 104; \quad (50)$$

$$C_d = \sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n} = 360 - \frac{(-10)^2}{10} = 360 - 10 = 350 \quad (51)$$

4. Підставляємо одержані значення у формулу:

$$r = \frac{C_x + C_y - C_d}{2\sqrt{C_x \cdot C_y}} = \frac{110 + 104 - 350}{2\sqrt{110 \cdot 104}} = -0,64 \quad (45)$$

5. Аналогічне значення коефіцієнта кореляції можна одержати, використавши другу формулу (46):

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{C_x \cdot C_y}} = \frac{352 - \frac{60 \cdot 70}{10}}{\sqrt{110 \cdot 104}} = \frac{352 - 420}{\sqrt{11440}} = \frac{-68}{106,96} = -0,64$$

Розрахований коефіцієнт фенотипової кореляції ($r = -0,64$) вказує на існування негативного і помірного зв'язку між кількістю опоросів та кількістю поросят, отриманих за опорос у свиней. Але остаточно судити про силу та напрям зв'язку між ознаками можна лише тоді, коли підтверджена достовірність (t_r) розрахованого коефіцієнта кореляції, яка залежить від об'єму вибірки, лімітів мінливості ознаки і величини його помилки (S_r).

6. Користуючись формулою, розраховують помилку коефіцієнта кореляції, за формулою 47 (S_r):

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-(-0,64)^2}{10-2}} = \sqrt{\frac{1-0,4096}{8}} = \sqrt{\frac{0,5904}{8}} = \sqrt{0,0738} = 0,272$$

7. Визначаємо критерій достовірності коефіцієнта кореляції (t_r), за формулою (48):

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{|0,64|}{0,27} = 2,35$$

8. Знаходимо число ступенів свободи (34):

$$\gamma = n - 2 = 10 - 2 = 8.$$

9. За таблицею Стюдента t_{st} при $\gamma = 8$ становить:

$$2,3 (P = 0,95); \quad 3,4 (P = 0,99); \quad 5,0 (P = 0,999).$$

10. Порівнюємо розраховане значення t_r зі стандартним t_{st} та робимо висновок, що розрахований коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,95$.

Висновок: Нами проведено аналіз показнику взаємозв'язку між кількістю опоросів (x) та кількістю поросят (y) у свиней у малій вибірці, чисельністю 10 голів. Встановлено, що між вивчаємими ознаками існує негативний і помірний зв'язок $r = -0,64 \pm 0,272$. Отримані дані достовірні, відповідають першому порогу імовірності - $P > 0,95$.

При розрахунку коефіцієнта кореляції для вибірок, складених з багатозначних варіант, відмінність лише в тому, що будують дещо іншу форму запису розрахунків і за іншими формулами розраховують суми квадратів центральних відхилень (S_x , S_y , S_d).

Приклад 2. Розрахувати r , S_r , t_r між виводимістю (x) та життєздатністю (y) молодняка курей згідно з даними такої вибіркової сукупності (табл. 11). Ознаки визначаються у відсотках.

11. - Форма запису для розрахунку r між виводимістю (x) та життєздатністю (y) молодняка курей (багатозначні варіанти)

№ з/п	x	y	d=x-y	d ²	$\Delta_x=x-A_x$ A _x =80	$\Delta_y=y-A_y$ A _y =90	Δ_x^2	Δ_y^2
1	87,7	91,0	-3,3	10,89	7,7	1,0	59,29	1,00
2	81,8	90,3	-8,5	72,25	1,8	0,3	3,24	0,09
3	79,6	82,0	-2,4	5,76	-0,4	-8,0	0,16	64,00
4	75,5	77,5	-2,0	4,00	-4,5	-12,5	20,25	156,25
5	91,0	97,4	-6,4	40,96	11,0	7,4	121,00	54,76
6	92,0	90,1	1,9	3,61	12,0	0,1	144,00	0,01
7	88,5	90,0	-1,5	2,25	8,5	0	72,25	0
8	80,4	85,0	-4,6	21,16	0,4	-5,0	0,16	25,00
9	90,4	94,4	-4,0	16,00	10,4	4,4	108,16	19,36
10	92,0	93,9	-1,9	3,61	12,0	3,9	144,00	15,21
11	85,2	97,3	-12,1	146,40	5,2	7,3	27,04	53,29
12	90,3	92,6	-2,3	5,29	10,3	2,6	106,9	6,76
n=12								
Σ	1034,4	1081,5	-47,1	332,3	74,4	1,5	805,64	395,73

Алгоритм дії:

1. Визначаємо об'єм вибірки – він становить 12 варіант, відповідно ($n=12$).

2. Одержуємо середні арифметичні (24) за X та Y ознаками.

$$\bar{X}_x = \frac{\sum X_x}{n} = \frac{1034,4}{12} = 86,20 \text{ \%};$$

$$\bar{X}_y = \frac{\sum X_y}{n} = \frac{1081,5}{12} = 90,13 \text{ \%}.$$

3. Отримані значення середніх арифметичних не зручні для роботи, тому що при розрахунку відхилень від середніх арифметичних одержимо дробові числа. В такому випадку краще взяти якусь умовну величину, близьку до середньої арифметичної. Такою

умовною середньою величиною за ознакою X може бути число 80 ($A_x = 80$), а за ознакою y – 90 ($A_y = 90$), які і використовують для одержання необхідних величин у таблиці розрахунків.

Підсумкові дані у кожному стовпчику форми запису використовуються для розрахунку окремих елементів формули r:

4. Визначаємо суми квадратів центральних відхилень, які для багатозначних варіант розраховуються за формулами 49-51:

$$C_x = \sum \Delta_x^2 - \frac{(\sum \Delta_x)^2}{n} = 805,64 - \frac{(74,4)^2}{12} = 805,64 - \frac{5535,36}{12} = 805,64 - 461,28 = 344,36;$$

$$C_y = \sum \Delta_y^2 - \frac{(\sum \Delta_y)^2}{n} = 395,73 - \frac{(1,5)^2}{12} = 395,73 - \frac{2,25}{12} = 395,73 - 0,19 = 395,54;$$

$$C_d = \sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n} = 332,3 - \frac{(-47,1)^2}{12} = 332,3 - \frac{2218,41}{12} = 332,3 - 184,87 = 147,43.$$

5. Розраховуємо r за формулою 45:

$$r = \frac{C_x + C_y - C_d}{2\sqrt{C_x \cdot C_y}} = \frac{344,36 + 395,54 - 147,43}{2 \cdot \sqrt{344,36 \cdot 395,54}} = \frac{592,47}{2 \cdot \sqrt{136208,15}} = \frac{592,47}{2 \cdot 369,06} = \frac{592,47}{738,12} = +0,80$$

6. Після цього доводимо достовірність розрахованого коефіцієнта кореляції та його імовірність. Для цього розраховують S_r і t_r за формулами 47 та 48:

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,80^2}{12-2}} = \sqrt{\frac{1-0,64}{10}} = \sqrt{0,036} = 0,189$$

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0,80}{0,189} = 4,23$$

7. Визначаємо число ступенів свободи $12-2=10$ (34). Далі за таблицею Стюдента знаходимо стандартні значення критерію достовірності, які дорівнюють:

$$2,2 (P = 0,95); \quad 3,3 (P = 0,99); \quad 4,6 (P = 0,999).$$

Таким чином, розрахований r ($r = + 0,80 \pm 0,189$) є достовірний з імовірністю $P > 0,99$.

Висновок: Нами проведено аналіз показнику взаємозв'язку між виводимістю молодняку курей та їх життєздатністю. Встановлено, що зв'язок існує, він є позитивним і тісним ($r = + 0,80 \pm 0,189$). Коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,99$.

Коефіцієнт кореляції можна розрахувати також користуючись формулою:

$$r = \frac{\sum a_x \cdot a_y}{\sigma_x \cdot \sigma_y \cdot n}, \quad (52)$$

де a_x a_y – відхилення варіант від середньої арифметичної

$$(a_x = Xx - \bar{Xx}) \quad (53)$$

$$(a_y = Xy - \bar{Xy}) \quad (54)$$

n – об'єм вибірки;

σ – середнє квадратичне відхилення для ознак X та Y розраховується за формулами:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum a_x^2}{n-1}} \quad (55)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum a_y^2}{n-1}} \quad (56)$$

Приклад 3. Розрахувати r , S_r , t_r між живою масою (x) та висотою в холці (y) свиноматок української степової білої породи, записаних в 1 томі ДПК для такої вибіркової сукупності (табл.12).

12. - Форма запису розрахунку r між живою масою (x) та висотою в холці (y) свиноматок

№ з/п	x	y	a_x	a_y	$a_x \cdot a_y$	a_x^2	a_y^2
1	200	78	-26,8	-2,1	56,28	718,24	4,41
2	190	75	-36,8	-5,1	187,68	1354,24	26,01
3	230	82	3,2	1,9	6,08	10,24	3,61
4	210	79	-16,8	-1,1	18,48	282,24	1,21
5	225	81	-1,8	0,9	- 1,62	3,24	0,81
6	235	80	8,2	-0,1	-0,82	67,24	0,01
7	242	83	15,2	2,9	44,08	231,24	8,41
8	222	80	-4,8	-0,1	0,48	23,04	0,01

9	251	82	24,2	1,9	45,98	385,64	3,61
10	263	81	36,2	0,9	32,58	1310,44	0,81
n=10							
Σ	2268	801	0	0	389,2	4585,6	48,9

Примітка: $\dot{a}_{\tilde{\delta}} = \tilde{\delta} - \tilde{\delta}_a$; $\dot{a}_{\tilde{\delta}} = \tilde{\delta} - \tilde{\delta}_b$.

Алгоритм дії:

1. Визначаємо об'єм вибірки – він становить 10 варіант, відповідно (n=10).
2. Одержуємо середні арифметичні (24) за X та Y ознаками.

$$\bar{X}_x = \frac{\sum X_x}{n} = \frac{2268}{10} = 226,8 \text{ кг};$$

$$\bar{X}_y = \frac{\sum X_y}{n} = \frac{801}{10} = 80,1 \text{ см.}$$

3. Визначивши середні арифметичні за x та y ознаками, розраховуємо значення $\sum a_x$, $\sum a_y$, $\sum a_x \cdot a_y$, $\sum a_x^2$, $\sum a_y^2$ і заносимо в таблицю. Підсумкові дані стовпчиків a_x^2 , a_y^2 використовуємо для розрахунку σ_x та σ_y (55,56):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum a_x^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4585,6}{10-1}} = \sqrt{509,6} = 22,57 \text{ кг};$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum a_y^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{48,9}{10-1}} = \sqrt{5,4} = 2,32 \text{ см.}$$

4. Одержані дані використовуємо для розрахунку r, S_r , t_r (52,47,48):

$$r = \frac{\sum a_x \cdot a_y}{\sigma_x \cdot \sigma_y \cdot n} = \frac{389,2}{22,57 \cdot 2,32 \cdot 10} = \frac{389,2}{523,6} = +0,74;$$

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,74^2}{10-2}} = \sqrt{\frac{1-0,55}{8}} = \sqrt{\frac{0,45}{8}} = \sqrt{0,056} = 0,237$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,74}{0,237} = 3,12$$

5. Визначаємо число ступенів свободи та стандартне значення критерію Стьюдента за таблицями: при $\gamma = 10-2=8$ t_{st} становить: 2,31; 3,36; 5,04.

6. Порівнюючи t_r , розраховане (3,12) із стандартними значеннями, бачимо, що воно відповідає першому рівню імовірності ($P>0,95$).

Висновок: Нами проведено аналіз показнику взаємозв'язку між живою масою та висотою в холці свиноматок. Встановлено, що зв'язок позитивний і тісний, $r = 0,74 \pm 0,237$. Коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P>0,95$.

2.4. Параметри регресії між кількісними ознаками у малих вибірках

Розрахуємо коефіцієнт регресії для малої вибірки на прикладі взаємозв'язку між кількістю опоросів (x) та кількістю поросят у гнізді (y) (Приклад 1. Табл. 10). Вихідні данні для розрахунків:

$$n = 10; \Sigma xy = 352; \Sigma x = 60; \Sigma y = 70; \Sigma x^2 = 470; \Sigma y^2 = 594.$$

Для малих вибірок значення коефіцієнту регресії розраховується за формулами:

$$R_{x/y} = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \cdot \Sigma y}{n}}{\Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n}} = \frac{352 - \frac{60 \cdot 70}{10}}{594 - \frac{70^2}{10}} = \frac{352 - 420}{594 - 490} = \frac{-68}{104} = -0,65, \text{ опоросів} \quad (57)$$

$$R_{y/x} = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \cdot \Sigma y}{n}}{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}} = \frac{352 - \frac{60 \cdot 70}{10}}{470 - \frac{60^2}{10}} = \frac{352 - 420}{470 - 360} = \frac{-68}{110} = -0,62 \text{ гол. поросят} \quad (58)$$

Висновок: зростання чисельності поросят у свиней на 1 буде супроводжуватися зменшенням чисельності опоросів на 0,65.

Одночасно при зміні чисельності опоросів можна очікувати на зміну числа поросят (на 0,62гол).

Самостійна робота

Розрахувати для малої вибірки значення r , S_r , t_r і зробити відповідні висновки про їх достовірність ($n < 30$). Визначити R_x/y та R_y/x і зробити висновок про можливість використання в практиці одержаних результатів.

1 Для ознак віку свиноматок і чисельністю поросят у гнізді:

X	2, 1, 5, 7, 3, 2, 6, 1, 4, 3
У	9, 7, 11, 10, 11, 8, 11, 6, 12, 14

2 Для ознак надою за лактацію (кг) і вмістом жиру в молоці (%):

X	4000, 3960, 3900, 4500, 4750, 4600, 4430, 2760, 4560, 3278
У	4,1, 3,9, 4,3, 3,9, 4,0, 4,2, 4,0, 3,8, 3,9, 4,0

3 Для ознак надою за лактацію (кг) і вмістом жиру в молоці (%):

X	4333, 5631, 4110, 5698, 5250, 8513, 4468, 4346, 4216
У	4,30, 4,04, 3,95, 3,98, 4,00, 4,53, 3,94, 4,10, 4,50

4 Для ознак вмісту молочного жиру (кг) в молоці корів - матерів та їх дочок:

Матері, X	90, 120, 150, 180, 80, 200, 140, 160, 190
Дочки, У	100, 130, 150, 170, 100, 180, 150, 150, 190

5 Для ознак вмісту молочного жиру (кг) в молоці корів - матерів та їх дочок:

Матері, X	190, 160, 160, 130, 125, 150, 160, 200, 145, 150
Дочки, У	185, 150, 160, 140, 135, 140, 160, 190, 125, 150

6 Для ознак живої маси і настригу вовни в овець:

Жива маса (кг), X	65, 50, 75, 80, 95, 75, 70, 60, 65
Настриг вовни (кг), У	4, 5, 6, 7, 7, 6, 6, 7, 5

7 Для ознак добового надою і живої маси корів:

Жива маса корів(кг), X	512, 472, 489, 482, 468, 479, 515, 451, 475
Добовий надій (кг), У	28 , 20 , 21 , 20 , 24 , 21 , 25 , 22 , 20

8 Для ознак добового надою і живої масою корів:

Жива маса корів (кг), X	473, 467, 458, 534, 433, 528, 452, 380
Добовий надій (кг), У	21, 21 , 24 , 26 , 16 , 24 , 20 , 12

9 Для ознак тонини вовни і товщини шкіри:

Товщина шкіри (см), X	1,0 , 1,5 , 1,3 , 1,4 , 1,5 , 1,7 , 1,7 , 1,6 , 1,8
Тонина (мікрон), У	19, 20 , 20 , 21 , 20 , 21 , 22 , 21 , 22

10 Для ознак живої маси і обхвату грудей у корів симентальської породи:

Жива маса (кг), X	330, 350, 350, 400, 450, 500, 550, 500, 500
Обхват грудей (см),У	155, 150, 160, 160, 160, 175, 160, 175, 175

11 Для ознак живої маси і обхвату грудей у корів симентальської породи:

Жива маса (кг), X	300, 350, 380, 390, 400, 450, 450, 500, 550
Обхват грудей (см), У	140, 140, 150, 160, 160, 170, 170, 180, 160

12 Для ознак живої маси і обхвату грудей у корів симентальської породи:

Жива маса (кг), X	275, 300, 300, 320, 380, 400, 450, 450, 500
Обхват грудей (см), У	135, 155, 160, 155, 175, 170, 175, 170, 180

13 Для ознак вищого добового надою у матерів і корів-дочок:

Матері , X	31, 22, 27, 29, 21, 30, 23, 28, 25, 24
Дочки , У	27, 24, 32, 29, 24, 27, 23, 28 , 25, 30

14 Для ознак живої маси ягнят під час народження і при відбивці:

Народження (кг), X	3 , 4 , 5 , 6, 4 , 5 , 4 , 3 , 3
Відбивка (кг), У	30, 35, 30, 35, 40, 40, 35, 35, 50

15 Для ознак живої маси і добового надою у корів:

Жива маса (кг) X	416, 418, 393, 455, 462, 407, 455, 482
Добовий надій (кг), У	15, 22, 14, 20, 21, 16, 21, 20

16 Для ознак живої маси і добового надою у корів:

Жива маса (кг), X	381, 466, 461, 543, 462, 452, 512, 471, 475
Добовий надій (кг), У	15, 20, 23, 14, 20, 17, 28, 25, 25

17 Для ознак довжини і товщини вовни:

Довжина (см), X	11, 10, 8, 8, 9, 10, 11, 8
Товщина (мікрон), У	22, 22, 20, 21, 20, 20, 20, 21

18 Для ознак живої маси (X) і несучості (У) курей руської білої породи:

X, кг	2,2, 2,2, 1,9, 2,3, 2,0, 2,4, 2,1, 2,5, 2,0, 2,1
У, кг	215, 180, 193, 241, 207, 241, 199, 220, 198, 200

19 Для ознак живої маси (X) і несучості (У) курей руської білої породи:

X, кг	2,3, 2,3, 2,0, 1,9, 2,0, 2,2, 2,1, 2,2, 2,3, 2,2
У, кг	207, 205, 213, 190, 200, 203, 221, 230, 234, 212

20 Для ознак кількості поросят і живої маси свиноматок:

X, кг	10, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 14, 16
У, кг	112, 118, 122, 122, 124, 125, 126, 131, 128, 132

Контрольні запитання

1. На що вказує коефіцієнт кореляції?
2. За якими формулами і в якій послідовності розраховується коефіцієнт кореляції для малих вибірок?
3. У чому особливість методики розрахунку коефіцієнта кореляції для малих та великих вибірок?
4. Що таке регресія, коефіцієнт регресії?
5. Яка характеристика сили і напрямку зв'язку між ознаками?
6. Як визначити критерій достовірності коефіцієнта кореляції?

3. ПОКАЗНИКИ ЗВ'ЯЗКУ МІЖ АЛЬТЕРНАТИВНИМИ ОЗНАКАМИ (r_a) ТА КОРЕЛЯЦІЯ МІЖ РАНГАМИ (r_s)

Існує ряд цінних ознак сільськогосподарських тварин і птиці, які не є кількісними, але є цінними при розведенні тварин. Вимірювання цих ознак унеможлиблюється тим, що вони або є, або їх немає, тобто ці ознаки *альтернативні* (комолість, життєздатність, масть, наявність оперення, форма гребеня). Водночас ці ознаки є показником породної приналежності біологічних об'єктів, або у поєднанні з іншими параметрами впливають на кінцеву продуктивність тварин та птиці.

Деякі ознаки мають декілька ступенів прояву – рангів. Так, забарвлення хутра нутрій можливо ранжувати від білого до чорного наступним чином: білий – бежевий – кремовий – коричневий – чорний; в такому разі кожному варіанту ознаки присвоюють порядковий номер – ранг: білий – 1, бежевий – 2, кремовий – 3, коричневий – 4, чорний – 5. Для аналізу наявності зв'язку між забарвленням хутра та живою масою нутрій проводять розподіл тварин за рангами вказуючи живу масу тварин відповідно рангу.

Ряд об'єктів, розташованих за ступенем вираженості ознаки, називається ранжированим, а сам процес складання такого ряду носить назву ранжирування. Порядковий номер особин в такому ряду називається рангом особини.

3.1. Коефіцієнти кореляції між альтернативними ознаками r_a

Взаємозв'язок між альтернативними ознаками визначається мірою поєднання кожного з двох можливих етапів ознаки у двох взаємопов'язаних групах особин і виражається коефіцієнтом

кореляції між ними (r_a). Він особливо зручний при аналізі генетичних даних (зв'язок між мастю батьків і потомків, забарвленням пір'я у курчат та статтю, стійкістю до окремих захворювань батьків та їх потомків, тощо).

Для розрахунку коефіцієнта кореляції між альтернативними ознаками будують чотирипільну кореляційну решітку, куди заносять дані спостережень за кожним членом вибірки. Найчастіше для розрахунку r_a використовують таку формулу:

$$r_a = \frac{(f_1 \cdot f_4 - f_2 \cdot f_3) - \frac{n}{2}}{\sqrt{(f_1 + f_2) \cdot (f_3 + f_4) - (f_1 + f_3) \cdot (f_2 + f_4)}}, \quad (59)$$

де f_1, f_2, f_3, f_4 – частоти в кожному полі кореляційної решітки;
 n – загальна кількість спостережень.

Методика виконання типового завдання

Приклад. У популяції свиней вивчали вплив вакцинації проти хвороби Ауескі на їх захворюваність. З 200 голів 100 були провакциновано проти хвороби Ауескі, а 100 залишились без вакцинації. Після чого частина тварин захворіла. Розрахувати r_a , S_{ra} , t_{ra} між частотою захворювання матерів та їх дочок.

Алгоритм дії:

1. Складаємо таблицю кореляційної залежності (табл. 13).
2. Визначаємо значення f_1, f_2, f_3, f_4 , їх суми у таблиці повинні відповідати загальній кількості вивчених тварин.

13. - Кореляційна решітка частоти захворювання на хворобу Ауескі (x) та їх дочок (y)

Показники(y)	Кількість тварин (x)				Всього	
	здорові		хворі			
з прививкою	f_1	94	f_2	6	$f_1 + f_2$	100
без прививки	f_3	7	f_4	93	$f_3 + f_4$	100
всього	$f_1 + f_3$	101	$f_3 + f_4$	99	$n = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 200$	

3. Користуючись вищенаведеною формулою (59), розраховуємо r_a :

$$r_a = \frac{(94 \cdot 93 - 7 \cdot 6) - \frac{200}{2}}{\sqrt{(94+6) \cdot (7+93) \cdot (94+7) \cdot (6+93)}} = \frac{(8742 - 42) - 100}{\sqrt{100 \cdot 100 \cdot 101 \cdot 99}} = \frac{8600}{\sqrt{99990000}} = +0,86;$$

4. Визначаємо помилку коефіцієнту кореляції

$$S_{ra} = \frac{1 - r_a^2}{\sqrt{n}} = \frac{1 - 0,86^2}{\sqrt{200}} = \frac{0,2604}{14,1421} = 0,018 \quad (60)$$

5. Розраховуємо достовірність отриманих результатів і порівнюємо з табличним показником критерію Стюдента:

$$t_{ra} = \frac{r_a}{S_{ra}} = \frac{0,86}{0,018} = 47,77 \quad (61)$$

$$v = 200 - 2 = 182; \quad t_{st} = 2 - 2,6 - 3,3; \quad P > 0,999.$$

Висновок. Між вакцинацією свиней проти хвороби Ауескі та частотою їх захворювання існує тісний позитивний зв'язок ($r_a = +0,86 \pm 0,018$). Свині, які не були привиті, частіш хворіють на хворобу Ауескі. Коефіцієнт кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,999$.

3.2. Коефіцієнт рангової кореляції (r_s)

Коефіцієнт рангової кореляції розраховують для ознак, які не можна або немає необхідності виміряти, але за якими особини можуть бути розміщені за наростаючим чи спадаючим ступенем їх вираженості.

Групу особин, розміщених за ступенем вираженості ознаки від максимального значення до мінімального або навпаки, називають ранжированим рядом, а процес формування такого ряду називають

ранжируванням. Порядковий номер особини в ранжированому ряді визначає її ранг (1,2,3...). Якщо фактична абсолютна величина ознаки у декількох особин вибірки однакова, то їх нумерують підряд і беруть середнє із суми цих рангів.

В обробку включаються не абсолютні величини варіюючої ознаки, а їх ранги, зайняті членами сукупності за кожною із корелюючих ознак. Метод запропоновано Спірменом, тому часто в літературі коефіцієнт рангової кореляції називають коефіцієнтом Спірмена.

Його розраховують за формулою:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum (x - y)^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (62)$$

де x – ранги з ознакою x ;

y – ранги з ознакою y ;

$x-y$ – різниця рангів;

n – число пар рангів, або об'єм вибірки.

Різницю рангів ($x-y$) можна замінити літерою d і тоді формула набуває більш спрощеного вигляду:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (63)$$

де $\sum d^2$ – сума квадратів різниці між парними рангами.

Оцінка достовірності коефіцієнта рангової кореляції дещо ускладнена, бо розподіл рангових коефіцієнтів може ще більше відхилятися від нормального, ніж розподіл простих коефіцієнтів кореляції. Її здійснюють, користуючись даними таблиці 14.

14. - Оцінка достовірності коефіцієнта рангової кореляції

P	$v = 5$	$v = 6$	$v = 7$	$v = 8$	при $v \geq 9$
Значення не менше					
0,95	1,0	0,89	0,75	0,71	За табл. 15

0,99	-	1,00	0,89	0,86	За табл. 15
------	---	------	------	------	-------------

15. - Мінімальні значення коефіцієнта рангової кореляції r_s при різних рівнях імовірності (P) при різному числі ступенів свободи ($\nu = n-2$)

ν	P		ν	P	
	0,95	0,99		0,95	0,99
9	0,60	0,74	29	0,36	0,46
10	0,58	0,71	30	0,35	0,45
11	0,55	0,68	35	0,33	0,42
12	0,53	0,66	40	0,30	0,39
13	0,51	0,64	45	0,29	0,37
14	0,50	0,62	50	0,27	0,35
15	0,48	0,61	60	0,25	0,33
16	0,47	0,59	70	0,23	0,30
17	0,46	0,58	80	0,22	0,28
18	0,44	0,56	90	0,21	0,27
19	0,43	0,55	100	0,20	0,25
20	0,42	0,54	125	0,17	0,23
21	0,41	0,53	150	0,16	0,21
22	0,40	0,52	200	0,14	0,18
23	0,40	0,51	300	0,11	0,15
24	0,39	0,50	400	0,10	0,13
25	0,38	0,49	500	0,09	0,12
26	0,37	0,48	700	0,07	0,10
27	0,37	0,47	900	0,06	0,09
28	0,36	0,46	1000	0,06	0,09

Практичне визначення рангової кореляції проведемо на прикладі:

Методика виконання типових завдань

Приклад 1. Вивчали зв'язок між агресивністю поведінки (X) і забарвленням хутра (Y) в норок.

Алгоритм дії:

1. Відібраних самців за цими ознаками розподілили за рангами: забарвлення – від найгіршого (ранг 1) до найкращого (ранг 8); агресивністю – від найтихішого (ранг 1) до

найагресивнішого (ранг 8). Кожний самець одержав два ранги: один – за X-ознакою, другий – за Y-ознакою.

2. В таблицю 16 внесли ранги тварин відповідно до їх поєднань.

3. Проводимо визначення d , як різниці між рангами X та Y.

4. Визначаємо значення d^2 методом підведення d у квадрат і визначаємо загальну суму, значення якої вказуємо в низу таблиці.

5. Розраховуємо коефіцієнт рангової кореляції (63) за формулою, як вказано у таблиці 16.

16. - Розрахунок коефіцієнта рангової кореляції між агресивністю поведінки та забарвленням волосяного покриву у норок

Ранги самців		d x-y	d ² (x-y) ²	Розрахунки
за агресивністю, X	за забарвленням, Y			
Слабка 1	3	-2	4	$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 14}{8(64 - 1)} = 1 - \frac{84}{504} = 0,83$
2	Гірша 1	1	1	
3	2	1	1	
4	5	-1	1	
5	4	1	1	
6	Краща 8	-2	4	При $v = 8$ за таблицею 14 мінімальне значення r_s становить 0,71
7	6	1	1	
Сильна 8	7	1	1	
n=8			$\Sigma d^2 = 14$	

6. Маючи показник коефіцієнту рангової кореляції, за допомогою таблиці 14, визначаємо достовірність визначеного показника.

При $n=8$ мінімальне достовірне значення повинно дорівнювати 0,71. Наш показник складає 0,83, що більше за табличний, от же дані перевищують перший поріг, але менші за другий – 0,86. Таким

чином, імовірність показника рангової кореляції між агресивністю та забарвленням хутра є достовірним з вірогідністю $P > 0,95$.

Висновок: нами проведено аналіз взаємозв'язку між агресивністю поведінки та забарвленням волосяного хутра у норок, встановлено що кореляція позитивна і тісна ($r_s = 0,83$). Коефіцієнт рангової кореляції достовірний з імовірністю $P > 0,95$.

Приклад 2. В експерименті були одержані дані про масу лівої камери серця X (г) і довжину ядер у м'язах серця Y (мкм):

X	207; 221; 256; 262; 273; 289; 291; 292; 304; 328; 372; 397; 460; 632
Y	16,6; 18,0; 15,9; 20,7; 19,4; 19,8; 11,7; 21,0; 23,6; 13,6; 19,6; 22,9; 19,4; 28,4

Розподіл варіант за ознакою є різко асиметричним, тому застосуємо для визначення зв'язку коефіцієнт рангової кореляції.

Алгоритм дії:

1. Відібраних самців за цими ознаками розподілили за рангами:
– маса лівої камери серця від найменшої (ранг 1) до найбільшої (ранг 8);
– довжина ядер – від найменшої (ранг 1) до найбільшої (ранг 8).
Кожний показник одержав два ранги: один – за X -ознакою, другий – за Y -ознакою.
2. В таблицю 17 внесли ранги тварин відповідно до їх поєднань.
3. Проводимо визначення d , як різниці між рангами X та Y .
4. Визначаємо значення d^2 , методом підведення d у квадрат, і визначаємо загальну суму, значення якої вказуємо в низу таблиці.
5. Розраховуємо коефіцієнт рангової кореляції за формулою (63):

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 247}{14(14^2 - 1)} = 1 - \frac{1482}{2730} = 1 - 0,543 = 0,457.$$

6. Маючи показник коефіцієнту рангової кореляції, за допомогою таблиці 15 визначаємо достовірність визначеного показника. Число ступенів свободи $\nu = n-2=14-2=12$. За табл. 15 при $\nu = 12$ мінімальне значення r_s для перших двох рівнів імовірності становить відповідно 0,53 і 0,66. Отже, $P < 0,95$.

17. - Приклад розрахунку r_s між масою лівої камери серця та довжиною ядер у м'язах серця

Маса лівої камери серця, г	Ранг (x)	Довжина ядер, мм	Ранг (y)	d x-y	d ² (x-y) ²
207	1	16,6	4	-3	9
221	2	18,0	5	-3	9
256	3	15,9	3	0	0
275	4-5	20,7	10	-5,5	30,25
275	4-5	19,4	6-7	-2	4
280	6	19,8	9	-3	9
291	7-8	11,7	1	6,5	42,25
291	7-8	21,0	11	-3,5	12,25
304	9	23,0	13	-4	16
328	10	13,6	2	8	64
372	11	19,6	8	3	9
397	12	22,9	12	0	0
460	13	19,4	6-7	6,5	42,25
632	14	28,4	14	0	0
n = 14					$\Sigma d^2 = 247$

Висновок. Зв'язок між масою лівої камери серця та довжиною ядер у м'язових клітинах прямий і задовільний. Коефіцієнт рангової кореляції ($r_s = 0,457$) недостовірний з імовірністю $P < 0,95$.

Крім розглянутих показників зв'язку між ознаками, кореляційний аналіз у біометрії вивчає ще цілий ряд коефіцієнтів. Це, зокрема, метод корелятивних плеяд, бісеріальний показник зв'язку, поліхоричний показник зв'язку, кореляційне відношення та ін.

Названі показники мають специфіку свого використання в біометрії і застосовуються при вирішенні суто специфічних питань або науковому аналізі тих чи інших біологічних процесів.

Детально з ними можна ознайомитись у спеціальних посібниках з біометрії.

Самостійна робота

1. Від 600 корів червоної масті народилося 520 потомків червоних та 80 строкатих, а від 400 строкатих матерів – 100 червоних та 300 строкатих. Встановити зв'язок між мастю матерів і мастю їхнього потомства.
2. Від комолих бугаїв одержано 82 комолих і 23 рогатих потомків, а від рогатих 50 комолих і 45 рогатих. Розрахувати коефіцієнт кореляції між комолістю бугаїв та комолістю їхніх потомків.
3. Від схрещування курей різних порід одержано 200 гібридних курчат з різними типами пігментації пір'я. Серед півників 90 особин мали світле забарвлення, а 10 – строкате. Серед курочок – відповідно 6 і 104. Чи спостерігалось зчеплене зі статтю успадкування забарвлення пір'я?
4. При вивченні поширення лейкозу у стаді корів виявили таке: від 560 здорових корів одержано 471 здорову і 89 хворих на лейкоз дочок, а від 260 хворих корів одержано 184 здорових і 76 хворих дочок. Визначити коефіцієнт кореляції між частотою захворювання на лейкоз корів – матерів та їх дочок.
5. Дві групи курчат заражали живою культурою з метою викликати захворювання на пуллороз. З 220 голів від не відселектованої на стійкість до цієї хвороби лінії вижило 115 голів і 105 загинуло, а з 618 голів із відселектованої лінії вижило 560 голів і 58 загинуло. Визначити величину зв'язку між резистентністю курчат до білого проносу і ступеня їх відселектованості до цієї хвороби.
6. При вивченні поширення захворювання на туберкульоз у стаді від 420 здорових корів було одержано 370 здорових і 50 хворих на цю хворобу дочок, а від 140 хворих корів одержано 80 здорових і 60 хворих дочок. Визначити коефіцієнт кореляції між

частотою захворювання на туберкульоз корів –матерів та їх дочок.

7. У стаді великої рогатої худоби від 390 корів широкотілого типу конституції одержано 210 широкотілих та 180 вузькотілих, а від 160 вузькотілих корів – 70 вузькотілих та 90 широкотілих дочок. Який характер зв'язку між типом конституції корів-матерів та їх дочок?
8. Від 120 норок з агресивним типом поведінки одержано 96 агресивних та 24 спокійних потомків, а від 72 спокійних норок – 56 спокійних та 16 агресивних потомків. Який напрям та сила зв'язку між типом поведінки норок-матерів та їх потомством?
9. Від 500 корів чорної масті народилось 460 чорних та 40 строкатих потомків, а від 200 строкатих корів – 97 чорних та 103 строкатих. Встановити напрям та силу зв'язку між мастю корів-матерів та їх потомством.

10. Визначити ранговий коефіцієнт кореляції між вмістом жиру та білку (%) в молоці дочок бугая Мирного 1831:

Жир	3,5	3,4	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9
Білок	3,2	3,0	3,3	3,3	3,0	2,9	3,1	3,2	3,1	2,9	2,8

11. Визначити ранговий коефіцієнт кореляції між вмістом жиру та білку (%) в молоці дочок бугая Модного 1933:

Жир	3,8	3,7	3,7	3,6	3,5	3,5	3,3	3,3	3,2	3,1
Білок	3,5	3,6	3,6	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,1	3,0

12. Визначити залежність густоти сперми бугаїв від їх кондиції:

Ранг за густиною сперми	1	2	3	4	5	6	7
Ранг за кондицією	5	4	7	6	2	1	3

13. Визначити характер взаємозв'язку між висотою в холці (x) рисистих коней та швидкістю їх бігу (y) на дистанції 1600 м:

Ранг за ознакою, x	1	2	3	4	5
Ранг за ознакою, y	4	5	2	3	1

14. Визначити взаємозв'язок між якістю хутра (x) норок і агресивністю їх поведінки (y). 9 відібраних самців зайняли ранги від найспокійнішого (1) до найагресивнішого (9), а за якістю хутра від найгіршого (1) до найкращого (9):

Ранг за ознакою, x	1 2 3 4 5 6 7 8 9
Ранг за ознакою, y	3 1 2 5 4 8 9 6 7

15. Визначити взаємозв'язок між густиною вовни у овець (x) та їх вгодованістю (y):

Ранг за ознакою, x	1 2 3 4 5 6 7
Ранг за ознакою, y	2 3 4 1 7 5 6

16. У 8 щук була виміряна довжина тіла (x, см) та маса їх тіла (y, г):

X	34,4	31,8	38,0	33,4	42,5	38,0	67,0	42,8
Y	456	375	484	456	788	958	1550	783

Визначити коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

17. У тих же 8 щук була виміряна довжина тіла (x, см) та маса ікри (y, г):

X	34,4	31,8	38,0	33,4	42,5	38,0	67,0	42,8
Y	32	34	24	19	126	42	192	138

Визначити коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

18. У тих же 8 щук розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між масою тіла (x, г) та масою ікри (y, г):

X	456	375	484	456	788	958	1550	783
Y	32	34	24	19	126	42	192	138

19. У 5 самиць бобра одержані такі дані про їх масу (x, кг) та довжину шкурки (y, см):

X	8,9	13,3	14,4	19,0	29,6
Y	76	92	85	104	105

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між масою тіла та довжиною шкурки.

20. У 5 самиць бобра визначили масу тіла (x , кг) і ширину шкурок (y , см):

X	8,9	13,3	14,4	19,0	29,6
Y	37	49	48	54	44

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між масою тіла та шириною шкурки.

21. У тих же 5 самиць бобра розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між довжиною шкурок (x , см) та її шириною (y , см):

X	76	92	85	104	105
Y	37	49	48	54	44

22. У 12 сріблясто-чорних лисиць було виміряно довжину тулуба (x , см) та довжину хвоста (y , см):

X	70	65	64	67	72	67	71	63	68	71	69	62
Y	40	38	39	39	41	40	39	40	44	41	42	37

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

23. У 12 екземплярів дніпровського йоржа за довжиною тіла (x) визначили ранги з 1 по 12, які мали такі дані за масою тіла (y , г):

Ранг за ознакою, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ранг за ознакою, y	27	31	30	28	32	45	31	35	37	49	54	56

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

24. У тих же 12 екземплярів дніпровського йоржа з рангами за довжиною тіла з 1 по 12 визначили масу гонад (y , г):

Ранг за ознакою, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ранг за ознакою, y	3,2	3,3	4,0	3,4	2,6	3,2	2,8	4,6	3,8	6,7	7,0	8,7

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

25. У 10 самців бобра, які мали за живою масою (x) ранги з 1 по 10, виміряли довжину шкурок (y , см) і встановили таке:

Ранг за ознакою, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг за ознакою, y	71	83	85	84	83	87	93	97	92	92

Розрахуйте коефіцієнт рангової кореляції між цими ознаками.

Контрольні запитання

1. У чому особливості розрахунку коефіцієнта кореляції між альтернативними ознаками?

2. Для яких ознак розраховують коефіцієнт рангової кореляції?
3. Що таке ранжування та ранжовані ряди?
4. За якою формулою розраховують коефіцієнт рангової кореляції?
5. Як визначити вірогідність розрахованого коефіцієнта рангової кореляції?

4. КРИТЕРІЙ χ^2 (χ^2 -квадрат)

Метод χ^2 застосовують для порівняння двох варіаційних (емпіричних) рядів за розподілом частот, емпіричних рядів з теоретичними при гібридологічному аналізі якісних ознак, закономірності розподілу частот у популяціях, для оцінки ефективності застосування лікувальних препаратів, порівняння фактичної та теоретичної відтворювальної здатності свиноматок та вівцематок. Тобто, у всіх випадках, коли виникає необхідність оцінити ступінь відповідності фактичних даних теоретично очікуваним.

Метод засновано на принципі так званої "нульової гіпотези", сутність якої полягає в тому, що допускають відсутність достовірних відмінностей між порівнюваними групами, а потім на основі математичних розрахунків підтверджують цю гіпотезу чи відкидають її.

Якщо величина χ^2 підтверджує достовірність різниці показників порівнюваних сукупностей, то тоді вона відкидається. При відсутності достовірних відмінностей між групами "нульова гіпотеза" зберігається. Це свідчить про те, що порівнювані за частотами вибірки належать до однієї генеральної сукупності. Цей метод запропоновано К.Пірсоном у 1890 році. Критерій χ^2 ще називають критерієм відповідності. Інколи його застосовують для вивчення зв'язку між ознаками, які мають якісні градації, але в даному разі він показує не силу зв'язку, а лише наявність чи відсутність його.

Значення χ^2 виражається будь-яким позитивним числом від 0 до ∞ і розраховується для сукупностей з числом варіант не менше 20, коли ознака виражена в абсолютних, а не відносних (частки одиниці, відсотки) величинах.

Критерій χ^2 –квадрат розраховують за формулою:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}, \quad (64)$$

де O – фактична кількість особин;
 E – теоретично очікувана кількість особин.

Для остаточного судження про відповідність чи не відповідність фактично одержаних величин з теоретично очікуваними, одержане значення χ^2 –квадрат порівнюють з табличним (додаток 2) з урахуванням числа ступенів свободи.

Число ступенів свободи (ν) для різних способів застосування χ^2 має особливості розрахунку. При гібридологічному аналізі число ступенів свободи дорівнює числу фенотипів мінус одиниця. Так, в F_2 моногібридного схрещування при повному домінуванні розщеплення 3:1 (2 фенотипи, $\nu=2-1=1$), при дигібридному – 9:3:3:1 (4 фенотипи, $\nu=4-1=3$). При вивченні поліморфізму білків та ферментів число ступенів свободи дорівнює числу фенотипових класів мінус число алелів. При складанні чотирьох - або багатопільної решітки для визначення числа ступенів свободи користуються формулою:

$$\nu = (l_x - 1)(l_y - 1), \quad (65)$$

де l_x – число горизонтальних рядків;
 l_y – число вертикальних стовпчиків.

Розглянемо випадки практичного застосування методу χ^2 -квадрат.

4.1. Метод χ^2 -квадрат для вивчення успадкування якісних ознак при аналізі схрещувань у зоотехнії

Вивчаючи характер успадкування ознак при моно-, ди- чи полігібридному схрещуваннях, а також при різних типах взаємодії неалельних генів у F_2 , фактична кількість особин різних фенотипів може не збігатися з теоретично очікуваною, зумовленою закономірностями менделівського успадкування ознак. Ці відхилення можуть бути спричинені кількісною обмеженістю експерименту або неоднаковою стійкістю до умов середовища ембріонів з різними генотипами в утробний період розвитку.

У зв'язку з цим виникає необхідність провести статистичну оцінку різниці між фактичним розподілом особин різних фенотипів і теоретично очікуваним.

За "нульову гіпотезу" береться очікуване співвідношення фенотипів залежно від кількості ознак, за якими здійснюється схрещування або типу взаємодії генів (3:1, 1:2:1, 1:1, 9:3:3:1, 12:3:1, 9:7, 9:3:4, 1:4:6:4:1...).

Результати розрахунку χ^2 дадуть підставу підтвердити чи спростувати "нульову гіпотезу".

Методика виконання типового завдання

Приклад 1. При схрещуванні абердин-ангуських чорних комолих бугаїв з червоними рогатими коровами в F_1 одержали всіх чорних комолих потомків; у F_2 одержано 640 потомків, серед яких було чорних комолих – 368; чорних рогатих – 113; червоних комолих – 123 і червоних рогатих – 36. Чи відповідає фактична кількість народжених потомків теоретично очікуваній?

Алгоритм дії:

1. Для відповіді на поставлене питання розраховують критерій χ^2 -квадрат. Роботу починають зі складання спеціальної таблиці

(табл. 18), в яку записують фактично одержані при схрещуванні дані (О), теоретично очікувані (Е)

18.– Форма запису для розрахунку χ^2 при гібридологічному аналізі

Класи (фенотипи)	Число особин		Відхилення О-Е	(О-Е) ²	$\frac{(O-E)^2}{E}$
	фактичне (О)	очікуване (Е)			
Чорні комолі	368	360	8	64	64:360=0,17
Чорні рогаті	113	120	-7	49	49:120=0,41
Червоні комолі	123	120	3	9	9:120=0,08
Червоні рогаті	36	40	-4	16	16:40=0,40
Всього	640	640	-	-	$\sum \frac{(O-E)^2}{E} = 1,06$

2. Арифметичні розрахунки: відхилення (О-Е): Розрахунок теоретично очікуваної кількості особин різних фенотипів проводять таким чином: знаходять загальну фактичну (О) кількість особин різних фенотипів: 368+113+123+36=640.

Теоретично очікувану (Е) кількість особин різних фенотипів розраховують з огляду на те, що в F₂ при дигібридному схрещуванні згідно з теорією імовірності можливі 16 варіантів поєднання гамет, у результаті чого утворюється 4 фенотипи у співвідношенні 9:3:3:1. Отже, для розрахунку теоретично очікуваної кількості особин різних фенотипів необхідно загальну кількість нащадків F₂ помножити на відповідну частку кожного з фенотипів і ділити на число 16:

- чорні комолі 640x9:16=360;
- чорні рогаті 640x3:16=120;
- червоні комолі 640x3:16=120;
- червоні рогаті 640x1:16= 40.

3. Після цього від фактичної кількості особин віднімаємо теоретично очікувану і знаходимо відхилення (O-E), які необхідно піднести до квадрата. Квадрати відхилень по кожному із фенотипів ділять на кількість теоретично очікуваних особин: $64:360=0,17$; $49:120=0,41$; $9:120=0,08$; $16:40=0,40$. Отримані дані заносять в колонку (O-E)².

4. Квадрати відхилень (O-E)² та частки від ділення квадратів відхилень на теоретично очікувану величину по кожному класу розраховують і записують у відповідні клітини таблиці.

5. Сума часток по всіх класах і буде показником χ^2 -квадрата.

6. Склавши суму часток по всіх класах, одержують показник χ^2 -квадрат (64):

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E} = 0,17 + 0,41 + 0,08 + 0,40 = 1,06$$

7. Щоб зробити висновок про відповідність чи невідповідність кількості фактично одержаних потомків різних фенотипів з теоретично очікуваними, розраховане значення $\chi^2 = 1,06$ порівнюємо зі стандартним значенням χ^2 при різних рівнях імовірності (додаток 2).

Для цього необхідно визначити число ступенів свободи (v). При гібридологічному аналізі число ступенів свободи дорівнює числу фенотипів мінус одиниця:

$$v = 4 - 1 = 3 \quad (66)$$

8. Стандартне значення χ^2 при $v = 3$ для різних рівнів імовірності становить:

$$P=0,95-8,8; \quad P=0,99-11,3; \quad P=0,999-16,3.$$

Одержане значення χ^2 (1,06) значно нижче табличного і підтверджує "нульову гіпотезу".

Висновок: Фактичний розподіл кількості різних фенотипів від схрещування чорних комолих бугаїв абердин-ангуської породи з червоними рогатими коровами відповідає теоретично очікуваному з високим рівнем імовірності ($P > 0,999$).

Самостійна робота

Підготувати схему, визначити співвідношення фенотипів, розрахувати χ^2 і дати оцінку відповідності фактичного і теоретично очікуваного розщеплення в таких варіантах схрещування.

1. Від схрещування гетерозиготних сірих баранів з гетерозиготними сірими матками одержано 158 сірих та 48 чорних ягнят.
2. Схрещували F_1 , які походили від свиноматок миргородської та кнурів великої білої породи. Одержано 680 білих поросят і 204 чорно-рябих.
3. Гетерозиготний помісний кнур білої масті, який походить від матки великої білої породи і беркширського кнура, схрещувався з чорними чистопорідними матками беркширської породи. Одержано 83 чорних і 102 білих поросят.
4. Чорні барани спаровувалися з гетерозиготними сірими матками. Одержано 96 сірих і 87 чорних ягнят.
5. Схрещували між собою (шутих) комолих F_1 , які походять від абердин-ангуських комолих бугаїв і рогатих швіцьких корів. Одержали 62 комолих і 24 рогатих теляти.
6. Від схрещування чистопорідного рогатого бугая герефордської породи з помісними комолими (шутими) гетерозиготними коровами, які походять від комолих абердин-ангуських бугаїв і рогатих швіцьких корів, одержано 24 рогатих і 32 комолих телят.
7. Схрещували між собою F_1 від чорного гемпширського кнура і маток породи дюррок. Одержано 93 поросяти чорної масті і 37 червоної.

8. Від курей з листовидним гребенем і гетерозиготного півня з трояндоподібним гребенем одержано 220 курчат з трояндоподібним і 196 з листовидним гребенем.
9. Від схрещування гетерозиготних курей, які мали трояндоподібний гребінь, з такими ж півнями одержано 215 курчат з трояндоподібним і 64 курчат з листовидним гребенем.
10. Схрещували між собою F_1 від довговолосих ангорських кролематок і самців породи шиншила. Одержано 86 коротковолосих і 34 довговолосих кроленят.
11. Від схрещування гетерозиготних сірих кролів з білими одержано 130 сірих і 148 білих кроленят.
12. Від схрещування гетерозиготних сірих кролів між собою одержано 240 сірих і 78 білих кроленят.
13. Схрещували свиноматок великої білої породи (стоячі вуха) з помісними капловухими кнурами (ландрас х велика біла). Одержано 85 поросят із стоячими вухами та 270 капловухих поросят.
14. Від схрещування гетерозиготних помісних капловухих свиней (велика біла х ландрас) між собою одержано 102 поросят із стоячими вухами та 121 капловухих.
15. Від схрещування помісних корів і бугаїв червоної масті з білими плямами, які походять від симентальських маток і бугаїв червоної степової породи, одержано 27 червоно-рябих телят, 43 червоних з білими плямами і 20 червоних телят.
16. Від схрещування гетерозиготних чорно-рябих корів і бугаїв голштинської породи між собою одержали 73 чорно-рябих і 22 червоно-рябих телят.
17. Схрещували корів червоної масті з білими плямами (помісі симентал х червона степова) з бугаями симентальської породи червоно-рябої масті. Одержали 24 червоно-рябих і 17 червоних з білими плямами телят.
18. Від схрещування чистопорідних чалих шортгорнських корів з білими шортгорнськими бугаями (♀ червоні х ♂ білі) одержано 37 чалих і 26 білих телят.

19. При схрещуванні довговухих овець з безвухими баранами всі потомки в F_1 мають короткі вуха. Від схрещування F_1 між собою одержано 37 безвухих, 50 довговухих та 95 коротковухих ягнят.
20. Від схрещування гетерозиготних коротковухих баранів з гомозиготними безвухими вівцями одержано 76 коротковухих і 106 безвухих ягнят.
21. Дикі кролики мають підшкірний жир білого кольору, а деякі свійські породи – жовтого. Від схрещування самців F_1 (помісі: ♀ свійська х ♂ дикий) зі свійськими кролематками 185 потомків мали білий жир, а 209 – жовтий.
22. Від схрещування між собою гетерозиготних кролів з жовтим підшкірним одержано 215 кроленят з жовтим жиром і 87 з білим.
23. Від схрещування курей з нормальним оперенням з кучерявими півнями одержано курчат: 179 – кучерявих, 398 – слабокучерявих, 187 – з нормальним оперенням.
24. Від схрещування гетерозиготних слабокучерявих курей з кучерявими півнями одержано 217 слабокучерявих курчат і 258 кучерявих.
25. Від схрещування комолого гетерозиготного козла з рогатими козами одержано 18 рогатих і 13 шутих козенят.
26. Від схрещування комолого гетерозиготних кіз F_1 з такими ж козлами було одержано 78 шутих і 28 рогатих козлят.
27. При схрещуванні норок з темним забарвленням хутра з білими норками одержують норок кохінурового забарвлення (світлі з темним хрестом на спині). Від схрещування кохінурових норок F_1 з білими норками одержано 52 білих і 68 кохінурових потомків.
28. Від схрещування кохінурових норок між собою одержано 35 потомків з темним забарвленням хутра, 26 – з білим і 72 – з кохінуровим.

4.2. Метод χ^2 -квадрат для визначення достовірності відмінностей між двома групами тварин у ветеринарії

Часто при вирішенні питання про доцільність застосування тих чи інших лікувальних препаратів для запобігання захворювань тварин або нових санітарно-гігієнічних прийомів утримання необхідно дати оцінку ефективності їх застосування. Для цього формують за принципом аналогів або груп аналогів дві групи тварин, на одну з яких діє фактор, який вивчається (дослідна група). Друга група є контрольною, тобто на ній дія фактора не випробовується.

Тут також все будується за принципом "нульової гіпотези", яка допускає відсутність відмінностей між дослідною та контрольною групами. Результати розрахунку χ^2 на основі даних досліджень підтверджують цю гіпотезу або спростовують її.

Приклад 1. З метою профілактики мікосматозу кролям робили щеплення гетерогенною вакциною. Серед вакцинованих тварин захворіло і загинуло від мікосматозу 11 голів, а 49 голів залишилось здоровими. У контрольній групі, де вакцину не застосовували, захворіло і загинуло 21 особина, здоровими залишилось 19 голів.

Необхідно визначити ефективність застосування гетерогенної вакцини для профілактики захворювання кролів на мікосматоз.

Алгоритм дії:

1. Визначаємо метод, за допомогою якого можливо визначити ефективність застосування гетерогенної вакцини для профілактики захворювання кролів на мікосматоз. На це питання можна відповісти тільки після того, як розрахуємо величину критерію χ^2 -квадрат.

2. Для цього будуємо таблицю запису даних експерименту і необхідних розрахунків (табл. 19).

19. – Форма запису розрахунку χ^2 при порівнянні груп

Група тварин	Число тварин у групі, гол.	Число захворілих		Число здорових	
		фактичне (О)	очікуване (Е)	фактичне (О)	очікуване (Е)
Дослідна (вакцинована)	60	11 O ₁	19,2 E ₁	49 O ₂	40,8 E ₂
Контрольна (не вакцинована)	40	21 O ₃	12,8 E ₃	19 O ₄	27,2 E ₄
Всього	100	32	32	68	68

3. Теоретично очікуване число захворілих та здорових тварин (E₁, E₂, E₃, E₄) розраховуємо за пропорцією:

$$E_1) \quad 100 - 32 \qquad E_1 = \frac{32 \cdot 60}{100} = 19,2;$$

$$60 - E_1$$

$$E_2) \quad 100 - 68 \qquad E_2 = \frac{68 \cdot 60}{100} = 40,8;$$

$$60 - E_2$$

$$E_3) \quad 100 - 32 \qquad E_3 = \frac{32 \cdot 40}{100} = 12,8;$$

$$40 - E_3$$

$$E_4) \quad 100 - 68 \qquad E_4 = \frac{68 \cdot 40}{100} = 27,2.$$

$$40 - E_4$$

4. Якщо (E₁+ E₂ + E₃ + E₄) = (O₁+ O₂ + O₃ + O₄), то це свідчить, що розрахунки зроблено правильно.

5. Теоретично очікуване число можна розрахувати і через частку захворілих та здорових тварин у дослідній та контрольній групах:

$$\text{захворілі тварини} \quad = 32:100=0,32;$$

$$\text{здорові тварини} \quad = 68:100=0,68.$$

Загальне число тварин у дослідній та контрольній групах множимо на частку захворілих та здорових тварин і одержуємо такі значення:

$$E_1 = 60 \cdot 0,32 = 19,2;$$

$$E_2 = 60 \cdot 0,68 = 40,8;$$

$$E_3 = 40 \cdot 0,32 = 12,8;$$

$$E_4 = 40 \cdot 0,68 = 27,2.$$

6. Теоретично очікуване число захворілих та здорових тварин, розраховане обома способами, збігається.

7. Після цього розраховуємо величину χ^2 -квадрат за формулою (64):

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum \frac{(O - E)^2}{E} = \frac{(11 - 19,2)^2}{19,2} + \frac{(49 - 40,8)^2}{40,8} + \frac{(21 - 12,8)^2}{12,8} + \frac{(19 - 27,2)^2}{27,2} \\ &= 3,5 + 1,65 + 5,25 + 2,47 = 12,87 \end{aligned}$$

8. Число ступенів свободи при складанні чотирипільної решітки розраховуємо за формулою:

$$v = (l_x - 1) \cdot (l_y - 1) = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1 \cdot 1 = 1, \quad (67)$$

Стандартне значення χ^2 при $v=1$ для різних рівнів імовірності становить: $P=0,95-3,84$; $P=0,99-6,64$; $P=0,999-10,83$.

Розраховане нами значення χ^2 12,87 вище табличного з імовірністю $P > 0,999$ і спростовує "нульову гіпотезу" про відсутність відмінностей між дослідною та контрольною групами.

Висновок. Профілактичне вакцинування кролів гетерогенною вакциною проти мікосматозу достовірно з імовірністю $P > 0,999$.

Самостійна робота

1. Виробниче випробування сухої вірус – вакцини проти віспи птиці з атенуїрованого штаму вірусу 27-АШ показало такі результати: серед вакцинованих курчат захворіло 20 голів,

залишились здоровими 47; з невакцинованих курчат захворіло 98 голів, залишилось здоровими 62 голови. Чи достовірна ефективність профілактичної дії вакцини 27-АШ?

2. У групі вакцинованих поросят ППД-вакциною проти пастерельозу свиней захворіло 27 голів, а 83 залишились здоровими. У контрольній групі захворіло 35 голів, а 45 залишились здоровими. Оцініть достовірність профілактичної дії вакцини ППД.
3. При лікуванні левоміцетіном телят з шлунково-кишковими захворюваннями 14 голів загинуло, а 38 вижило. У контрольній групі телят, яким антибіотик не вводили, загинуло 19, вижило 27 телят. Оцініть ефективність застосування левоміцетіну при лікуванні шлунково-кишкових захворювань у телят.
4. Для профілактики поліартритів телят коровам дослідної групи за місяць до розтелу з інтервалом у 10 днів вводили дібіоміцин по 20 тис.од. на 1 кг живої маси. Серед народжених телят 19 голів захворіло, а 41 теля залишилось здоровим. У контрольній групі захворіло на поліартрит 28 голів, залишились здоровими 32 телят. Оцініть, чи ефективна профілактична дія запропонованого препарату?
5. Для профілактики пневмонії поросят дослідної групи у віці 3 міс. вводили з кормом реватезин (фумарова кислота + фармазин + терпінгідрат). Контрольну групу вирощували на звичайному раціоні. Через 35 діб виявили, що в дослідній групі захворіло 7 поросят, 159 залишились здоровими. У контрольній групі захворіло 38 поросят, а 119 залишились здоровими. Оцініть достовірність ефективності профілактичної дії реватезину.
6. Лікування віспи овець тераміцином показало, що з ін'єктованих цим антибіотиком тварин ускладнення спостерігалось у 8 голів, а 42 вівці одужали. У групі овець, де лікування проводилось без застосування тераміцину, ускладнення проявилось у 15 овець, а

- 38 одужали. Оцініть достовірність лікувального ефекту тераміцину.
7. При випробуванні нової вакцини проти паратифу свиней одержано такі результати: серед вакцинованих захворіло 15 голів, залишилось здоровими 70; серед невакцинованих захворіло на паратиф 30 голів і 45 залишились здоровими. Оцініть вірогідність ефективності профілактичної дії нової вакцини.
 8. З метою профілактики колібактеріозу першій дослідній групі поросят вводили формолтіомерсолову вакцину, а другій групі – полівалентну сироватку. У першій групі захворіло 18 поросят, а залишилося здоровими 148. У другій групі захворіло 15, залишилось здоровими 108 поросят. Доведіть або спростуйте гіпотезу про те, що вакцина ефективніша, ніж сироватка, у профілактиці колібактеріозу.
 9. Лікування полісерозиту свиней левоміцетіном показало, що з ін'єктованих антибіотиком тварин вижило 80 голів, а загинуло 27. Серед поросят, які хворіли на полісерозит і не одержували антибіотика, смертність становила 48 голів, а вижило 62. Оцініть, чи є достовірним лікувальний ефект антибіотика?
 10. З метою лікування інфекційного маститу у овець із хворих тварин сформували 2 групи. Перша одержувала тетрациклін, а друга – пеніцилін. У першій групі загинуло 40 голів, вижило 55, а в другій групі загинуло 25 і вижило 72 голови. Оцініть достовірність лікувального ефекту пеніциліну порівняно з тетрацикліном.
 11. У господарстві, де виник спалах інфекційного ринотрахеїту, з метою профілактики частині телят вводили живу ТК-А-вакцину. З числа вакцинованих телят захворіло 30 голів, залишились здоровими 115 голів. Серед невакцинованих захворіло 80, а

залишилось здоровими 75 телят. Оцініть, чи є достовірним ефект дії вакцини?

12. Необхідно було порівняти ефективність вакцини Ла-Сота і Н-вакцини як профілактичних препаратів проти чуми птиці. Перша група з 63 голів одержувала вакцину Ла-Сота, а друга група з 60 голів – Н-вакцину. У першій групі захворіло 15 голів, а 48 залишились здоровими. У другій групі захворіло 25, а залишились здоровими 35 голів. Доведіть або спростуйте твердження, що вакцина Ла-Сота достовірно ефективніша, ніж Н-вакцина.
13. Для підвищення запліднюваності корів у сперму бугаїв рекомендують додавати біостимулятор. Із 600 корів, яких осіменяли спермою бугаїв з біостимулятором, запліднилось 480 голів. У контрольній групі з 520 корів запліднилось 360. Оцініть, чи є достовірним ефект дії біостимулятора.
14. Лікування анаеробної ентеротоксемії телят неоміцином показало, що серед ін'єктованих загинуло 25 і вижило 28 голів. У контрольній групі падіж становив 38 голів, вижило 12. Оцініть достовірність лікувального ефекту неоміцину.
15. При порівнянні ефективності лікувальної дії протидиплокової сироватки (1 група) і пеніциліну (2 група) на стрептококову інфекцію телят встановлено, що при незагостреному перебігу хвороби в першій групі загинуло 14 голів і вижило 68. У другій групі загинуло 23 і вижило 58 голів. Доведіть або спростуйте гіпотезу, що протидиплокова сироватка ефективніша, ніж антибіотик пеніцилін.
16. На небезпечній щодо сальмонельозу свинофермі поросяткам вводили два види вакцини: концентровану полівалентну формолгалунову (перша група) і живу ГС-177-вакцину (друга група). У першій групі захворіло 18 поросят і 64 залишились здоровими, а в другій групі захворіло 7 голів і 80 залишились

- здоровими. Доведіть або спростуйте припущення, що ГС-177-вакцина більш ефективна, ніж полівалентна формолгалунова.
17. При експериментальному зараженні вірусом парагрипу-3 телят, попередньо щеплених вакцинами паравак (1 група) і бівак (2 група), частина тварин захворіла. У першій групі захворіло 18 голів і 65 залишились здоровими, а в другій групі захворіло 24 голови і 53 залишились здоровими. Доведіть, яка з вакцин ефективніше профілакує парагрип-3 у телят.
18. Лікування ентеровірусного гастроентериту свиней антибіотиком синтоміцином показало, що з ін'єктованих хворих тварин загинуло 9 голів і вижило 92 голови. У групі, яка не одержувала антибіотик, загибель становила 18 голів, вижило 85 свиней. Оцініть лікувальний ефект антибіотика синтоміцину.
19. При порівнянні ефективності профілактичної дії вакцин ТФ-130 (1 група) і ЛТФ-130 (2 група) на трихофітію телят встановлено, що в першій групі захворіло 26 голів, а 78 залишились здоровими. У другій групі захворіло 22 і залишились здоровими 84 голови. Доведіть або спростуйте припущення, що вакцина ЛТФ-130 дає кращий профілактичний ефект, ніж вакцина ТФ-130.
20. Лікування гемофільозного полісерозиту поросят антибіотиком тетрацикліном показало, що з ін'єктованих хворих тварин загинуло 27, а вижило 46 голів. У контрольній групі вижило 34 поросят, а загинуло 37. Оцініть достовірність лікувального ефекту тетрацикліну.
21. Лікування гемофільозної плевропневмонії свиней гентаміцином показало, що з ін'єктованих поросят вижило 62, а загинуло 9. У контрольній групі поросят, яких лікували без застосування гентаміцину, загибель становила 32 голови, а вижило 74. Оцініть, чи є достовірно ефективною лікувальна дія антибіотика гентаміцину?

22. Оцінка наслідків спалаху інфекційного енцефаломієліту коней показала, що із щеплених коней захворіло 7, а 48 залишились здоровими. Із не вакцинованих тварин захворіло 27 голів і 32 залишились здоровими. Доведіть, чи підтверджується передбачення, що вакцина достовірно профілакує інфекційний енцефаломієліт коней.
23. З метою лікування колієнтериту одній групі інфікованих поросят-сисунів, ін'єкційно вводили тетрациклін (1 група), а другій групі – левоміцетін. У першій групі загинуло 42 поросят і вижило 64, а в другій загинуло 28, вижило 15. Визначте, який антибіотик показав достовірно вищий лікувальний ефект.
24. При лікуванні трихополом хворих на дизентерію свиней загинуло 18 голів, а вижило 64. При застосуванні діпасфену смертність становила 25 голів, а вижило 70. Визначте, який препарат ефективніший при лікуванні дизентерії свиней?
25. Одну групу клінічно хворих на бешиху свиней лікували гіперімунною протибешиховою сироваткою у поєднанні з пеніциліном, а другу – тільки антибіотиком пеніциліном. У першій групі смертність становила 27 голів, вижило 102 голови, тоді як у другій групі загинуло 32 голови, а вижило 62. Визначте, який спосіб лікування виявився достовірно ефективнішим?
26. З метою профілактики лістеріозу овець частині поголів'я вводили суху живу вакцину АУФ. Серед вакцинованих тварин захворіло 11 голів, а 184 залишились здоровими. Серед невакцинованих овець захворіло 88 голів, а 294 залишились здоровими. Оцініть, чи є достовірно ефективнішою профілактична дія вакцини АУФ?
27. Для лікування телят, хворих на некробактеріоз, застосовували два способи: першій групі парентерально вводили левоміцетін і пероральна сульфален; другу групу ін'єктували біциліном-5. У першій групі смертність становила 14 голів, вижила 91 голова. У

другій загинула 31 голова, а 65 вижило. Визначте, який метод лікування показав достовірно вищий ефект?

28. З метою профілактики проти колібактеріозу одній групі новонароджених телят внутрим'язово вводили гаммаглобулінові препарати у поєднанні з колісироваткою, а другій групі – вакцинний препарат коліпротектант. Під час спалаху колібактеріозу в господарстві з першої групи загинуло 18 голів, а вижило 196, тоді як у другій групі – відповідно 27 і 512 голів. Оцініть, який метод є достовірнішим при профілактиці колібактеріозу?

Контрольні запитання

1. В яких випадках застосовують метод χ^2 ? Хто і коли запропонував цей метод?
2. Як Ви розумієте принцип "нульової гіпотези"? На основі чого її залишають в силі чи спростовують?
3. Яка мінімально допустима чисельність сукупності і в яких одиницях повинна бути виміряна ознака при застосуванні методу χ^2 ?
4. За якою формулою і який порядок розрахунку критерію Пірсона?
5. Як розраховують число ступенів свободи при різних способах застосування χ^2 ?

5. ФАКТОРИ ДИНАМІКИ МІНЛИВОСТІ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН І ПТИЦІ

5.1. Коефіцієнт успадковуваності (h^2) ознак і способи його визначення

У селекційно-племінній роботі з окремими породами свійських тварин, яка спрямована на зміну властивостей популяції у бажаному напрямі, добір тварин на плем'я та для спарування проводиться, як правило, на основі оцінки їх фенотипу. Однак, як відомо, на основі фенотипової оцінки не завжди можна добирати генетично кращих тварин. Це пов'язано з тим, що кількісні ознаки тварин проявляють мінливість. Її часто називають фенотиповою. У свійських тварин фенотипова мінливість ознак зумовлена двома причинами: генотиповою різноманітністю або генетичною різноманітністю тварин певного стада, популяції та впливом факторів зовнішнього середовища, які також називають паратиповими факторами.

Як з'ясувалося, частка впливу генотипових і паратипових факторів на ступінь фенотипового проявлення ознак у тварин різна. Деякі з них формуються і проявляються у більшій мірі під впливом генотипових факторів, інші, навпаки, під впливом факторів зовнішнього середовища. Звідси випливає, що при проведенні добору тварин за певною ознакою необхідно знати, від чого залежить ступінь фенотипової мінливості – від генетичної різноманітності тварин стада з одного боку і впливу зовнішнього середовища з іншого. Для цього необхідно визначити відносну частку впливу спадковості і факторів зовнішнього середовища на

ступінь фенотипової мінливості ознаки в окремому стаді або популяції тварин.

Взаємозв'язок між фенотипом і середовищем можна представити рівнянням:

$$\Phi = \Gamma + \Pi, \quad (68)$$

Отже, наведене рівняння показує, що загальну фенотипову мінливість (Φ) ознаки в стаді тварин можна розділити на дві частини. Перша – це частка фенотипової мінливості, яка зумовлена генотиповою різноманітністю (Γ) або генетичною мінливістю тварин. І друга, яка зумовлена факторами зовнішнього середовища, або паратиповими факторами (Π), що становить паратипову мінливість. Однак, потрібно пам'ятати, що такий поділ є дуже умовним, бо в природі не існує відокремленого впливу генотипу і середовища на прояв ознаки. Як правило, вони завжди взаємодіють між собою.

На сьогоднішній день розроблено генетико-математичні методи, які дають можливість розрахувати в загальній фенотиповій мінливості ознаки цю частку, яка зумовлена генетичною різноманітністю тварин, і частку, зумовлену паратиповими факторами. В основу цих методів покладено розраховування коефіцієнта успадкованості, який позначається символом h^2 . Термін "успадковуваність" був уперше запропонований генетиком С. Лашем у 1939 році. Цей термін він запозичив у С. Райта, який позначав цим терміном детермінацію ознаки спадковістю. Термін походить від англійського слова "спадковість" (heritability). "Коефіцієнт успадкованості" – термін не зовсім вдалий, краще його було б назвати коефіцієнтом генетичної мінливості.

Показник "успадковуваність" належить лише до ступеня прояву ознаки в популяції, групі тварин, а не однієї особини. І тому його не потрібно плутати з такими поняттями, як спадковість, успадкування.

Спадковість – це здатність батьків передавати свої ознаки і властивості потомкам, або це функція гена реалізувати певну інформацію, яка забезпечує прояв відповідної ознаки.

Успадкування – це процес передачі спадкової інформації або генів у процесі розмноження. Він забезпечується діленням соматичних клітин або мітозом при нестатевому способі розмноження, а при статевому способі розмноження генетична інформація передається через статеві клітини, або гамети, які утворюються шляхом мейозу.

Успадковуваність – це показник, який виражає частку генетичної різноманітності в загальній фенотиповій мінливості ознаки в групі, стаді, популяції тварин. Він використовується для прогнозування ефективності селекції за фенотиповими показниками ознаки. Розрізняють коефіцієнт успадковуваності в широкому і вузькому розумінні цього слова.

Коефіцієнт успадковуваності в широкому розумінні враховує вплив всієї генетичної різноманітності, зумовленої як адитивною дією генів, так і впливом домінування, наддомінування, епістазу та плейотропії. Коефіцієнт успадковуваності у вузькому розумінні враховує цю генетичну різноманітність, яка зумовлена адитивною дією генів.

Методи визначення коефіцієнта успадковуваності, які використовуються сьогодні, можна поділити на дві групи:

1. Розрахунок коефіцієнта успадковуваності на основі прямолінійної генетичної кореляції або регресії між продуктивністю батьків і їх потомків.
2. Розрахунок коефіцієнта успадковуваності на основі дисперсійного аналізу впливу батьків на їх потомків.

При визначенні коефіцієнта успадковуваності спочатку найбільш поширеним був метод, що базується на прямолінійних кореляційних зв'язках між показниками продуктивності батьків і їх

потомків або показниками продуктивності матерів та їх дочок. В основу цього методу було покладено схему С.Райта, що з'єднує коефіцієнтами кореляційних зв'язків чотири спадкові групи: 1) генотип батьків; 2) генотип дітей; 3) фенотип батьків; 4) фенотип дітей. Вказані шляхи С.Райт відобразив такою схемою (рис.9).

Генотип батьків 1	Фенотип батьків 3
Генотип дітей 2	Фенотип дітей 4

Рис.9. Схема успадкованості кількісних ознак за С.Райтом.

Визначення кореляційних зв'язків можливе лише за фенотипом батьків і дітей – r [3-4]. Стосовно інших кореляційних зв'язків, вважали, що кореляція між генотипами батьків і дітей дорівнює половині r [1-2] = 0,5, а кореляція між генотипами і фенотипами в батьків і дітей дорівнює:

$$r [1-3] = r [2-4] = h, \quad (69)$$

Крім того, вказані коефіцієнти зв'язувалися тим, що коефіцієнт кореляції між фенотипом батьків і дітей вважався рівним добутку всіх проміжних коефіцієнтів шляху від 3 до 4:

$$r = [3-4] = h \times 0,5 \times h = 0,5h^2 \quad (70)$$

Із цього рівняння виявилось можливим визначити величину квадрата коефіцієнта між генотипами і фенотипами:

$$h^2 = 2r \text{ (батьки-діти)}, \quad (71)$$

Величину h^2 С. Райт назвав детермінацією ознаки спадковості і використовував як показник кореляції між генотипом і фенотипом.

Згодом символ h^2 був прийнятий для визначення успадкованості кількісних ознак у тварин. Коефіцієнт успадкованості при цьому методі визначали за формулами:

$$h^2 = 2r \text{ М/Д}; \quad (72)$$

$$h^2 = 2r \text{ Б/П} \quad (73)$$

З наведених формул видно, що коефіцієнт успадкованості дорівнює подвоєному коефіцієнту генетичної кореляції між продуктивністю матерів та їх дочок (м/д), або продуктивністю батьків і їх потомків (б/п). Однак, при цьому методі об'єктивні дані про ступінь успадкованості ознак можна одержати лише за умови, коли популяція тварин є великою за об'ємом, між тваринами відбувається вільне схрещування, внаслідок чого вона знаходиться в стані генетичної рівноваги, а проявлення кількісних ознак зумовлене лише адитивною дією генів.

Як відомо, в популяціях свійських тварин немає вільного спаровування, у розмноженні бере участь незначна кількість плідників, і тому тут генетична рівновага не зберігається. В цих умовах може мати місце не лише адитивна дія генів, але і проявлятися явище домінування, наддомінування, епістазу, тому прямолінійний кореляційний зв'язок між ознаками втрачається, і коефіцієнт кореляції може бути більше одиниці. Крім того, цим методом можна користуватися лише у випадках, коли інтенсивність добору серед батьків і їх потомків є однаковою, а різниця в мінливості ознак батьків і потомків є незначною. Величина коефіцієнта успадкованості, визначена цим методом, залежить також від препотентності плідника.

При різній інтенсивності добору серед батьків і потомків вони дуже відрізняються за ступенем мінливості ознаки. У таких

випадках доцільніше розраховувати коефіцієнт успадкованості на основі коефіцієнта регресії, користуючись формулами:

$$h^2 = 2R \text{ Д/М}; \quad (74)$$

$$h^2 = 2R \text{ П/Б} \quad (75)$$

Отже, коефіцієнт успадкованості дорівнює подвоєному коефіцієнту регресії продуктивності дочок за продуктивністю матерів (д/м), або регресії продуктивності потомків за регресією продуктивності батьків (п/б).

У молочному скотарстві при проведенні селекції в окремих стадах тварин можна зустрітися з ситуацією, коли є лише дані про батька і дані про продуктивність його дочок, та немає даних про продуктивність їх матерів. У цих випадках коефіцієнт успадкованості можна розрахувати на основі коефіцієнта кореляції між показниками продуктивності напівсестер (напівсібсів) за батьком, використовуючи таку формулу:

$$h^2 = 4r \text{ нс/нс} \quad (76)$$

Коефіцієнт успадкованості за цією формулою дорівнює почетвереному коефіцієнту кореляції між показниками продуктивності напівсібсів за батьком або матір'ю.

У випадках, коли відомі батьки, але немає даних про їх продуктивність, коефіцієнт успадкованості можна розрахувати на основі коефіцієнта кореляції між продуктивністю повних братів або сестер (повних сібсів) за формулою:

$$h^2 = 2r \text{ с/с} \quad (77)$$

Коефіцієнт успадкованості за даною формулою дорівнює подвоєному коефіцієнту кореляції між продуктивністю повних сібсів від однієї батьківської пари.

При визначенні коефіцієнта успадкованості на основі дисперсійного аналізу його розраховують як відношення показника дисперсії, породженої генетичними факторами (C_x), до загальної фенотипової дисперсії ознаки (C_y). Це відношення можна виразити формулою:

$$h^2 = \frac{C_x}{C_y} \quad (78)$$

Коефіцієнт успадкованості може виражатися в частках одиниці (від 0 до 1) або у відсотках (від 0 до 100). Ступінь успадкованості ознаки може бути високим ($h^2 \geq 0,4$), середнім ($h^2 = 0,2-0,39$) і низьким ($h^2 \leq 0,19$). Величина коефіцієнта успадкованості залежить від таких факторів:

1. Природи ознаки, зокрема різні ознаки у тварин відзначаються різним ступенем успадкованості. Наприклад, коефіцієнт успадкованості вмісту жиру в молоці корів становить 0,60, надою молока – 0,30, а плодючості – 0,20.
2. Генетичної різноманітності популяції, стада тварин. При високій генетичній різноманітності величина коефіцієнта успадкованості висока, а при низькій вона знижується. Генетична різноманітність популяції окремих стад знижується в результаті застосування тривалого інбридингу.
3. На величину коефіцієнта успадкованості мають значний вплив рівень годівлі тварин, умови утримання, сезон, вік тварин. Низький рівень годівлі не лише знижує величину коефіцієнта успадкованості, але й збільшує частку паратипової мінливості. Це призводить до того, що тварини з різними генотипами по-різному реагують на умови зовнішнього середовища.

Зустрічаються інші методи обчислення коефіцієнта успадкованості, які усувають одержання його абсурдних показників. Наприклад, використовується формула:

$$h^2 = \frac{Дкращі - Дгірші}{Мкращі - Мгірші} \cdot 2, \quad (79)$$

де Д – дочки (середні показники потомків, одержаних від кращих чи гірших тварин стада);

М – матері (середні показники групи кращих чи гірших тварин стада).

Успадковуваність схильності до хвороб оцінюють завдяки кореляційному аналізу, використовуючи кореляційні чотирипільні решітки, за формулою:

$$h^2 = 2r \quad (80)$$

Методика виконання типового завдання

Приклад 1. Необхідно визначити ступінь успадковуваності настригу вовни у овець породи прекос. За даними зоотехнічного обліку, настриг вовни у овець матерів і їх дочок – потомків одного барана – був таким, кг:

Матері		Дочки	
4,0	5,2	6,0	6,5
4,5	6,0	6,0	7,1
5,0	7,0	6,5	8,0
5,5	5,5	7,5	6,1
6,0	4,3	9,0	6,0
6,0	4,7	6,5	5,7
6,0	6,0	6,5	6,9
6,0	4,3	6,0	5,1
6,5	4,0	7,5	5,0
6,5	6,0	5,5	7,0
6,5	4,1	5,5	5,0

7,8	5,5	7,5	7,1
8,0	6,0	5,5	8,0
8,5	8,3	8,5	7,0
4,3	6,1	3,9	5,5

Алгоритм дії:

1. Визначаємо коефіцієнт кореляції між настригом вовни матерів та їх дочок – овець породи прекос.

1.1. Позначимо настриг вовни матерів через "x", настриг вовни дочок - через "y".

1.2. Будуємо два варіаційних ряди та рознесемо значення "x" і "y", число класів варіаційного ряду дорівнює 6 (табл. 20):

$$x_{\max} = 8,5 \text{ кг}; \quad x_{\min} = 4,0 \text{ кг}; \quad d_x = 8,5 - 4,0 = 4,5 \text{ кг}; \quad k_x = \frac{4,5}{6} = 0,75 \text{ кг}$$

$$y_{\max} = 9,0 \text{ кг}; \quad y_{\min} = 3,9 \text{ кг}; \quad d_y = 9,0 - 3,9 = 5,1 \text{ кг}; \quad k_y = \frac{5,1}{6} = 0,85 \text{ кг}$$

20 – Кореляційна решітка з рознесенням пар та допоміжними розрахунковими даними

x/y	3,90- 4,74	4,75- 5,59	5,60- 6,44	6,45- 7,29	7,30- 8,14	8,15- 9,00	p _x	a _x	p _{ax}	pa _x ²
4,00-4,74	1	3	3				7	-2	-14	28
4,75-5,49	I		1	2		II	3	-1	-3	3
5,50-6,24		1	2	6	2	1	12	0	0	0
6,25-6,99		2			1		3	1	3	3
7,00-7,74	III				2	IV	2	2	4	8
7,75-8,50		1		1	1	1	4	3	12	36
p _y	1	7	6	9	6	2	31	$\sum pa_x = 2 \sum pa_x^2 = 78$		
a _y	-3	-2	-1	0	1	2				
p _{ay}	-3	-14	-6	0	6	4	$\sum pa_y = -13$			
pa _y ²	9	28	6	0	6	8	$\sum pa_y^2 = 57$			

1.3. Далі визначаємо v_x і v_y (8), σ_x і σ_y (37) та розраховуємо нормоване відхилення від центрального класу за кожним квадратом кореляційної решітки.

$$b_x = \frac{\sum pa_x}{n} = \frac{2}{31} = 0,06;$$

$$b_y = \frac{\sum pa_y}{n} = \frac{-13}{31} = -0,41;$$

$$\sum pa_x = -17 + 19 = 2;$$

$$\sum pa_y = -23 + 10 = -13.$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum pa_x^2}{n} - b_x^2} = \sqrt{\frac{78}{31} - 0,06^2} = 1,58;$$

$$\sum pa_x^2 = 78.$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum pa_y^2}{n} - b_y^2} = \sqrt{\frac{57}{31} - (-0,41)^2} = 1,28;$$

$$\sum pa_y^2 = 57.$$

1.4. Розраховуємо відхилення по кожному квадрату

I квадрат

$$\begin{aligned} 1 \cdot (-3) \cdot (-2) &= 6 \\ 3 \cdot (-2) \cdot (-2) &= 12 \\ 3 \cdot (-1) \cdot (-2) &= 6 \\ 1 \cdot (-1) \cdot (-1) &= 1 \\ \Sigma &= 25 \end{aligned}$$

III квадрат

$$\begin{aligned} 2(+1) (-2) &= -4 \\ 1(+3) (-2) &= -6 \\ \Sigma &= -10 \end{aligned}$$

II квадрат

$$\Sigma = 0$$

IV квадрат

$$\begin{aligned} 1(+1) (+1) &= 1 \\ 2(+2) (+) &= 4 \\ 1(+3) (+1) &= 3 \\ 1(+2) (+2) &= 4 \\ \Sigma &= 12 \end{aligned}$$

1.5. Коефіцієнт кореляції розраховують за формулою 39:

$$r = \frac{\sum pa_x \cdot a_y - n \cdot b_x \cdot b_y}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Отже, сума відхилень по кожному квадрату кореляційної решітки дорівнює $\sum \delta ax \cdot ay = 25 - 10 + 12 = 27$. Визначаємо коефіцієнт кореляції:

$$r = \frac{27 - 31 \cdot 0,06 \cdot (-0,41)}{31 \cdot 1,58 \cdot 1,28} = \frac{25,55}{62,68} = 0,408$$

2. На основі коефіцієнта кореляції визначаємо коефіцієнт успадкованості (72):

$$h^2 = 2 \cdot 0,408 = 0,815$$

Висновок. Коефіцієнт успадкованості настригу вовни у овець породи прекос становить 0,815. У відсотках ця величина буде дорівнювати 81,5. Отже, в загальній фенотиповій мінливості настригу вовни 81,5% мінливості зумовлене генотиповою різноманітністю і лише 18,5% - впливом паратипових факторів. Це дає підставу стверджувати, що добір тварин за настригом вовни в даній отарі буде ефективним. Крім того, порівняно невисокий коефіцієнт кореляції між настригом вовни матерів і їх дочок може свідчити, що тут має місце лише адитивна дія генів.

Розрахуємо коефіцієнт успадкованості на основі коефіцієнта регресії настригу вовни дочок за настригом вовни матерів за формулою 74.

Для цього розраховуємо коефіцієнт регресії, використовуючи рівняння 42:

Робимо відповідні розрахунки:

$$\sigma_x = 1,58 \cdot 0,75 = 1,18;$$

$$\sigma_y = 1,28 \cdot 0,85 = 1,08;$$

$$R_{y/x} = 0,408 \cdot \frac{1,08}{1,18} = \frac{0,441}{1,18} = 0,373 \text{ кг.}$$

Висновок Одержаний коефіцієнт регресії показує, що при зростанні настригу вовни у матерів на 1 кг, настриг вовни у дочок зростає на 0,373 кг або на 373 г. Значення коефіцієнта успадкованості, розраховане на основі коефіцієнта регресії (74), дорівнюватиме:

$$h^2 = 2 \cdot 0,373 = 0,747$$

Коефіцієнт успадкованості настригу вовни в овець породи прекос, визначений на основі коефіцієнта регресії, становить 0,747, або 74,7% ($0,747 \times 100 = 74,7\%$). Це свідчить, що в загальній фенотиповій мінливості 74,7% припадає на генотипову різноманітність і 25,3% - на вплив паратипових факторів.

Приклад 2. Визначити коефіцієнт успадкованості багатоплідності свиноматок великої білої породи за такими даними: багатоплідність свиноматок-матерів (x), багатоплідність свиноматок-дочок - (y) (табл. 21).

21. – Форма запису для розрахунку r

№ з/п	X	Y	X ²	Y ²	d=x-y	d ²
1	12	12	144	144	0	0
2	9	11	81	121	-2	4
3	12	11	144	121	1	1
4	7	12	49	144	-5	25
5	10	9	100	81	1	1
6	7	11	49	121	-4	16
7	9	12	81	144	-3	9
8	12	11	144	121	1	1
9	11	13	121	169	-2	4
10	11	12	121	144	-1	1
11	12	12	144	144	0	0

12	8	11	64	121	-3	9
Σ	120	137	1242	1575	-17	71

Алгоритм дії:

1. Чисельність вибірки дорівнює 12. Вибірка є малою, тому розрахунки коефіцієнту кореляції необхідно проводити за відповідною методикою, а саме:

2. Заповнюємо дані у таблиці розрахунків (табл. 21).

3. Визначаємо суми квадратів центрального відхилення :

$$C_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 1242 - \frac{(120)^2}{12} = 1242 - 1200 = 42$$

$$C_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 1575 - \frac{(137)^2}{12} = 1575 - 1564 = 11$$

$$C_d = \sum d^2 - \frac{(\sum d)^2}{n} = 71 - \frac{(-17)^2}{12} = 71 - 24 = 47$$

4. Користуючись формулою, отримуємо математичне значення коефіцієнту кореляції (46):

$$r = \frac{C_x + C_y + C_d}{2\sqrt{C_x \cdot C_y}} = \frac{42 + 11 - 47}{2\sqrt{42 \cdot 11}} = \frac{6}{43} = 0,139$$

5. Визначаємо коефіцієнт успадкованості (72):

$$h^2 = 2rM / D = 2 \cdot 0,139 = 0,278$$

Висновок. Коефіцієнт успадкованості багатоплідності у свиноматок великої білої породи дорівнює 0,278.

Приклад 3. Визначити коефіцієнт успадкованості, якщо в гурті корів господарства надій кращих тварин складав 5404 кг, а в

групі гірших – 4380кг. Дочки від корів, що належать до племядра мали надій 4934 кг, а від середніх – 4793 кг.

$$h^2 = \frac{4934 - 4793}{5404 - 4380} \cdot 2 = \frac{141}{1024} \cdot 2 = 0,275 \quad (79)$$

Висновок. Одержаний показник свідчить про низьке успадкування надою корів та велику залежність від умов годівлі й утримання тварин.

Приклад 4. Визначити коефіцієнт успадкованості щодо схильності захворювання на лейкоз великої рогатої худоби чорно-рябої породи за такими даними: від 78 хворих на лейкоз матерів в господарстві отримано 23 хворих і 55 здорових дочок, а від 362 здорових корів отримано 40 хворих і 322 здорові дочки.

Алгоритм дії:

1. Складаємо кореляційну решітку (табл. 22):

У наведеній схемі такі позначення:

- f_1 – кількість хворих дочок, отриманих від хворих матерів;
- f_2 – кількість хворих дочок, отриманих від здорових матерів;
- f_3 – кількість здорових дочок, отриманих від хворих матерів;
- f_4 – кількість здорових дочок, отриманих від здорових матерів.

22. – Чотирипільна кореляційна решітка

Дочки	Матері		Разом
	хворі	здорові	
хворі	$f_1=23$	$f_2=40$	$f_1 + f_2=63$
здорові	$f_3=55$	$f_4=322$	$f_3 + f_4=377$
разом	$f_1 + f_3=78$	$f_2 + f_4=362$	$\Sigma=440$

2. Знаходимо коефіцієнт кореляції схильності до захворювання на лейкоз між матерями та їх дочками за формулою (59):

$$r_a = \frac{(f_1 \cdot f_4) - (f_2 \cdot f_3) - \frac{n}{2}}{\sqrt{(f_1 + f_2) \cdot (f_3 + f_4) \cdot (f_1 + f_3) \cdot (f_2 + f_4)}}$$

$$r_a = \frac{(23 \cdot 322) - (40 \cdot 55) - 220}{\sqrt{(23 + 40) \cdot (55 + 322) \cdot (23 + 55) \cdot (40 + 322)}} = \frac{(7406 - 2200) - 220}{\sqrt{63 \cdot 377 \cdot 78 \cdot 362}} = \frac{4986}{25896} = 0,193$$

$$h^2 = 2 \cdot r = 0,193 \cdot 2 = 0,386$$

Висновок. Коефіцієнт успадкованості схильності до захворювання на лейкоз корів господарства дорівнює $0,386 \approx 0,4 \approx 40\%$.

Самостійна робота

Робота студентів включає два завдання. При виконанні першого завдання студент з'ясовує, які ознаки у свійських тварин відзначаються високим, а які низьким ступенем успадкованості. При виконанні другого завдання на підставі розрухованих коефіцієнтів генетичної кореляції і регресії визначає ступінь успадкованості певної ознаки у тварин, на основі чого робить висновок про ефективність добору за цією ознакою.

Завдання 1. Необхідно проаналізувати на основі даних таблиць 24-25 ступінь успадкованості ознак у окремих видів свійських тварин, виявити ознаки з високим і низьким ступенем успадкованості, на основі чого заповнити таблицю 23.

23. – Коефіцієнти успадкованості господарсько-корисних ознак у свійських тварин

Вид тварини	Ознака	Коефіцієнт успадкованості, %
Ознаки з високим ступенем успадкованості		
Велика рогата худоба		

Свині		
Вівці		
Ознаки з низьким ступенем успадковуваності		
Свині		
Вівці		
Висновок:		

24. – Коефіцієнти успадковуваності господарсько-корисних ознак у великій рогатій худоби

Ознака	Коефіцієнт* успадковуваності, %
Молочна худоба	
Надій молока за лактацію	20-47
Вміст жиру в молоці	17-70
Кількість молочного жиру	10-78
Вміст білку в молоці	45-70
Швидкість молоковіддачі	15-45
Оплата корму молоком	20-48
Тривалість лактації	10-20
Постійність лактації	0-12
Тривалість сухостійного періоду	5-60
Плодючість	0-18
Тривалість життя	10-15
Жива маса телят при народженні	26-72
Приріст живої маси при вирощуванні	7-40
Жива маса корів	30-40
Висота в холці	34-86
Обхват грудей	40-55
Глибина грудей	40-79
М'ясна худоба	
Жива маса у віці 18 місяців	33-74
Забійний вихід	25-73
Площа м'язового вічка	50-73
Вміст жиру в м'ясі	76-89
Оплата корму приростами	18-39
Мраморність м'яса	40-62

*При чистопорідному розведенні

25. – Коефіцієнти успадковуваності господарсько-корисних ознак у свиней та овець

Ознака	Коефіцієнт* успадковуваності, %
Свині	
Багатоплідність	3-28
Великоплідність	24-46
Молочність	17-94
Кількість поросят у віці 30 днів	9-32
Кількість поросят у віці 60 днів	9-27
Жива маса гнізда у віці 60 днів	15-26
Довжина тулуба	30-83
Скоростиглість	4-39
Середньо-добовий приріст	25-38
Довжина туші	30-73
Оплата корму приростами	28-72
Площа м'язового вічка	10-79
Кількість ребер	73-74
Товщина шпику	9-65
Вихід м'яса	14-78
Вихід сала	52-69
Вівці	
Жива маса ягнят при народженні	30-61
Жива маса ягнят при відлученні	6-34
Жива маса овець у річному віці	40-61
Плодючість	10-20
Молочність	20-50
Довжина тулуба	25-42
Обхват грудей	26-46
Настриг немитої вовни	10-66
Настриг чистої вовни	50-70
Довжина (висота) штапелю	21-67
Складчастість на шиї і тулубі	28-56
Товщина вовни	40-50

*При чистопорідному розведенні

Завдання 2. На основі одержаних даних (пунктів 2.1 та 2.2 - аналіз зв'язку між ознаками у великих вибірках, варіанти від 1 до

26) розрахувати коефіцієнт успадкованості та зробити висновок про ступінь успадкованості ознаки.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення таким поняттям, як спадковість, успадкування, успадкованість.
2. З якою метою визначають коефіцієнт успадкованості і яким символом його позначають?
3. Про що свідчить значення коефіцієнта успадкованості?
4. Які існують методи визначення коефіцієнта успадкованості?
5. При яких умовах можна визначити коефіцієнт успадкованості на основі подвоєного коефіцієнта кореляції між продуктивністю батьків та їх потомків?
6. Якщо коефіцієнт кореляції між надоєм корів-матерів і корів-дочок в одному гурті становить 0,34, а в іншому 0,13, то в якому з них ефективність добору буде вищою?
7. Назвіть значення h^2 з основних селекційних ознак великої рогатої худоби, свиней, овець.
8. Які фактори впливають на значення коефіцієнта успадкованості?
9. Причини появи абсурдних значень коефіцієнта успадкованості.
10. Які методи визначення коефіцієнта успадкованості схильності до хвороб?
11. За якою ознакою – надій чи жирномолочність селекцій – робота буде більш ефективною?

5.2. Ефект селекцій (S_{ef}) та селекційний диференціал (S_d)

Розвиток окремих ознак залежить від здатності живих організмів передавати особинам наступного покоління

морфоанатомічні, фізіологічні та біохімічні особливості своєї організації, а також від умов зовнішнього середовища.

Результати роботи науково-дослідних інститутів та практика тваринництва показують, що розвиток одних ознак у більшій мірі залежить від умов зовнішнього середовища, а інших – від спадковості, тому необхідно знайти, наскільки стійко будуть передаватися бажані особливості батьків їх потомкам.

З метою визначення загальної фенотипової мінливості тієї частини, яка зумовлюється спадковими відмінностями організму, використовують коефіцієнт успадкованості h^2 . За величиною коефіцієнта успадкованості h^2 , який виражає частку впливу генетичних факторів, судять про ефективність різних методів селекції. Відбір ефективний тоді, коли високий коефіцієнт успадкованості h^2 і малоефективний, якщо коефіцієнт h^2 незначний. Визначити коефіцієнт h^2 прямим способом неможливо, тому користуються методом кореляційного, регресійного або дисперсійного аналізу.

За допомогою h^2 можна, з деяким наближенням, розрахувати на яку, в середньому величину відбудеться завдяки добору збільшення продуктивності в наступному поколінні. Це залежить від h^2 продуктивних якостей і показників відібраної для відтворення групи стада (племінного ядра).

Різниця між середньою продуктивністю тварин, відібраних для одержання від них ремонтного молодняка та середньою продуктивністю популяції, або гурту, називається *селекційним диференціалом*. Його розраховують за формулою:

$$Sd = \bar{x} \text{ племядра} - \bar{x} \text{ гурту (популяції)} \quad (81)$$

Чим більший коефіцієнт успадкованості і селекційний диференціал, тим вищі можливості селекції на покращення ознаки, тим значнішим буде зрушення продуктивності потомків у бік збільшення порівняно з середніми показниками у гурті за умови

збереження того ж рівня годівлі і системи утримання, характерними для даного гурту. S_d і h^2 визначають ефективність селекції при відповідній організації добору і парування.

Коефіцієнт ефективності селекції $Se\phi$ показує, наскільки може змінитися ознака при відповідній організації техніки добору за одне покоління. Під технікою добору розуміють систему заходів, які включають підтвердження генетико - селекційним аналізом, метод оцінки генотипу, вибір показників добору, інтервал обліку кількісної сторони селекційних ознак, а також кількість, межі і послідовність генетичного покращення ознак добору.

Розраховують селекційний ефект добору за одне покоління за формулою:

$$Se\phi = S_d \cdot h^2 \quad (82)$$

При необхідності розраховують коефіцієнт ефективності селекції за один рік, використовуючи формулу:

$$Se\phi = \frac{S_d \cdot h^2}{i} \quad , \quad (83)$$

де i - генеративний інтервал (в роках).

Генеративний інтервал до техніки добору не стосується, але суттєво впливає на ефективність добору. В товарних господарствах в середньому він дорівнює: скотарство - 4 роки, свинарство - 2 роки, вівчарство, козівництво - 3 роки, конярство - 5-6 років, птахівництво - 1 рік. Скорочення генеративного інтервалу дає суттєве прискорення селекційного процесу і досягнути цього можна за рахунок інтенсифікації онтогенезу і прискорення фізіологічної зрілості (в перспективі за рахунок дії гормональними препаратами і використання методів генної інженерії).

У підвищенні продуктивних якостей гурту суттєву роль відіграють плідники, в першу чергу перевірені за якістю потомків, за рахунок яких можна значно підвищити генетичний потенціал. Селекційний диференціал плідників розраховують за формулою:

$$S_{dn} = \bar{X}_d - \bar{X}_m, \quad (84)$$

де \bar{X}_d - середня продуктивність дочок плідника;

\bar{X}_m - середня продуктивність матерів цих дочок.

При одночасному обліку впливу добору і планового парування коефіцієнт ефективності селекції розраховують за формулою:

$$Se\phi_{\text{сумарний}} = \left[\frac{Sd_M \cdot h^2}{i_M} + \frac{Sd_n \cdot h^2}{i_n} \right] : 2, \quad (85)$$

де i_M - генеративний інтервал матерів;

i_n - генеративний інтервал батьків-плідників.

Методика виконання типових завдань

Приклад 1. В господарстві розводять худобу червоної степової породи. Гурт корів нараховує 400 голів. Середній надій на корову становить 2400 кг молока за лактацію. Проте в господарстві є корови з досить високими надоями – 3600-4500 кг молока, але є і низькопродуктивні – 1100-1500 кг молока. Мета селекції - відібрати для подальшого відтворення молодняк від кращих за надоєм корів і тим самим поліпшити гурт в цілому за цією ознакою. Для цього спеціалісти проводять ряд заходів. Кращих тварин (25-35%) виділяють у племінну частину – племінне ядро ($\bar{X} = 3900$). Теличок від корів племінного ядра вирощують і обновляють ними гурт, вибраковуючи низькопродуктивних корів.

Алгоритм дії:

1. За ідеальних умов вихід телят становитиме 100 %, а щорічно гурт можна оновлювати на 25 %. Інтервал зміни поколінь (i) дорівнює 4 роки. Наприклад, між надоями матерів і їх дочок встановлено кореляцію, яка дорівнює 0,20. Звідси:

$$h^2 = 2r_{м/д} = 2 \cdot 0,20 = 0,4$$

2. Якщо ж врахувати виведення з гурту високопродуктивних тварин за наявністю певних хвороб, інших непередбачених причин, то щорічний приріст надою при збереженні таких же задовільних умов утримання та годівлі становитиме (81, 82):

$$S_d = 3900 \text{ кг} - 2400 \text{ кг} = 1500 \text{ кг}$$

$$S_{e\phi} = \frac{1500 \times 0,4}{4} = \frac{600}{4} = 150 \text{ кг}$$

3. За зміну покоління, тобто повного оновлення гурту кращими тваринами, приріст надою становитиме (83):

$$S_{e\phi} = 1500 \text{ кг} \times 0,4 = 600 \text{ кг}$$

4. Але, враховуючи, що щорічно із стада вилучаються високопродуктивні тварини з причини різних захворювань, тощо, селекційний ефект буде значно нижчим (150 кг).

5. Разом з тим, більш важливу роль у підвищенні продуктивного рівня гурту відіграють плідники. За рахунок цінних бугаїв - плідників, які перевірені за якістю потомків, можна створити більш високий генетичний потенціал і значно підвищити ефективність селекції в комплексі з доббором.

6. Якщо за гуртом господарства закріпити бугая - плідника, дочки якого мали середній надій 6000 кг молока і отриманих від

матерів з надоем 4500 кг, то розрахунки селекційного ефекту за рік будуть мати такі прогнози (84, 85):

$$\begin{aligned} Sd \text{ плідника} &= 6000 \text{ кг} - 4500 \text{ кг} = 1500 \text{ кг} \\ Se_{\text{ф сумарний}} &= \left[\frac{1500 \times 0,4}{4} + \frac{1500 \times 0,4}{2} \right] : 2 = 225 \text{ кг} \end{aligned}$$

Висновок: Сумарний ефект селекції для вказаного гурту корів червоної степової породи становить 225 кг.

Отриманий прогноз результату селекції не вичерпує всіх детермінант генетичного впливу. Процеси, які відбуваються в популяції при доборі та відборі пар, значно складніші. Тільки творчий підхід селекціонера дає змогу отримувати поступовий приріст величини продуктивних якостей тварин.

Приклад 2. У господарстві середня плодючість свиноматок великої білої породи становить 10,5 голови. До племінного ядра відібрано 38% свиноматок основного стада з показником багатоплідності 11,7 поросят, за яким закріплені кнури - плідники, перевірені за якістю томомків, $h^2 = 0,22$. Встановити ефективність добору свиноматок і кнурів-плідників для поліпшення даної ознаки.

Значення селекційного диференціалу знаходимо за формулою (81):

$$Sd = \bar{x} \text{ племядра} - \bar{x} \text{ стада} = 11,7 - 10,5 = 1,2 \text{ гол.}$$

Алгоритм дії:

1. Коефіцієнт ефективності селекції за одне покоління становитиме (82):

$$Se_{\text{ф}} = Sd \cdot h^2 = 1,2 \cdot 0,22 = 0,264 \text{ гол.}$$

а за поточний рік (83):

$$Se\phi = \frac{Sd \cdot h^2}{i} = \frac{1,2 \cdot 0,22}{2} = 0,132 \text{ гол.}$$

2. При використанні в системі парування високо цінних кнурів-плідників сумарний коефіцієнт ефективності селекції складатиме (85):

$$Se\phi = \left[0,132 + \frac{1,2 \times 0,22}{2} \right] : 2 = 0,366 \text{ гол.}$$

Висновок. Сумарний коефіцієнт ефективності селекції на багатоплідність свиноматок у даному господарстві становитиме 0,366 голови за один поточний рік.

Самостійна робота

№ 1. Керуючись даними таблиці 26, спрогнозуйте ефект селекції для гурту тварин відповідно до заданого варіанту.

№ 2. Визначити ефективність добору тварин ($Se\phi$. сумарний), спочатку розрахувавши коефіцієнти кореляції (r), успадкованості (h^2) та селекційний диференціал плідника (Sd_n), за даними варіантів. Коефіцієнти успадкованості вказані в таблиці 25.

1. Середня довжина вовни у вівцематок господарства складає 10,7см, а племінного ядра – 11,4 см.
2. Середня жива маса вівцематок господарства складає 53,0 кг, а племінного ядра – 54,8 кг.
3. Середня тонина вовни вівцематок господарства складає 49,4мкм, а племінного ядра – 50,2 мкм.

4. Середній настриг вовни овець в натуральній масі господарства складає 5,35кг, а племінного ядра – 5,70 кг.
 5. Середня жива маса свиноматок господарства складає 204 кг, а племінного ядра – 218 кг.
 6. Середня багатоплідність свиноматок господарства складає 11,4гол., а племінного ядра – 12,2 гол.
 7. Середня молочність свиноматок господарства складає 57,8 кг, а племінного ядра – 64,3 кг.
 8. Середній вміст жиру в молоці корів господарства складає 4,23%, а племінного ядра – 4,45%.
 9. Середня кількість молочного жиру в молоці корів господарства складає 235,5 кг, а племінного ядра – 254,7 кг.
 10. Середня несучість курей господарства складає 242 яйця, а племінного ядра – 275 шт.
26. – Генетико - статистичні параметри великої рогатої худоби червоної степової породи

Варіант	Ознака	\bar{X} стада, кг	\bar{X} плем-ядра, кг	r м/д	h ²	Sd плідника	Продуктивність, кг	
							дочок плідника	матерів плідника
1	Надій	3065	3880	0,13	-	325	-	-
2	«-»	3010	3556	0,17	-	400	-	-
3	«-»	2222	2860	0,20	-	372	-	-
4	«-»	2500	3044	0,18	-	420	-	-
5	«-»	3674	4285	0,21	-	394	-	-
6	«-»	2846	3570	0,22	-	426	-	-
7	«-»	3753	4505	0,20	-	509	-	-
8	«-»	4900	5577	-	0,3	-	5706	5188

9	«-»	3692	4488	-	0,28	-	4650	4224
10	«-»	5135	6330	-	0,26	-	6183	5395
11	Жива маса	476	544	0,17	-	-	462	435
12	«-»	505	576	0,20	-	-	490	543
13	«-»	480	550	0,21	-	-	502	550
14	«-»	493	600	0,19	-	-	527	600
15	«-»	524	618	0,22	-	-	534	575
16	«-»	576	633	-	0,32	27	-	-
17	«-»	470	582	-	0,44	35	-	-
18	«-»	508	603	-	0,38	42	-	-
19	«-»	547	638	-	0,30	40	-	-
20	«-»	550	694	-	0,42	25	-	-

Контрольні запитання

1. Методика визначення селекційного диференціалу та його значення в племінній роботі.
2. Коефіцієнт ефективності селекції (селекційний ефект) та методи його визначення при доборі та плановому паруванні тварин на один рік і на період зміни поколінь.
3. Які фактори впливають на значення коефіцієнту селекційного ефекту?
4. Методи визначення селекційного диференціалу плідника?
5. Які показники необхідно враховувати при визначенні сумарного селекційного ефекту?

5.3. Коефіцієнт інбридінгу (гомозиготності (F))

Статеве розмноження пов'язане із схрещуванням. З генетичної точки зору всі системи схрещування можуть бути поділеними на два типи: схрещування між спорідненими та неспорідненими особинами. Спарювання споріднених між собою тварин має назву *інбридинг* (інцухт). Залежно від ступеня спорідненості між схрещуваними особинами інбридинг може бути різною мірою тісним. На практиці для класифікації тісноти інбридингу користуються такою спрощеною схемою: дуже тісний, тісний, помірний, віддалений інбридинги за класифікацією Пуша – Шапоружа (табл. 27).

Інбридинг використовується як засіб збереження цінної спадковості, створення більшої однорідності гурту, підвищення стійкості спадковості, як засіб перетворення спадковості в бажаному напрямку.

Інбридинг сприяє підвищенню гомозиготності потомків і розпаду популяції на ряд генетично різноманітних ліній, внаслідок чого мінливість інбредованої популяції зростає, а варіабельність кожної окремої лінії знижується.

27. – Схема спорідненого розведення

Дуже тісний інбридинг (кровозмішування)	Близько-споріднений (тісний)	Помірно споріднений	Віддалено споріднений
II - II, II - II (повні сестра x брат)	I - III III - I II - III III - II	I - Y Y - I	I - YII YII - I II - YI YI - II
II - II (напівсестра x напівбрат)	III - III I - IY	III - IY IY - III	III - Y Y - III
I - II (мати x син)	YI - I	II - Y	Y - Y Y - YI
II-I (дочка x батько)	II - IY IY - II	Y - II IY - IY	

Інбридинг в різних формах використовують у селекції. За його допомогою можна з'ясувати наявність в популяції зчеплених комбінацій генів і закріпити їх у потомків. Найтісніший з можливих видів – кровозмішування.

Найбільш спрощений метод визначення ступеня інбридингу – метод А. Шапоружа. За допомогою цього методу підраховують ряди родоvodu, в яких зустрічається загальний предок, починаючи з першого ряду – батько і мати. Записи проводять римськими цифрами, починаючи з материнського боку родоvodu. Цифри, які показують ряди загальних предків з одного боку розділяються комою, зліва і справа – тире. Наприклад, у ступені II – III означає, що загальний предок знаходиться в родоvді матері у II поколінні, а в родоvді батька – у III. Саме таким чином розтлумачують записи у таблиці 27, а визначення за родоvдом розберемо на прикладі таблиці 28.

У родоvді корови Білої є спільний предок бугай Богатир, який знаходиться у другому ряду родоvodu з материнської і, відповідно, батьківської сторони. Інбридинг можна записати II – II.

Подальший аналіз показує, що спільним предком є також корова Білява, яка в той же час є матір'ю раніше виявленого бугая Богатиря. Тому вона в розрахунок інбридингу не включається (враховується інбридинг на її сина). Але поряд з цим, вона зустрічається в обох сторонах родоvodu як мати корови Богата і бугая Богатиря, тобто, тут відбувається інбридинг у ступені III – III. Загальний запис інбридингу за класифікацією Пуша в розглянутому прикладі можна позначити як II, III – II, III.

28. – Родовід корови Білої

Білка		Добрий		Ряд родоvodu I
Богата	Богатир Δ	Дочка	Богатир Δ	II

Білява *	Фат	Білява *	Скита- лець	Суниця	Артур	Білява *	Скита- лець	Ш
-------------	-----	-------------	----------------	--------	-------	-------------	----------------	---

Цей метод аналізу родоводу для виявлення ступеня інбридингу досить наглядний і зручний у практичній роботі, тому широко використовується для порівняльної оцінки майбутнього ступеня спорідненості потомків підібраних батьківських пар. Проте недоліком є те, що він не дає чисельної оцінки ступеня інбридингу. Але, якщо врахувати, що в сучасних селекційних програмах здійснюється автоматизоване ведення родоводу і на його підставі проводиться добір пар за заданим критерієм інбридингу, або за його мінімальним значенням, то необхідно використовувати кількісні показники інбридингу. Тому поряд з розглянутим методом у селекційній роботі розраховують ступень наростання гомозиготності (коефіцієнт інбридингу), а для виявлення генетичної подібності – коефіцієнт генетичної схожості. Вихідною передумовою цього методу розрахунку є те, що в результаті інбридингу велика кількість пар генів в популяції переходить у гомозиготний стан.

Райт С. розробив формулу для визначення коефіцієнта інбридингу:

$$F_x = \sum [(1/2)^{n_1+n_2+1} \times (1 + F_a)], \quad (86)$$

де F_x – коефіцієнт інбридингу особи;

\sum - знак суми всіх варіантів розрахунку інбридингу за різними поєднаннями спільних предків;

$(1/2)$ – взята С.Райтом, виходячи з припущення, що кожна особина до використання інбридингу гетерозиготна на 50% генів;

n_1 n_2 – ряди з боку материнської і батьківської частини родоводу, в яких зустрічається загальний предок (розрахунок рядів предків ведеться з дідівського ряду);

F_α – коефіцієнт інбридингу для предка, якщо він, в свою чергу, отриманий від інбридингу.

Кисловський Д.А. запропонував варіант формули С. Райта, стосовно якого рахування рядів предків здійснюється, починаючи з батьківських рядів, що зручніше у практичній роботі. Відповідно до цього формула має такий вигляд:

$$F_x = \sum \left[(1/2)^{n_1+n_2-1} \times (1 + Fa) \right] \times 100, \quad (87)$$

За наведеною формулою коефіцієнт інбридингу (його нарощування) виражають в частках одиниці (від 0 до 1), або у відсотках.

Разом з тим інбридинг має негативні наслідки - *інбредну депресію* - перехід у гомозиготний стан, напівлетальних і сублетальних рецесивних генів, які є в більшості тварин у гетерозиготному стані, а тому не проявляють своєї дії. Інбредна депресія - це негативні наслідки спорідненого спарювання, що виражається в зниженні життєздатності організму, збідненні спадковості, зміни спадковості в небажаному напрямку, накопичення небажаної спадковості. У зоотехнічній практиці це виражається в зниженні обміну речовин, резистентності організму, підвищення смертності, зниження плодючості, народження спотворених тварин, ослабленні конституції (потоншення кістяку, тощо).

У тваринництві до інбридингу вдаються у рідкісних випадках для закріплення окремих бажаних ознак з обов'язковим суворим вибраковуванням потомків з небажаними ознаками.

Інтенсивність інбридингу залежить від ступеня спорідненості тварин, що паруються.

Чим більша величина F , тим більше число генів у *пробанда* (потомка, на якого складено родовід) переходить у гомозиготний стан.

Залежно від ступеня спорідненості спарованих тварин розрізняють інбридинг:

- дуже тісний (кровозмішування) - $F \geq 25 \%$;
- тісний - $F = 24,5 \dots 12,5 \%$;
- помірний - $F = 12,4 \dots 1,55 \%$;
- віддалений - $F \leq 1,55 \%$.

Слід зазначити, що останнім часом ведеться розробка прийомів автоматизованого розрахунку коефіцієнтів інбридингу для кожної особини і популяції в середньому з використанням ЕОМ. Доцільним є використання методики японського дослідника Кудо. Степаненко І.А. запропонував використання цієї методики у птахівництві. При підборі плідників до вже створених і консолідованих ліній мінімізації інбридингу є засобом збереження високої комбінаційної здатності і вихідної гетерозиготності.

Так, маючи родовід півня № 50, визначаємо в двох його сторонах загального предка № 42 (табл. 29).

29. – Родовід півня № 50

31 М				42 Б			
15 ММ		42 БМ		33 МБ		39 ББ	
48 МММ	56 БММ	33 МБМ	39 ББМ	48 ММБ	54 БМБ	22 МББ	54 БББ

За даними цього родоводу, ЕОМ буде таблицю, в горизонтальних рядах якої розміщена батьківська частина родоводу, а вертикальних – материнська (табл. 30).

30. – Аналіз родоводу особини № 50.

Ряд предків з материнської сторони	Ряд предків з батьківської сторони	
	0	42
	1	33 39

			2	48	54	22	54
0	1	2		1	2	3	4
		39	1	42	42	42	42
31	42	33	2	42	42	42	42
		56	3				
	15	48	4	48			

Порівнюючи номери предків батьківської і материнської сторони, ЕОМ заповнює клітинки таблиці, що перекриваються однаковими номерами по вертикалі і горизонталі. У наведеному прикладі виявлені загальні предки № 42 і № 48. Доля, яку вносить кожен з них в інбредність потомка № 50, без врахування їх власного інбридингу, обчислюється діленням кількості клітинок, заповнених відповідними номером, на подвоєну кількість клітинок у таблиці. Знаходимо:

$$F_x = 50/42 = 8/32 = 0,25;$$

$$F_x = 50/48 = 1/32 = 0,03125$$

Для обчислення коефіцієнта інбридингу загальних предків, їх родовідні виділяють з родоводу потомства і аналізують аналогічним чином. У розглянутому прикладі коефіцієнт інбридингу загального предка № 42, що має в своєму родоводі загального діда № 54, буде дорівнювати:

$$F_x = 42/54 = 1/8 = 0,125$$

Відповідно до формули С. Райта (86), сумарний внесок загального предка № 42 в інбредність особини № 50 буде дорівнювати:

$$F_x = 50/42_{\text{сум.}} = F_x = 50/42 \times (1 + 42/54) = 0,28125$$

Загальний коефіцієнт інбридингу розраховується як сума внесків загальних предків: $F_x = 50/42$ сум. + $F_x = 50/48 = 0,3115$.

Використання цієї методики дозволяє вести підбір тварин на основі так званої коваріаційної матриці, де на перетині порядкового номера самців і самок вказується коефіцієнт інбридингу їх передбачуваних потомків. Потім ЕОМ підбирає варіанти парування, в яких очікується мінімальне значення коефіцієнтів інбридингу одержаного потомства.

Користуючись значеннями коефіцієнта інбридингу в селекційній роботі, пар добору і підбору тварин, слід мати на увазі, що цей коефіцієнт відображає не абсолютний ступень гомозиготності, а лише його відносну зміну, порівняно з початковим станом популяції. Так, значення $F_x = 0,125$ (12,5%) для конкретної особини означає підвищення гомозиготності на 12,5%, порівняно з тією величиною, яка була характерна для батьків до початку інбридингу. Це підвищення гомозиготності є наслідком підбору, і якщо споріднений підбір проводити далі, то гомозиготність буде зростати.

Припустимо, що гомозиготність тварин до використання інбридингу була на рівні 80%, тоді лише 2,5% (12,5 від решти 20% гетерозиготних генів) спільних генів перейде в гомозиготний стан. Якщо ж група буде повністю гетерозиготна 100%, то в наступному поколінні її гомозиготність досягне 12,5% (частка спільних генів). Тобто, при одному і тому ж коефіцієнті інбридингу, залежно від генетичної структури популяції, інтенсивність нарощування гомозиготності буде різною. Виходячи з цього, можна говорити про відносний характер коефіцієнта інбридингу.

При розрахунку коефіцієнтів інбридингу неможливо точно визначити вихідну гетерозиготність родоначальника, тому початкову гетерозиготність беруть на рівні 50 % (1/2 в формулі С. Райта). Отже, якщо коефіцієнт інбридингу потомства буде на рівні

25%, то це означає, що з 50% гетерозиготних генів частина ($0,5 \times 0,25 \times 100 = 12,5\%$) перейде в гомозиготний стан. Відповідно, тварина буде вже гомозиготною за $50\% + 12,5\% = 62,5\%$, локусів генів у своїх хромосомах.

Значення коефіцієнта інбридингу можна пов'язати з класифікацією його ступенів, яка розглядалась раніше. Так, за класифікацією Д.А. Кисловського при коефіцієнті інбридингу 25% і більше, інбридинг вважається тісним (кровозмішування): від 12,5 до 25,0 – близьким; від 1,55 до 12,5 – помірним; від 0,20 до 1,55 віддаленим.

Поряд з нарощуванням гомозиготності відбувається також і збільшення генетичної подібності пробанда з тими предками, на яких проводиться інбридинг. При цьому встановлюється подібність за деякими генами, тому подібність називається генетичною. Для числового визначення цієї подібності проводять розрахунок коефіцієнта спорідненості, або генетичної схожості (F_{TC}). Він є показником ймовірності того, що порівнювані особини володіють більшою схожістю своїх генотипів, ніж у середньому це відбувається в базовій популяції. Як правило, збільшення інбридингу безумовно приводить і до збільшення спорідненості між особинами в інбредній лінії. Але якщо тварини інбредовані в межах різних порід (наприклад, червона степова і симентальська), то незважаючи на те, що кожна тварина інбредна, між ними не буде генетичної подібності.

У межах стада, лінії, породи, визначення спорідненості проводиться на основі випадково вибраних тварин. Загальним правилом використання коефіцієнта спорідненості є: чим більше генетична подібність тварин, тим більше можливостей використання показників цієї тварини для оцінки іншої.

Розрахунок генетичної спорідненості проводиться за формулою С. Райта:

$$F_{гс} = \frac{\sum (1/2)^{n+n_1} \times (1+f\alpha)}{\sqrt{(1+fx) \times (1+fy)}}, \quad (88)$$

де $F_{гс}$ – коефіцієнт генетичної спорідненості між особинами X та Y (виражається в частинах одиниці, або у відсотках);

n – ряд у родоводі тварини X, де зустрічається предок спільний для обох тварин;

n_1 – ряд у родоводі тварин Y, де зустрічається спільний предок;

$f\alpha$ – коефіцієнт інбридингу спільного предка (ступень зростання гомозиготності) якщо він, у свою чергу, отриманий при спорідненому паруванні;

fx - коефіцієнт інбридингу тварини X;

fy – коефіцієнт інбридингу тварини Y.

У випадку, якщо всі критерії порівнюваних особин (x , y , α) не були отримані шляхом інбридингу (були аутбредними), то формула розрахунку коефіцієнту спорідненості спрощується:

$$F_{гс} = \sum (1/2)^{n+n_1} \quad (89)$$

У практиці селекційної роботи виникає питання співвідношення коефіцієнту інбридингу і генетичної спорідненості в певних групах, лініях, популяціях тварин. Найбільш бажаною є ситуація, при якій у процесі розведення збільшується величина $F_{гс}$ без суттєвого збільшення F_x . Бувають випадки, коли тварини можуть бути високо гомозиготні, і водночас не подібні, або при їх значній гетерозиготності можуть мати генетичну подібність, близьку до 100%.

Методика виконання типових завдань

Приклад 1. Розрахувати коефіцієнт інбридингу родоvodu кнура – плідника Лафета 15 (табл. 31).

31. – Родовід кнура Лафета 15

Тайга 1242				Лафет1215 ^A			
Тайга 86		Лафет 1215 ^A		Тайга 14		Лафет 17	
Тай-га 92	Сам-сон 17	Тай-га 14	Лафет 17	Тай-га 12	Лафет 17	Герань 18	Лафет 11

Алгоритм дії:

1. На основі аналізу родоvodu кнура-плідника Лафет 15 робимо висновок, що він отриманий шляхом тісного інбридингу II–I на кнура – плідника Лафета1215^A.

2. Визначаємо частку генотипу (87) плідника Лафета 1215^A в генотипі пробанда:

$$F_x = (1/2)^{2+1-1} = (1/2)^2 = 0,25 \text{ або } 25,0 \%$$

3. Розраховуємо коефіцієнт інбридингу загального предка:

$$F_x = (1/2)^2 = 1/4 = 0,25 \text{ або } 25,0\%$$

4. Загальний розрахунок коефіцієнту інбридингу (87) Лафета 15:

$$F_x = \sum [(1/2)^{n_1+n_2-1} \cdot (1+Fa)] \cdot 100 = \sum [(1/2)^{2+1-1} \cdot \{1+(1/2)^{2+1-1}\}] = 0,25 \cdot 1,25 = 0,3125 \text{ (79)}$$

або 31,25%

Висновок Ступінь інбридингу кнура-плідника Лафета 15 за родоvдом становить 31,25%. Показник підтверджує, що пробанд отриманий шляхом тісного інбридингу.

Приклад 2. Розрахувати коефіцієнт генетичної подібності за двома родоvдами, у яких пробанди і предки умовно позначені літерами:

А	К
---	---

С		Д		В		Л	
М	Г	М	Л	М	Л	І	О

Рис. 10. Схеми родоводів великої рогатої худоби для аналізу спорідненості.

Алгоритм дії:

1. Аналізуємо родоводи, зображені на рис.10. Виявляємо, що на схемі зустрічаються загальні предки М і Л, в той же час на них інбредовані особини А і К, відповідно.
2. Знаходимо генетичну спорідненість (89) тварин А і К за генами особини Л:

$$F_{Гс} = \sum (1/2)^{n+n_1} = (1/2)^{2+1} = (1/2)^3 = 0,125 \text{ .}$$

3. Оскільки, тварина М зустрічається в родоводі А два рази, а в родовідній К всього один раз, то шляхів передачі генів буде два, розрахунок проводимо двічі. Знаходимо спорідненість за твариною М:

$$F_{Гс} = \sum (1/2)^{n+n_1} = (1/2)^{2+2} = (1/2)^4 = 0,0625$$

4. Загальна подібність буде: $0,025+0,0625 = 0,125$
5. За двома спільними предками спорідненість буде складати:

$$0,125+0,125 = 0,250$$

6. Розраховуємо коефіцієнт інбридингу тварин А і К:

$$F_A = (1/2)^{2+2-1} = (1/2)^3 = 0,125 \text{ ,}$$

$$F_K = (1/2)^{2+1-1} = (1/2)^2 = 0,250 \text{ .}$$

7. Розраховуємо генетичну спорідненість (88):

$$F_{Гс} = \frac{0,250}{\sqrt{(1+0,125) \cdot (1+0,250)}} = \frac{0,250}{1,185} = 0,211 \text{ .}$$

Висновок: Генетична спорідненість пробандів, родоводи яких показані (рис.11, становить 0,211 і є близькою.

Самостійна робота

Робота студентів включає два завдання. При виконанні першого завдання студент розраховує коефіцієнт інбридингу у родоводі тварини Х. При виконанні другого завдання на родоводи тварин Х та У студент визначає коефіцієнт їх генетичної подібності. У завданнях і пробанди, і предки умовно позначені літерами.

1.

								Х							
А															
								А							
												А			
												А			

У

				А											
								А				А			

2.

								Х							
								А							
А												Б			

У

								А							
				А											

3.

								Х							
												Б			
				Б				Б							
								Б				Б			

У

Д											
								Д			
Б				Б							
								Б		Б	

У

Д											
										Д	

8.

Х

Б				Б							
								Б		Б	

У

				Б							
											Б

9.

Х

								А			
А				А							
								Б		Б	

У

				А				А			

10.

Х

Б				Б				Б			

У

								Б							
Б															

11. X

А															
				Б				Б							
									Б		Б				

У

								А							
				А											
									Б		Б				

12. X

А															
				Б				Б							
									Б		Б				

У

								А							
				А											
									Б		Б				

13. X

Д															
				Б				Б							
									Б		Б				

У

Д												Д			

14. X

А															
								А							
												А			

У

				А				А							

15.

Х

А															
								А							

У

А				А				А				А			

16.

Х

Д															
		Б				Б						Д			

У

Д															

17.

Х

								А							
		А				А			Б		Б				

У

						А					
				А							
							Б		Б		

18. X

А											
						А					

У

				А		А		А			

19. X

									Б		
				Б		Б					
							Б		Б		

У

						Б					
								Б		Б	

20. X

С											
Д				Д						С	

У

		С					С				

Контрольні запитання:

1. Що таке інбридинг, як його визначають?
2. З яких частин складається родовід і яку структуру має?
3. Які ступені інбридингу розрізняють за методом Пуша – Шапоружа?
4. В чому сутність визначення коефіцієнту спорідненості за С.Райтом?
5. Чим метод Д.А.Кисловського відрізняється від методу С.Райта?
6. Що таке інбредна депресія, причини її виникнення?
7. В чому сутність визначення коефіцієнту інбридингу при використанні ЕОМ?
8. Як використання ЕОМ може запобігти зростанню коефіцієнту інбридингу у популяції?
9. Що таке індекс гомозиготності, як його визначають?
10. Яка різниця між показниками коефіцієнту інбридингу та гомозиготності?

5.4. Показники ефекту гетерозису (Er)

Схрещування між неспорідненими особинами – аутбридинг за своїми генетичними якостями прямо протилежний інбридингу. Аутбридинг підвищує гетерозиготність потомків, гібриди першого покоління частіше виявляються більш життєздатними, плодючішими і продуктивнішими, ніж батьки, тобто проявляється гетерозис (гібридна сила).

Гетерозис – явище підвищеного розвитку одного або кількох ознак у помісного потомства першого покоління, порівняно з вихідними схрещуваними породами, лініями або видами тварин, що обумовлено явищем наддомінування, внутрішньоалельними взаємодіями між членами одного локусу. Гетерозис – це перевага

гетерозигот, іноді він обумовлюється взаємодією пари алелей в одному і єдиному локусі, а в інших випадках – взаємодією цілих ділянок хромосом (послідовностей генів), які діють як супергени. Найбільш виражене явище гетерозису при схрещуванні інцухт-ліній з високою комбінаційною здатністю, віддаленій гібридизації та при схрещуванні організмів з різною плідністю.

Ефект гетерозису пояснюється кількома гіпотезами – летальних генів, домінування, наддомінування – і залежить від поєднання різних генотипів при схрещуванні. У практиці тваринництва проводять різні схрещування з метою отримання більш продуктивних потомків, ніж їх батьківські форми.

Ефект гетерозису вважається позитивним, якщо помісі перевищують чистопорідних ровесників не менше, ніж на 10 ...15% (за М. Дубініним). Розраховують ефективність гетерозису за формулою:

$$E.G.= \frac{(W_t - W_0) \cdot Z}{[(W_t - W_0) \cdot X + (W_t - W_0) \cdot Y] : 2} \cdot 100, \quad (90)$$

де W – значення ознаки; t – кінець періоду обліку; 0 – початок періоду обліку;

X і Y – породи ровесників;

Z – помісні потомки.

Для використання гетерозису в практиці використовують ряд варіантів оцінки ступеня прояву гетерозису. При оцінці ступеня кількісної переваги помісей над батьківськими формами прийнято розрізняти такі форми гетерозису:

- справжній гетерозис – переважання помісей над кращою породою;

- гіпотетичний – переважання помісей над середньою продуктивністю обох порід;
- загальний – перевага над материнською формою;
- специфічний – перевага над батьківською формою;
- гібридна депресія – зниження ознаки в порівнянні з гіршою породою.

Однак, незважаючи на систематизацію рівня прояву гетерозису та на значну чисельність досліджень, спрямованих на встановлення механізму формування переваг помісних особин над батьківськими організмами вчений світ лише наблизився до повного розкриття закономірностей формування цих механізмів. На жаль, до цього часу жодна з відомих теорій гетерозису не пояснює повністю цей надто складний механізм.

Для встановлення ступеня прояву ефекту гетерозису при схрещуванні та гібридизації за участю тварин використовують наступні формули (В.Т.Горина та Н.І. Нікітченко, 1970) :

$$\text{Справжній} \quad EG_c = \left(\frac{O_g}{O_k} \cdot 100 \right) - 100 \quad (91)$$

$$\text{Загальний} \quad EG_s = \left(\frac{O_g}{O_m} \cdot 100 \right) - 100 \quad (92)$$

$$\text{Гіпотетичний} \quad EG_z = \left(\frac{O_g}{0,5(O_m + O_b)} \cdot 100 \right) - 100 \quad (93)$$

$$\text{Специфічний} \quad EG_{cn} = \left(\frac{O_g}{O_b} \cdot 100 \right) - 100 \quad , \quad (94)$$

де: O_g – ознака гібриду;

O_k – ознака кращої батьківської форми;

O_b – ознака батька;

O_m – ознака матері.

Методика виконання типових завдань

Було проведено схрещування свиней двох порід великої білої (ВБ) та уельської (У) порід. Визначити ефект гетерозису за ознакою багатоплідності при різних варіантах схрещування (табл. 32) та найкращий варіант.

32. – Показник продуктивності при схрещуванні свиней

Показник	Поєднання			
	ВБ х ВБ	У х У	ВБ х У	У х ВБ
Багатоплідність, гол.	11,2±0,614	10,9±1,049	11,5±0,408	11,3±0,587
Cv, %	16,46	28,87	10,65	15,58

Алгоритм дії:

1. У таблиці 32 порівнюємо показники багатопліддя при різних варіантах схрещування. Так, при схрещуваннях ВБхУ та УхВБ гібриди переважають батьківські форми. Тільки при поєднанні ВБхУ гетерозис є справжнім.
2. Визначаємо середню продуктивність обох порід:

$$(11,2+10,9)/2 = 11,05 \text{ гол.}$$

Продуктивність гібридів переважає середню продуктивність батьківських форм.

3. Проводимо розрахунок значень коефіцієнтів гетерозису при поєднанні ВБхУ (91-94):

Справжній $EG_c = \left(\frac{O_c}{O_k} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,5}{11,2} \cdot 100 \right) - 100 = +2,678$

Загальний $EG_z = \left(\frac{O_z}{O_m} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,5}{11,2} \cdot 100 \right) - 100 = +2,678$

Гіпотетичний

$$EG_z = \left(\frac{O_z}{0,5(O_m + O_b)} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,5}{0,5(11,2 + 10,9)} \cdot 100 \right) - 100 = +4,072$$

Специфічний $EG_{cn} = \left(\frac{O_z}{O_b} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,5}{10,9} \cdot 100 \right) - 100 = 5,505$

4. Проводимо розрахунок значень коефіцієнтів гетерозису при поєднанні УхВБ:

Справжній $EG_c = \left(\frac{O_z}{O_k} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,3}{11,2} \cdot 100 \right) - 100 = +0,893$

Загальний $EG_z = \left(\frac{O_z}{O_m} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,3}{10,9} \cdot 100 \right) - 100 = +3,670$

Гіпотетичний

$$EG_z = \left(\frac{O_z}{0,5(O_m + O_b)} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,3}{0,5(10,9 + 11,2)} \cdot 100 \right) - 100 = +2,262$$

Специфічний $EG_{cn} = \left(\frac{O_z}{O_b} \cdot 100 \right) - 100 = \left(\frac{11,3}{11,2} \cdot 100 \right) - 100 = +0,893$

5. Складаємо порівняльну таблицю (табл. 33).

33. – Порівняльна таблиця показників ефекту гетерозису

Показник ефекту гетерозису	Поєднання	
	ВБ х У	У х ВБ
Справжній	+2,678	+0,893
Загальний	+2,678	+3,670
Гіпотетичний	+4,072	+2,262
Специфічний	+5,505	+0,893

Висновок: Кращим є поєднання ВБхУ порід. При цьому рівень ознак ефекту гетерозису свідчить, що специфічний гетерозис перевищує гіпотетичний.

Самостійна робота

Проведіть аналіз ефекту гетерозису та визначте його тип при різних варіантах поєднання порід свиней за показниками відтворювальної здатності (табл. 34).

34. – Показники відтворювальної здатності свиней при різних варіантах поєднання порід свиней

Показники	Поєднання			
	ВБ х У	У х У	ВБ х У	У х ВБ
Багатоплідність, гол.	11,2	10,9	11,5	11,3
Маса гнізда при народженні, кг.	13,35	12,5	13,45	12,75
Молочність, кг	53,8	56,1	56,5	58,2
Кількість поросят при відлученні	9,1	9,5	9,9	9,8
Маса гнізда при відлученні, кг.	123,3	125,0	128,1	129,4
	ПМ х ПМ	У х У	ПМ х У	У х ПМ
Багатоплідність, гол.	9,8	10,7	10,2	11,6
Маса гнізда при народженні, кг.	10,9	12,1	11,55	13,65
Молочність, кг.	51,9	54,9	53,8	57,4
Кількість поросят при відлученні	9,1	9,5	9,3	9,9
Маса гнізда при відлученні, кг.	125,8	129,6	127,1	131,2

Примітка: ВБ – велика біла; У – уельська; ПМ – полтавський м'ясний тип.

Контрольні запитання:

1. Що таке гетерозис і в яких випадках він виникає?
2. Як визначають гетерозис за М. Дубініним?
3. За яким принципом класифікують гетерозис?
4. Яка різниця при визначенні справжнього, загального, гіпотетичного та специфічного типів гетерозису?

6. ОСНОВИ ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Розвиток та формування ознак у тварин залежить від цілого ряду як генетичних, так і негенетичних (паратипових) факторів, які діють на організм з різною силою і незалежно один від одного, а інколи навіть у різних напрямках.

Алгоритм дисперсійного аналізу було розроблено англійським вченим Р.Фішером в 1925р., цей метод набув суттєвого розвитку в працях його учня – Йетса.

Основна мета дисперсійного аналізу – розкладення загальної мінливості ознаки на мінливість часткову, що виникає між членами популяції під впливом багатьох різноманітних факторів. У ході аналізу встановлюють частку мінливості, що обумовлена кожним фактором в експерименті, частку мінливості, що обумовлена сумісною дією цих факторів, а також частку мінливості, що є результатом впливу багатьох неорганізованих (випадкових) факторів.

Дисперсійний аналіз широко використовують у технології виробництва продукції тваринництва та селекції тварин:

- при визначенні оцінки коефіцієнтів успадкованості та повторюваності ознак;
- при оцінці плідників за якістю потомків;
- при оцінці частки генотипової та паратипової мінливості в загальній мінливості тварин, тощо.

Дисперсійний аналіз базується на понятті *дисперсії*: тобто сумі квадратів відхилень кожного варіанта вибірки від середнього арифметичного значення:

$$C = \sum (x_i - \bar{x})^2, \quad (95)$$

Р. Фішер показав, що якщо аналізується мінливість в декількох групах, загальна мінливість такого комплексу (C_y) може бути

розкладеною на дві складові – мінливість ознаки між групами (міжгрупова дисперсія – C_x) та мінливість ознаки всередині групи (внутрішньогрупова дисперсія – C_z). Залежність між цими джерелами варіювання (мінливості) вивчаємих ознак можна виразити рівнянням:

$$C_y = C_x + C_z, \quad (96)$$

або

$$\sum (x_{if} - \bar{x})^2 = n \sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum [\sum (x_{if} - \bar{x})^2], \quad (97)$$

Для вивчення сили дії або впливу фактора на величину результативної ознаки будують спеціальну розрахункову таблицю, яку називають дисперсійним комплексом. Залежно від кількості факторів, дія яких вивчається, дисперсійні комплекси можуть бути однофакторними, двофакторними або багатфакторними.

Фактор, дія якого вивчається залежно від ступеня його інтенсивності, розкладається на ряд класів, які називають градаціями. Якщо у всіх градаціях фактора однакова кількість варіант (дат), то такий комплекс називають рівномірним, а при різному числі варіант у градаціях – нерівномірним.

Складаючи дисперсійний комплекс, необхідно дотримуватись, що досліджувані фактори повинні бути некорелюючими між собою. Для малочисельних та багаточисельних вибірок техніка побудови та розрахунку дисперсійного комплексу має свої особливості.

6.1. Однофакторний рівноваговий дисперсійний комплекс для малих вибірок

Приклад 1. Необхідно вивчити дію різних доз біостимулятора на життєздатність поросят (визначається за приростом живої маси в кілограмах за період дослідження). Для цього сформовано 5 груп по 5

голів у групі, на яких випробовувались різні дози препарату (табл. 35).

35. – Вплив біостимулятора на життєздатність поросят

Доза біостимулятора	Приріст живої маси поросят, кг
Нульова (контроль)	2, 1, 3, 1, 2
Одинарна	3, 6, 4, 3, 2
Подвійна	4, 7, 5, 9, 6
Трикрратна	8, 6, 9, 7, 8
Чотирикратна	4, 6, 5, 4, 3

Алгоритм дії:

1. На основі результатів дослідження будемо дисперсійний комплекс (табл. 36), який має таку структуру: об'єм комплексу $N = 25$, число градацій – $r = 5$, число варіант у градації $n = 5$.

2. Розрахувати допоміжні величини:

Суму дат (варіант) за градаціями та за комплексом

$$\sum x \text{ за градацією } 1 = 2 + 1 + 3 + 1 + 2 = 9;$$

$$2 = 3 + 6 + 4 + 3 + 2 = 18;$$

$$3 = 4 + 7 + 5 + 9 + 6 = 31;$$

$$4 = 8 + 6 + 9 + 7 + 8 = 38;$$

$$5 = 4 + 6 + 5 + 4 + 3 = 22;$$

$$\sum \sum x = 9 + 18 + 31 + 38 + 22 = 118.$$

Загальну допоміжну величину

$$H_{\Sigma} = \frac{(\sum \sum x)^2}{N} = \frac{118^2}{25} = 556,96 \quad (98)$$

2.3. Суму окремих допоміжних величин для кожної градації

$$- \quad H_{i_1} = \frac{(\sum x)^2}{n} = \frac{9^2}{5} = \frac{81}{5} = 16,20 \quad (99)$$

$$- \quad H_{i_2} = \frac{18^2}{5} = 64,80 \quad (100)$$

$$- \quad H_{i_3} = \frac{31^2}{5} = 192,20 \quad (101)$$

$$- \quad H_{i_4} = \frac{38^2}{5} = 288,80 \quad (102)$$

$$- \quad H_{i_5} = \frac{22^2}{5} = 96,80 \quad (103)$$

3. Для всього комплексу $\sum H_i = 16,2 + 64,8 + 192,2 + 288,8 + 96,8 = 658,80$.

3.1. Суму квадратів дат ($\sum x^2$) за кожною градацією і за всім комплексом:

$$\begin{aligned} \sum x^2 \text{ градація } 1 &= 2^2 + 1^2 + 3^2 + 1^2 + 2^2 = 19; \\ 2 &= 3^2 + 6^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 = 74; \\ 3 &= 4^2 + 7^2 + 5^2 + 9^2 + 6^2 = 207; \\ 4 &= 8^2 + 6^2 + 9^2 + 7^2 + 8^2 = 294; \\ 5 &= 4^2 + 6^2 + 5^2 + 4^2 + 3^2 = 102. \end{aligned}$$

За комплексом $\sum \sum x^2 = 19 + 74 + 207 + 294 + 102 = 696$.

3.2. Розрахувати дисперсії факторіальну (C_x), випадкову або залишкову (C_z) і загальну (C_y) за формулою 86:

$$C_x = \sum H_i - H_\Sigma = 658,8 - 556,96 = 101,84 \quad (104)$$

$$C_z = \sum \sum x^2 - \sum H_i = 696 - 658,8 = 37,2 \quad (105)$$

$$C_y = \sum \sum x^2 - H_\Sigma = 696 - 556,96 = 139,04 \quad (106)$$

3.3. На основі розрахованих дисперсій визначити показник сили впливу (η_x^2) за формулою:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{101,84}{139,04} = 0,732 \quad (107)$$

4. Робимо попередній висновок: Частка впливу нового рецепта біостимулятора в загальній сумі впливу всіх факторів, які визначають величину результативної ознаки, становить 0,732, або 73,2 %.

36. – Дисперсійний аналіз рівномірного однофакторного комплексу для малих вибірок

Показник	Градації					Допоміжні величини	Розрахунок дисперсій та варіант
	1	2	3	4	5	Число градацій $r=5$	Факторіальна дисперсія $C_x = \sum H_i - N \bar{x} = 658,80 - 556,96 = 101,84$
Варіанти (дати), X	2	3	4	8	4	$H_\Sigma = \frac{(\sum \sum x)^2}{N}$ $\frac{118^2}{25} = 556,96$	Випадкова дисперсія $C_z = \sum \sum x^2 - \sum H_i = 696 - 658,8 = 37,2$
	1	6	7	6	6		
	3	4	5	9	5		
	1	3	9	7	4		
	2	2	6	8	3		
n_i	5	5	5	5	5	Об'єм комплексу $N = \sum n_i = 25$	Загальна дисперсія $C_y = \sum \sum x^2 - \sum H_x = 696 - 556,96 = 139,04$
$\sum x$	9	18	31	38	22	$\sum \sum x = 118$	
$H_i = \frac{(\sum x)^2}{n_i}$	16,2	64,8	192,2	288,8	96,8	$\sum H_i = 658,8$	Факторіальна варіанта $\sigma^2 = \frac{C_x}{r-1} = \frac{101,84}{5-1} = 25,46$
$\sum x^2$	19	74	207	294	102	$\sum \sum x^2 = 696$	
Окремі середні	1,8	3,6	6,2	7,6	4,4	Загальна середня $\bar{X} = \frac{\sum \sum x}{N} = \frac{118}{25} = 4,72$	Випадкова варіанта $\sigma_r^2 = \frac{C_z}{N-r} = \frac{37,2}{25-5} = 1,86$

Показник сили впливу	$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{101,84}{139,04} = 0,732$
Критерій достовірності	$F = \sigma_x^2 : \sigma_z^2 = 25,46 : 1,86 = 13,69;$
Число ступенів свободи	$\nu_1 = r - 1 = 5 - 1 = 4;$
	$\nu_2 = N - r = 25 - 5 = 20;$
	$F_{st} = 2,9 - 4,4 - 7,1;$
	$P > 0,999$

5. Розрахувати варіанси (або середні квадрати) факторіальну (σ_x^2) та випадкову (σ_z^2):

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{r-1} = \frac{101,84}{5-1} = 25,46 \quad (108)$$

$$\sigma_z^2 = \frac{C_z}{N-r} = \frac{37,2}{25-5} = 1,86 \quad (109)$$

6. Визначити критерій достовірності F (критерій Фішера)

$$F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2} = \frac{25,46}{1,86} = 13,6 \quad (110)$$

7. Виписати стандартне значення критерію Фішера (F_{st}) для різних рівнів імовірності. Для цього необхідно розрахувати число ступенів свободи ν_1 та ν_2 :

$$\nu_1 = r - 1 = 5 - 1 = 4 \quad (111)$$

$$\nu_2 = N - r = 25 - 5 = 20 \quad (112)$$

На перетині ν_1 і ν_2 в таблиці Фішера (додаток 3), знаходимо:

$$F_{st} = 2,9 - 4,4 - 7,1 \quad (113)$$

8. Визначити рівень імовірності розрахованого показника сили впливу. При порівнянні розрахованого значення критерію F (13,69) із стандартним (F_{st}) видно, що він є достовірним з імовірністю $P > 0,999$, бо число 13,69 більше за 7,1.

Висновок. Збільшення до трьох разів дози біостимулятора в раціоні свиней значно підвищує їх життєздатність, що проявилось у

достовірному збільшенні приростів з 1,8 до 7,6 кг за період досліду при $P > 0,999$. З усіх факторів, які впливали на приріст живої маси поросят, частка впливу нового рецепта біостимулятора становить 73,2%.

6.2. Однофакторний рівноваговий дисперсійний комплекс для багаточисельної вибіркової сукупності

Методика виконання типового завдання

Приклад 2. Визначити вплив щільності посадки молодняку курей породи білий леггорн на приріст живої маси (кг) в кінці періоду вирощування. Вивчається три рівні щільності посадки (градації) 10, 12, 14 голів (табл. 37).

Алгоритм дії:

1. Досліджуваний фактор – щільність посадки молодняку, гол. Результативна ознака – жива маса в кінці періоду вирощування, кг (табл. 38).

2. Для зручності всі записи розрахунків необхідно робити в спеціальній формі дисперсійного комплексу, яка має багато спільного з попередньо розглянутим прикладом (табл. 36).

37. – Вплив щільності посадки молодняку курей на приріст живої маси

Щільність посадки, гол.	Кількість голів з живою масою, кг				
	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
10	-	2	6	12	10
12	2	4	13	9	8
14	4	10	18	5	2

3. Виходячи з цього, уникнемо детального опису послідовності операцій, звернімо увагу лише на суттєві відмінності:

3.1. Для розрахунку допоміжних величин беруть до уваги не суму дат за градаціями та їх квадрати, а величини $\sum fx$ та $\sum fx^2$, які одержують таким чином:

$$\begin{array}{r} fx \text{ за першою градацією} \quad 2 \cdot 1,6 = 3,2; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 6 \cdot 1,7 = 10,2; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 12 \cdot 1,8 = 21,6; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10 \cdot 1,9 = 19,0 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{-----} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Sigma fx = 54,0; \\ \\ fx^2 \text{ за першою градацією} \quad 2 \cdot 1,6^2 = 5,12; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 6 \cdot 1,7^2 = 17,34; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 12 \cdot 1,8^2 = 38,88; \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10 \cdot 1,9^2 = 36,1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{-----} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Sigma fx^2 = 97,44. \end{array}$$

3.2. Отже, частоти варіант у градаціях множать на величину класу результативної ознаки та її квадрат.

4. Показник сили впливу η_x^2 , його достовірність та рівень імовірності розраховують аналогічним способом за М.О. Плохинським (107);

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} \quad ,$$

як і в попередньому прикладі.

5. Існує також інший спосіб визначення показника сили впливу за Дж.У. Снедекором, який базується на співвідношенні

факторіальної варіанси (σ_x^2) до варіанси по всьому комплексу ($\sigma_x^2 + \sigma_z^2$).

Розрахунок здійснюється за рівнянням:

$$\eta_x^2 = \frac{\sigma_x^2 - \sigma_z^2}{\sigma_x^2 + (n_0 - 1) \cdot \sigma_z^2} \quad (114)$$

38. – Дисперсійний аналіз рівномірного однофакторного комплексу для великих вибірок

Класи результативної ознаки (X)	Градації			Допоміжні величини	Розрахунки дисперсій та варіанс
	10	12	14		
				Число градацій r=3	Факторіальна дисперсія $C_x = \sum H_i - N_\Sigma = 316,8 - 316,5 = 0,3$
1,5	-	2	4	$H_\Sigma = \frac{(\sum \sum fx)^2}{N} = \frac{(182,3)^2}{105} = 316,5$	Випадкова дисперсія $C_z = \sum S_i - \sum H_i = 317,84 - 316,8 = 1,04$ Загальна дисперсія $C_y = \sum S_i - H_\Sigma = 317,84 - 316,5 = 1,34$
1,6	2	4	10		
1,7	6	13	18		
1,8	12	9	5		
1,9	10	8	2		
$n_i = f_i$	30	36	39	Об'єм комплексу $N = \sum n_i = 105$	Факторіальна варіанса $\sigma_x^2 = \frac{C_x}{r-1} = \frac{0,3}{3-1} = 0,15$
$\sum fx$	54,0	62,9	65,4	$\sum \sum fx = 182,3$	
$(\sum fx)^2$	2916	3956,2	4277,2		Випадкова варіанса $\sigma_z^2 = \frac{C_z}{N-r} = \frac{1,04}{105-3} = 0,01$
$H_i = \frac{(\sum fx)^2}{n_i}$	97,2	109,9	109,7	$\sum H_i = 316,8$	
$S_i = \sum fx^2$	97,44	110,36	110,04	$\sum S_i = 317,84$	
Показник сили впливу за М.О. Плохинським					$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{0,3}{1,34} = 0,22$
Критерій достовірності				$F = \sigma_x^2 : \sigma_z^2 = 0,15 : 0,01 = 15;$	
Число ступенів свободи				$v_1 = r - 1 = 3 - 1 = 2;$	
				$v_2 = N - r = 105 - 3 = 102;$	
				$F_{st} = 3,1 - 4,8 - 7,4;$	
				$P > 0,999.$	

У формулі Дж. У. Снедекора для нерівномірного дисперсійного комплексу вводиться нова величина "n₀", яка показує усереднене значення повторності в кожній градації і розраховується за формулою:

$$n_0 = \frac{1}{r-1} \cdot \left(N - \frac{\sum n_i^2}{N} \right) \quad (115)$$

5.2. В даному прикладі

$$n_0 = \frac{1}{3-1} \cdot \left(105 - \frac{30^2 + 36^2 + 39^2}{105} \right) = \frac{1}{2} \cdot (105 - 35,4) = 34,8$$

5.3. Підставивши значення n₀ у формулу, розраховують η_x² (114):

$$\eta_x^2 = \frac{0,15 - 0,01}{0,15 + (34,8 - 1) \cdot 0,01} = \frac{0,14}{0,5 + 0,34} = \frac{0,14}{0,49} = 0,29$$

6. Порівнюючи значення η_x², розраховане за методом М.О. Плохинського (0,22), із значенням за методом Дж.У. Снедекора (0,29), бачимо, що різниця в силі впливу становить 0,07 або 7%.

Показник сили впливу η_x² виражається десятковими дробами (від 0 до 1) або у відсотках. Правильність проведених розрахунків перевіряють рівнянням:

$$C_y = C_x + C_z.$$

Для розглянутих вище прикладів це положення підтверджується:

$$\text{I } C_y \text{ (табл. 36)} = 101,84 + 37,2 = 139,04;$$

$$\text{II } C_y \text{ (табл. 38)} = 0,3 + 1,04 = 1,34.$$

Висновок. Щільність посадки молодняку курей впливає на значення результативної ознаки (жива маса в кінці періоду вирощування) з силою 22% за М.О. Плохинським і 29% за Дж.У. Снедекором.

Показники сили впливу достовірні з імовірністю P > 0,999.

Самостійна робота

Ознайомитись з умовою задачі, визначити тип дисперсійного комплексу і розрахувати показник сили впливу фактора (η_x^2), критерій достовірності (F) та рівень імовірності (P).

1. На чотирьох групах свиноматок, по 5 голів у кожній, вивчали вплив вмісту перетравного протеїну в раціоні на їх багатоплідність, гол.:

Група	Вміст перетравного протеїну до норми	Багатоплідність, голів
1	норма	8, 9, 10, 9, 8
2	норма + 5%	7, 11, 11, 9, 10
3	норма + 10%	9, 10, 11, 10, 12
4	норма + 15%	9, 9, 12, 12, 13

Визначити частку впливу білкової добавки на багатоплідність свиноматок.

2. При опроміненні мишей рентгенівськими променями одержали такі дані про їх плодючість, гол.:

Доза опромінення	Плодючість, голів
контрольна	10, 11, 12, 10, 12
доза 100R	9, 9, 10, 8, 9
доза 200R	6, 7, 4, 9, 5

Чи впливає опромінення на плодючість мишей?

3. Великоплідність (кг) поросят у свиноматок різного віку становить:

Вік свиноматки у опоросах	Великоплідність, кг
1 опорос	0,9 1,1 1,0 1,0 1,0
2 опорос	1,1 1,1 1,3 1,2 1,1
3 опорос	1,0 1,3 1,4 1,2 1,3

Визначити частку впливу віку свиноматок на великоплідність поросят.

4. Для лікування свиней від полісерозиту застосовували різні дози левоміцетину і стан здоров'я тварин контролювали за даними середньодобових приростів, г:

Доза левоміцетину	Середньодобові прирости, г
-------------------	----------------------------

контроль	340, 310, 280, 305, 240
1 доза	360, 380, 410, 370, 410
2 дози	520, 580, 620, 490, 500
3 дози	490, 510, 480, 560, 530
4 дози	475, 530, 470, 520, 510

Чи впливає лікування левоміцетином на стан здоров'я свиней?

5. Вивчали вплив віку корів на живу масу телят при народженні, кг:

Вік матерів, міс.	Маса телят при народженні, кг.
25-30	37 30 32 35 31 33
31-36	34 40 38 31 32 35
старше 36	38 40 35 42 36 43

Чи впливає вік матерів на живу масу телят при народженні?

6. Від трьох бугаїв герефордської породи одержали по 10 телиць, жива маса яких у віці 6 міс. становила, кг:

Батько - плідник	Жива маса телиць у віці 6 місяців, кг
Клевер 879	178, 186, 174, 162, 216, 230, 165, 187, 164, 162
Жемчуг 191	146, 185, 192, 166, 176, 179, 177, 178, 186, 168
Гром 325	199, 210, 187, 199, 175, 200, 205, 207, 198, 176

Визначити частку впливу бугаїв на живу масу їх дочок у віці 6 міс.

7. Те саме у віці 15 міс.:

Батько - плідник	Жива маса телиць у віці 6 місяців, кг
Клевер 879	394, 398, 397, 410, 408, 380, 357, 373, 352, 356
Жемчуг 191	350, 368, 372, 363, 356, 345, 356, 367, 344, 367
Гром 325	399, 420, 397, 400, 415, 415, 418, 403, 413, 398

Визначити частку впливу бугаїв на живу масу їх дочок у віці?

8. Маса плоду на 60-й день ембріонального періоду в чистопорідних свиней ландрас та їх помісей з великою білою породою становила, г:

Породність	Маса плоду, г
Ландрас	124,0 117,9 138,5 127,5 135,0 122,2
Помісі	146,0 142,5 135,2 150,0 155,0 137,2

Чи впливає порода на масу плодів даних тварин?

9. Те саме на розвиток нирок у плодів, г:

Породність	Маса нирок у плоду, г
Ландрас	2,91 2,05 2,52 2,72 2,27 3,21
Помісі	1,70 1,70 2,33 2,12 2,28 1,90

Чи впливає порода на масу нирок у плодів даних тварин?

10. Вивчити вплив добавки у раціон трав'яного борошна на багатоплідність свиноматок великої білої породи, гол.:

Група	% добавки трав'яного борошну до раціону	Багатоплідність, голів
1	0,0	9, 12, 10
2	+15,0%	10, 13, 11
3	+25,0%	13, 11, 12

Чи впливає відсоток вмісту трав'яного борошна в раціоні свиноматок на їх багатоплідність?

11. У стаді корів використовували 5 бугаїв-плідників. Продуктивність їх дочок характеризується відповідною мінливістю.

Генотип бугаїв	Надій молока дочок, кг
1	2115, 2295, 2238, 2174, 2202
2	2462, 2381, 2236, 2337, 2561
3	2430, 2375, 2402, 2405, 2605
4	2504, 2471, 2394, 2407, 2640
5	2732, 2940, 2506, 2840, 3091

Необхідно визначити, чи вплинули ці бугаї на продуктивність своїх дочок, чи ця ознака більшою мірою обумовлена іншими факторами?

12. Визначити силу та достовірність впливу рівня протеїну в раціонах підсисних свиноматок породи ландрас на їх молочність (визначається за живою масою приплоду в 21-денному віці, кг):

Група	Рівень протеїну	Молочність, кг
1	норма	70, 72, 74, 80, 64, 71, 65, 82, 74, 68
2	-15%	70, 64, 60, 76, 58, 54, 65, 62, 70, 67
3	+15%	81, 70, 72, 74, 71, 80, 68, 65, 86, 74

Вказати долю впливу рівня протеїну та інших факторів на молочність свиноматок.

13. Визначити частку впливу породи свиней на живу масу поросят при відлученні, кг:

Порода	Жива маса поросят при відлученні, кг
Велика біла	16,7 17,5 18,3 17,4 18,6
Ландрас	17,8 19,5 21,0 18,4 20,9
Уельська	18,3 18,7 19,3 20,6 21,2
Дюрок	14,5 15,0 16,2 17,0 14,9

14. Визначити частку впливу добавки вітаміну Е в раціоні бугаїв на об'єм еякуляту, мл:

Група	Об'єм еякуляту, мл
Контрольна	3,5 3,0 3,9 3,6 2,9
Дослідна	3,7 4,8 5,3 4,7 5,0

15. Вивчали тривалість ембріонального розвитку козенят, які народилися одинцями, двійнятами та трійнятами, дн.:

Тип народження	Тривалість ембріонального періоду, днів
Одинці	148, 152, 151, 151, 153, 150, 150, 152, 151, 149, 150, 148, 154, 151, 152, 152, 151, 152, 149, 151, 150, 151, 152, 150
Двійнята	154, 152, 151, 148, 152, 150, 151, 151, 151, 151, 152, 153, 152, 152, 150, 149, 151, 151, 152, 148, 152, 149
Трійнята	150, 147, 152, 148, 149, 150, 153, 149, 151, 152, 148, 149, 150, 148, 148, 149, 149, 148

Чи впливає кількість козенят при народженні на тривалість ембріонального розвитку?

Контрольні запитання

1. Що вивчають методом дисперсійного аналізу?
2. Що таке дисперсія та на які види вона розподіляється?
3. Що таке дисперсійний комплекс і які види комплексів бувають?
4. Що таке градація і які комплекси бувають залежно від розмірів градацій?
5. За якою формулою визначається показник сили впливу фактора, дія якого вивчається?
6. Як визначити достовірність розрахованого показника сили впливу фактора?

7. Як розраховується число ступенів свободи (v_1, v_2) при визначенні достовірності показника сили впливу?
8. В яких одиницях виражається показник сили впливу; в яких межах він може коливатись?

6.3. Дисперсійний аналіз двофакторного комплексу

На формування ознак у тварин впливають такі фактори, як генетичні (спадковість), умови зовнішнього середовища (годівля, утримання, погода, клімат та ін.), внутрішні фактори організму (вік, стан статевого циклу, вагітність), штучний добір і парування. В тій чи іншій мірі вони можуть стимулювати мінливість ознак і мають неоднаковий ступінь спрямованості.

Часом виникає необхідність з'ясувати для конкретних умов зовнішнього середовища і конкретного стада тварин, які фактори впливають на мінливість даної ознаки більше, а які менше.

Математичний метод, за допомогою якого можна встановити частку впливу окремих факторів на мінливість даної ознаки, називається дисперсійним аналізом, запропонований Р.Фішером у 1925 році. Він знайшов широке використання при рішенні низки генетичних питань, у тому числі при розрахунку коефіцієнта успадковуваності та коефіцієнта повторюваності.

Поняття "дисперсія" означає наявність різноманітних значень ознаки у різних особин, об'єднаних у групу для дослідження, а також міру, яка визначає ступінь цієї різноманітності.

Загальна дисперсія ознаки (C_y) може бути розкладена на факторіальну C_x (спричинену організованими факторами) і випадкову C_z , (спричинену іншими неорганізованими в даному досліді факторами). При цьому сума факторіальної і випадкової дисперсії дорівнює величині загальної дисперсії (96):

$$C_x + C_z = C_y$$

Для отримання достовірних даних при побудові дисперсійних комплексів, які за числом врахованих факторів можуть бути однофакторними, двофакторними, трифакторними тощо, необхідно правильно виконати такі операції:

1. Вибір факторів (фактор – це прояв тієї чи іншої ознаки, вплив якої на результативну ознаку необхідно вивчати) – обмеження вимогою повної незалежності їх між собою.
2. Розподіл факторів на градації залежно від їх особливості - можуть бути фіксованими, випадковими та ієрархічними.
3. Добір особин – в кожную групу підбирають особини зі збереженням принципу випадкової добірки із сукупності $\bar{X} \pm \sigma$. За кількістю особин у групі градації можуть бути рівними, пропорційними і нерівними.
4. Перетворення значень результативної ознаки – багатозначні і дробові незручні величини результативної ознаки можна перетворити в зручні малозначні та цілі: множенням їх на одне і те ж число; діленням на одне і те ж число; зменшенням або збільшенням на одне і те ж число, а в кінцевому результаті при визначенні середньої арифметичної (при необхідності) вносять відповідну поправку.

При вивченні впливу одночасно двох факторів на результативну ознаку проводять двофакторний дисперсійний аналіз. Принцип залишається тим самим, як і при однофакторному комплексі, але фактори, які впливають на ознаку, повинні бути незалежними один від одного. Вивчаючи дію кожного фактора окремо, необхідно визначити їх спільну дію на результативну ознаку.

Прикладом розрахунку двофакторного аналізу може бути вивчення впливу добавок трав'яного борошна на багатоплідність

свиноматок різних порід. Один з факторів - рівень годівлі, а другий – порода свиней. Обидва ці фактори є незалежними один від одного, але разом обидва впливають на результативну ознаку – багатоплідність свиноматок.

Завдання 1. Визначити дію добавки трав'яного борошна (фактор В) і породи (фактор А) на багатоплідність свиноматок. За принципом випадкової добірки із сукупності $\bar{X} \pm \sigma$ було вибрано по 6 голів свиноматок вказаних порід – велика біла і ландрас і поділено на дві групи по 3 голови в кожній.

	3 голови (В ₁ – норма)
А ₁ – велика біла (6 голів) <	3 голови (В ₂ – 25% добавки до норми)
	3 голови (В ₁ – норма)
А ₂ – ландрас (6 голів) <	3 голови (В ₂ – 25% добавки до норми).

За дослідний період свиноматки проявили таку багатоплідність, гол.:

	В ₁ – 8, 11, 10
А ₁ <	В ₂ – 9, 13, 11
	В ₁ – 10, 12, 12
А ₂ <	В ₂ – 11, 13, 14.

Алгоритм дії:

1. Для розрахунку допоміжних величин дисперсійного аналізу будемо решітку (табл.39)

2. В графі A_1 та A_2 розносимо показники дослідних свиноматок за рангами, враховуючи і показник ознаки В. Визначаємо суму всієї групи ($\Sigma X=134$).

3. Визначаємо показник X^2 : для чого всі індивідуальні показники підводимо у квадрат, знаходимо загальну суму - $\Sigma X^2=1530$.

39. – Градації факторів А, В.

Показник	A_1		A_2		По групі	А		В	
	B_1	B_2	B_1	B_2		A_1	A_2	B_1	B_2
X	8, 11, 10	9, 13, 11	10, 12, 12	11, 13, 14	$\Sigma X=134$	8, 11, 10, 9, 13, 11	10, 12, 12, 11, 13, 14	8, 11, 10,10, 12, 12	9,13,11 11, 13, 14
X^2	64 121 100	81 169 121	100 144 144	121 169 196	$\Sigma X^2=1530$	-	-	-	-
n	3	3	3	3	$\Sigma n=12$	6	6	6	6
ΣX	29	33	34	38	-	62	72	63	71
$(\Sigma X)^2$	841	1089	1156	1444	-	3844	5184	3969	5041
$h = \frac{(\Sigma X)^2}{n}$	280,3	363	385,3	481,3	$\Sigma h = 1509,9$	640,6	864,0	661,5	840,1
	-	-	-	-	-	$\Sigma h_A=1504,6$		$\Sigma h_B=1501,6$	

4. Заповнюємо графу А, для чого в A_1 записуємо рівень індивідуальних ознак свиноматок відповідного рангу незалежно від ознаки В.

5. Аналогічно заповнюємо графу В.

6. За всіма типами рангів визначаємо чисельність варіант (n). Загальна сума варіант, лівої частини таблиці дорівнює правій частині і становить $\Sigma n=12$. Це говорить про вірність запису при розподілі за рангами.

7. За кожним стовпчиком визначаємо суму ознаки – ΣX .

8. Кожний отриманий показник суми підводимо у квадрат і визначаємо - $(\Sigma X)^2$.

9. Знаходимо значення h, за відповідною формулою, для кожної градації.

10. Розраховуємо допоміжну величину:

$$H = \frac{(\sum X)^2}{\sum n} = \frac{(134)^2}{12} = 1496,3, \quad (116)$$

11. Визначаємо значення показників мінливості, розраховуючи C_y , C_x , C_z :

$$C_y = \sum X - H = 1530 - 1496,3 = 33,7 \quad (117)$$

$$C_x = \sum h - H = 1509,9 - 1496,3 = 13,6 \quad (118)$$

$$C_z = \sum X^2 - \sum h = 1530 - 1509,9 = 20,1 \quad (119)$$

12. Розраховуємо дисперсію факторів А, В та АВ:

$$C_A = \sum h_A - H = 1504,6 - 1496,3 = 8,3 \quad (120)$$

$$C_B = \sum h_B - H = 1501,6 - 1496,3 = 5,3 \quad (121)$$

$$C_{AB} = C_x - C_A - C_B = 13,6 - 8,3 - 5,3 = 0 \quad (122)$$

13. Визначаємо частку впливу організованих і випадкових факторів на багатоплідність свиноматок:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{13,6}{33,7} = 0,404 = 40,4 \% \quad (123)$$

$$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} = \frac{20,1}{33,7} = 0,596 = 59,6 \% \quad (124)$$

$$\eta_A^2 = \frac{C_A}{C_y} = \frac{8,3}{33,7} = 0,247 = 24,7 \% \quad (125)$$

$$\eta_B^2 = \frac{C_B}{C_y} = \frac{5,3}{33,7} = 0,157 = 15,7 \% \quad (126)$$

$$\eta_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{C_y} = \frac{0}{33,7} = 0 \quad (127)$$

14. **Висновок.** На багатоплідність свиноматок впливають такі чинники: порода – 24,7%, трав'яне борошно – 15,7%, сумарна дія організованих факторів – 40,4%, випадкових факторів – 59,6%.

Самостійна робота

Ознайомитися з умовою задачі, визначити тип дисперсійного комплексу і розрахувати показник сили впливу факторів А та В (η_x^2), критерій достовірності (F) та рівень імовірності (P).

1. Великоплідність (кг) поросят від свиноматок двох порід різного віку вказана в таблиці. Визначити частку впливу вказаних факторів на великоплідність поросят.

Порода	Вік свиноматки в опоросах	Великоплідність, кг
Велика біла	1 опорос	0,9 1,1 1,0 1,0 1,0
	2 опорос	1,1 1,1 1,3 1,2 1,1
	3 опорос	1,0 1,3 1,4 1,2 1,3
УСБ	1 опорос	0,9 1,1 1,1 1,2 1,0
	2 опороси	1,0 1,2 1,1 1,0 1,1
	3 опороси	1,1 1,2 1,1 1,2 1,2

2. Визначити вплив віку корів та тривалості ембріонального розвитку плоду на живу масу телят при народженні, кг:

Вік матерів, міс.	Ембріональний розвиток, днів	Маса телят при народженні, кг
25-30	до 283	37 30 32 35 31 33
	більше 283	32 30 35 33 35 33
31-36	до 283	34 40 38 31 32 35
	більше 283	33 38 33 38 37 34
старше 36	до 283	38 40 35 42 36 43
	більше 283	34 38 34 40 37 34

3. Визначити вплив генотипу та тип народження на живу масу дорослих баранів - плідників таврійського типу асканійської тонкорунної породи.

Генотип / Лінія	Тип народження	Жива маса в 24 міс, кг
№ 1	одинці	77, 76, 82, 78, 69, 75, 81, 80
	двійнята	75, 68, 70, 72, 80, 78, 77, 76
№ 2	одинці	74, 78, 82, 79, 85, 87, 75, 69
	двійнята	70, 72, 75, 77, 69, 68, 71, 75

4. При опроміненні мишей рентгенівськими променями з різною тривалістю експозиції були одержані такі дані про їх плодючість, гол.

Доза опромінення	Тривалість опромінення	Плодючість, голів
доза 100R	10 секунд	10, 11, 12, 10, 10, 9
	20 секунд	9, 9, 10, 8, 9, 10
доза 200R	10 секунд	6, 7, 4, 9, 5, 6
	20 секунд	5, 7, 3, 5, 6, 4

Визначте долю впливу фактора опромінення та його тривалості на показник плодючості мишей.

5. Вивчити вплив технології доїння та породності корів на надій молока за 305 днів лактації:

Технологія доїння	Порода	Надій молока за 305 днів, кг
Двократне	червона степова	3705, 4205, 4158, 4287, 3947, 3645
	голштинська	4563, 4752, 4247, 4693, 3987, 4187
Трьохкратне	червона степова	3845, 4652, 4278, 4897, 3542, 3842
	голштинська	4925, 5145, 4782, 4186, 4642, 4723

6.Визначити вплив віку свиноматки (в опоросах), чисельності поросят та їх живу масу при народженні.

Вік свиноматки	Чисельність поросят	Жива маса, кг
1 опорос	до 12 голів	1,2 1,3 1,1 1,0 1,4 1,3 1,2
	більше 12 голів	1,1 0,9 1,0 1,1 1,2 0,9 1,1
2 опорос	до 12 голів	1,1 1,2 1,0 1,0 1,1 1,2 1,3
	більше 12 голів	1,0 1,1 0,9 1,1 1,2 1,1 1,0
3 опорос	до 12 голів	1,0 0,9 0,8 0,9 1,0 1,1 0,8
	більше 12 голів	0,9 0,8 0,7 0,9 1,0 0,9 0,8

7.Визначити частку впливу генотипу батька та рівня продуктивності матері на показник надою молока за першу лактацію первісток великої рогатої худоби

Плідник	Продуктивність матерів	Продуктивність первісток
№ 1	до 4000кг	3785, 3856, 3945, 3542, 3740, 3642
	більше 4000кг	4050, 4120, 4270, 3975, 3865, 4100
№ 2	до 4000кг	3856, 3745, 3640, 3960, 4100, 4020
	більше 4000кг	4200, 3980, 4450, 3980, 3760, 3880

8.Визначити долю впливу генотипу та довжину вовни вівцематок тонкорунної породи на показник настригу немитої вовни, кг:

Генотип	Довжина вовни, см	Настриг немитої вовни, кг
№1	до 7,5 см	4,2 3,9 3,8 4,0 4,0 3,9 3,9 4,0
	більше 7,5 см	4,3 4,5 3,9 3,7 4,2 3,9 4,1 4,4
№2	до 7,5 см	3,9 3,8 3,9 4,0 3,9 3,9 4,1 3,9
	більше 7,5 см	4,0 4,2 4,4 3,9 4,1 4,4 4,3 4,5

9. Визначити частку впливу генотипу та живої маси великої рогатої худоби червоної степової породи на показник добового надою, кг:

Лінія	Жива маса, кг	Добовий надій, кг
№ 111	до 480	18, 16, 17, 15, 20, 19, 19, 18, 17
	більше 480	20, 19, 21, 20, 19, 18, 20, 21 22
№ 222	до 480	17, 16, 18, 19, 20, 21, 17, 19, 20
	більше 480	22, 21, 20, 18, 17, 15, 18, 20, 18

10. Визначити вплив показників породності та живої маси нетелі в великій рогатої худоби на показник обхвату грудей, см:

Порода	Жива маса, кг	Обхват грудей, см
Симентальська	до 300 кг	138, 139, 140, 140, 139, 139, 137, 138
	більше 300 кг	139, 140, 139, 142, 140, 144, 139, 142
Джерсейська	до 300 кг	136, 136, 138, 140, 142, 139 137, 139
	більше 300 кг	142, 141, 139, 141, 143, 139, 144, 142

11. Визначити вплив показників довжини та товщини вовни на рівень настригу вовни ремонтних баранів таврійського типу асканійської тонкорунної породи

Довжина вовни, см	Товщина вовни, мкм	Настриг вовни, кг
до 9,5 см	до 20	10,0 8,0 9,5 10,0 8,0 8,5 9,0
	більше 20	10,0 9,5 10,0 11,0 11,5 9,5 10,5
більше 9,5 см	до 20	9,5 10,0 8,0 9,0 9,5 10,0 8,5
	більше 20	10,5 10,0 11,0 11,5 9,5 10,0 9,5

12. Визначити вплив породи та живої маси на показник несучості курей:

Порода	Жива маса, кг	Несучість, шт. яєць
Російська біла	до 1,8 кг	180, 195, 194, 201, 194, 188, 190, 185
	більше 1,8 кг	175, 168, 180, 178, 185, 169, 180, 175
Леггорн	до 1,8 кг	200, 205, 195, 196, 187, 195, 210, 200
	більше 1,8 кг	195, 185, 175, 185, 195, 190, 180, 187

13. Визначити вплив типу народження та складчастості шкіри овець на їх живу масу у віці 18 місяців:

Тип народження	Складчастість шкіри на шиї	Жива маса у 18 міс, кг
Одинці	1 складка	55, 52, 53, 55, 56, 55, 53, 55
	2 складки	53, 52, 53, 54, 51, 50, 53, 51
Двійні	1 складка	52, 53, 55, 56, 53, 51, 54, 55
	2 складки	53, 54, 56, 51, 55, 52, 54, 50

14. Визначити частку впливу породи та багатоплідності на живу масу поросят при відлученні:

Порода	Багатоплідність, голів	Жива маса при відлученні, кг
Ландрас	до 8 голів	17,8 19,5 18,2 19,2 17,6 18,3 20,0
	більше 8 голів	16,8 19,3 17,5 18,0 17,2 16,9 17,5
Дюрок	до 8 голів	15,7 15,0 14,8 15,2 15,7 15,3 15,7
	більше 8 голів	16,2 15,1 15,3 16,0 16,2 15,8 16,5

15. Визначити вплив продуктивності батьків на продуктивні якості овець

Настриг вовни, кг		Настриг вовни баранців, кг
батько	мати	
до 8,5 кг	до 4,0 кг	5,5 5,7 4,9 6,0 6,2 5,5 6,0 5,5 5,8 6,0 6,2
	більше 4,0 кг	6,0 6,5 6,8 7,2 7,0 6,5 6,3 6,6 7,0 7,5 6,8
більше 8,5 кг	до 4,0 кг	5,8 5,9 6,2 6,3 6,5 5,9 6,5 6,8 6,4 6,5 5,8
	більше 4,0 кг	6,8 7,5 7,7 8,0 7,4 7,7 7,2 6,9 7,2 7,3 6,0

Контрольні запитання

1. В чому сутність дисперсійного аналізу?
2. Яку дисперсію називають загальною, факторіальною, випадковою?
3. Які типи дисперсійних комплексів використовують у тваринництві?
4. Які операції проводять при підготовці дисперсійних комплексів?
5. З якою метою використовується критерій достовірності Фішера?

7. МОДЕЛЮВАННЯ СЕЛЕКЦІЙНИХ ОЗНАК СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ ТВАРИН

7.1. Моделі росту селекційних показників тварин і птиці

Науковці вважають, що індивідуальний ріст тварин у постнатальний період онтогенезу є продовженням поступового збільшення живої маси, яке почалося в зародковому стані. Воно відбувається закономірно і відповідно до генетичної програми, яка притаманна кожному біологічному виду. Фактично основними параметрами для вивчення та розрахунків є початкова (W_0) та кінцева (W_A) жива маса окремих особин. Ці показники тісно пов'язані з іншими проміжними величинами росту.

В теоретичних розрахунках дослідники визначали характерні особливості кривих росту живої маси великої рогатої худоби від народження до кінця періоду вирощування.

Проблема індивідуального росту організмів залишається найбільш актуальною. Цьому питанню присвячували власні дослідження багато вчених, науковців та виробників, але сутність самого процесу росту до цього часу є не досить вивченою. В одних випадках ріст розглядається як збільшення розмірів організму за всією функціональною живою масою, а в інших – як збільшення лише активних частин організму, яке призводить до збільшення вільної енергії (Шмальгаузен И.И., 1935). Іноді поняття росту зводиться до визначення збільшення анаболізму (асиміляції) над дисиміляцією або катаболізмом (КлевезальГ.А., 1975).

Поняття індивідуального росту організму також розглядається у двох наступних напрямках: 1) збільшення лише живої субстанції, головним чином, клітин і як наслідок загальне збільшення розмірів та маси організму, включаючи накопичення резервних речовин та

структурних матеріалів – води, жиру, мінеральних елементів та ін.; 2) накопичення в організмі будь – яких речовин пов'язано з метаболічними процесами, які обумовлюються особливостями генотипу та умовами життя (екзогенними факторами). Другий варіант ми вважаємо більш відповідним для практичного тваринництва.

У цьому випадку індивідуальний ріст тварини можна розглядати як вікові зміни, визначені в певних одиницях вимірювання, та зафіксованих цифрами. В господарствах ці дані отримують шляхом регулярних зважувань або вимірювань тварин через певні проміжки часу (кожні кілька годин, щодоби, тижня, місяця, року).

Так, вікові зміни живої маси великої рогатої худоби мають певну закономірність. Для кожного теляти на вирощуванні щомісячні зміни живої маси у графічній формі мають вигляд певної кривої. У теоретичних розрахунках така крива є плавною, а за практичними (емпіричними) даними дослідники отримували ламану.

Це пояснюється тим, що процеси росту організму, реалізації його спадкової інформації відбувається в різних умовах життя та під впливом багатьох ендогенних факторів. Залежно від дозувань та поєднань таких факторів, зміни маси організму та окремих його ознак відбуваються по-різному у конкретні періоди росту. Це створює певну випадковість коливань емпіричних значень індивідуального росту, що графічно має вираз ламаної лінії. За наявності оптимальних умов життя така ламана наближається до плавної теоретичної лінії.

Індивідуальний розвиток тварин (ссавців та птахів) відбувається у два основних періоди онтогенезу – ембріональний та постембріональний. Вікові зміни за цей час, починаючи від зиготи,

відбуваються за типом S- подібної кривої, спочатку ріст іде за принципом само прискорення, а потім самогальмування.

Ембріональний ріст живої маси відбувається одночасно з інтенсивною диференціацією зародка та плоду і має певний теоретичний інтерес. Але у практичному відношенні вивчення проходження цих процесів є складним, бо вони не піддаються безпосередньому контролю. Основним критерієм інтенсивності ембріонального росту тварин може були лише жива маса новонародженого.

Вивчення постнатального росту є доступним для обліку в усі періоди і має велике практичне та теоретичне значення. Одним з найбільш важливих є питання тривалості росту ссавців, зокрема, великої рогатої худоби, овець, свиней. Так, у великої рогатої худоби значне збільшення живої маси відбувається в середньому до 5-7-річного віку, але тварина може жити і до 12-20 та більше років. Окремі дослідники відзначали, що підвищення живої маса худоби може відбуватися і після 7-ми років, але лише у випадку утримання тварин в оптимальних умовах. Чисельні матеріали індивідуальних зважувань (повторно кожного року) демонструють, що нарощування живої маси тварин, які не підпадали під дію депресивних факторів, тривало майже до кінця їх життя, але дуже повільно. Такий тип росту отримав назву – асимптотичний, так як у математичному трактуванні він відповідає асимптотичній функції. Сутність цього явища полягає в тому, що вікові зміни ознаки спрямовані до певної межі, але особини не досягають її, теоретично ця межа досягається при безкінцево великому значенні аргументу – віку. В генетичному відношенні асимптота або межа росту, є спадково запрограмованим рівнем розвитку живої маси за оптимальних умов життя.

Згідно Н.А.Плохинського (1936, 1960, 1970), асимптотичний ріст виражений рівнянням, в якому швидкість росту пропорційна різниці між значенням функції в даному віці та її асимптоти.

Після народження жива маса тварин збільшується з відносно високою швидкістю, а потім інтенсивність росту поступово зменшується. Це було виражено диференціальним рівнянням:

$$\frac{d \cdot y}{d \cdot t} = k(A - y), \quad (128)$$

де, d – диференціал;

y – жива маса, кг;

k – швидкість росту;

t – вік;

A – найбільше, максимальне значення живої маси – асимптота, кг

Шляхом інтеграції цього рівняння Н.А. Плохинський вивів наступну формулу:

$$y = A - D \cdot 10^{kt}, \quad (129)$$

де: A – асимптота;

D – сума приросту від народження до зупинки росту;

k – константа, яка визначає постійний темп росту;

t – вік.

Технічне виконання таких розрахунків Н.А.Плохинський (1970) провадив користуючись допоміжною таблицею (табл. 40).

40. – Визначення емпіричного ряду живої маси (y) у різному віці (t), за асимптотичною функцією

Емпіричні значення					Теоретичні значення			
t	y	d	lgy	$lgD-lgy$	k^1	lgy^1	d^1	y^1

0	38	562	2,750	0,00	-	2,750	562	38
1	236	364	2,561	0,189	0,189	2,510	324	276
2	400	200	2,301	0,449	0,225	2,270	186	414
3	521	79	1,898	0,852	0,284	2,030	107	493
4	500	100	2,000	0,750	0,187	1,790	62	538
5	575	25	1,398	1,352	0,270	1,550	35	565
6	575	25	1,398	1,352	0,226	1,310	20	580
7	585	15	1,114	1,636	0,232	1,070	12	588
8	595	5	0,699	2,051	0,256	0,830	6,8	593,2
9	598	2	0,301	2,449	0,282	0,590	3,9	596,1
10	602	-	-	-	-	0,350	2,2	597,7
11	599	1	0,000	2,750	0,250	0,110	1,3	598,7

У розрахунках дослідника y – емпірична жива маса, кг; A – асимптота, дорівнювала 600кг; $D=A-y^0=600-38=562$ кг; $d=A-y$; k – константа росту, в середньому за одиницю періоду росту (за один рік) $\lg d = \lg D - kt$; t – вік тварини в роках, від народження; y^1 – теоретично розрахований показник живої маси за формулою:

$$y^1 = 600 - 562 \cdot 10^{-0.24}$$

Основною величиною у цих розрахунках була асимптота, тобто кінцевий показник росту вивчаємої ознаки. Визначення цієї величини у вказаному випадку не походить із формули росту, але надає можливість вирівнювати наявні емпіричні дані.

Чисельні значення асимптоти визначали двома шляхами: графічним – за Броді, та аналітичним – за Н.А.Плохинським.

Для проведення розрахунків першим шляхом необхідно було мати в якості похідних даних емпіричні значення живої маси (y) на всі вікові дати. Виходячи з цих даних, визначали кілька (не менше трьох) приблизні величин асимптоти (A). За кожною з них (590, 600, 610) знаходили різницю $A-y$, логарифми яких наносили на графік на осі ординат, а на осі абсцис – шкалу віку (абсолютних показників у роках або місяцях). Потім за кожною приблизною асимптотою вимальовували криву, і та з них, яка мала вигляд прямої лінії, вважалася істинною асимптотою.

Другим шляхом визначали асимптоту за формулою:

$$A = \frac{y_2^2 - (y_1 \cdot y_2)}{2y_2 - (y_1 + y_2)} \quad , \quad (130)$$

де, $y_1 - y_2$ – емпіричні значення живої маси, взяті через однакові, рівні проміжки часу. Такі розрахунки було необхідно проводити за всіма послідовно взятими трійками фактичної маси тварини за весь період росту і потім визначити середнє значення передбаченої асимптоти.

В обох випадках асимптоти розраховувались лише за умови емпіричних даних за весь період вирощування. Одночасно основною метою вивчення закономірностей росту було: пошуки шляхів прогнозування можливих значень максимальних або кінцевих живих мас за показниками маси тварин у молодому віці і на підставі таких даних розрахунок теоретичних показників живої маси на всі проміжні вікові дати.

7.2. Сучасні методи моделювання ознак сільськогосподарських тварин

У сучасних умовах ведення сільського господарства питання прогнозування продуктивності тварин є невід'ємною частиною ефективного використання генетичного потенціалу продуктивності різних видів, порід та типів. Так, виробництво м'яса безпосередньо пов'язане з ростом тварин, а саме з нарощуванням м'язової тканини. Тому, дослідження процесів росту, прогнозування живої маси і визначення оптимальних її меж для певних вікових періодів, є актуальним завданням.

Підвищення продуктивності тварин і птахів безпосередньо обумовлене використанням інтенсивних факторів, до яких відносяться досягнення генетики та біотехнології. Це дозволяє прискорити темпи селекційних процесів у лініях та популяціях.

Селекційне покращення обумовлено швидкістю зміни поколінь, точністю оцінки генотипу і прогнозування продуктивності тварин у ранньому онтогенезі. При цьому, якщо швидкість зміни поколінь переважно обумовлена видовими особливостями та її можна прискорити біотехнологічними прийомами (трансплантація зигот, ембріогенетика), то підвищення точності оцінки генотипу є основним шляхом удосконалення методів селекції.

У наш час неможливо уявити вагомого наукового дослідження у тваринництві, в якому не були б використані ті чи інші прийоми моделювання процесів.

Ріст організму – це важлива складова його розвитку, яку досліджують за допомогою найпростіших приладів. Зважування є найбільш простим методом визначення загальної величини тварини і відповідно росту. Воно може бути виконано з найбільшою точністю і характеризує зміни маси організму, що росте.

Ріст, подібно до інших біологічних процесів, має певні закономірності. Для визначення загальних закономірностей росту тварин та їх особливостей запропоновано багато методів математичної і графічної обробки емпіричних даних з використанням відповідних формул. Одним з найбільш важливих аспектів онтогенезу є прогноз основних змін та кінцевих показників живої маси тварин за їх початковою величиною. Для цього використовують методи, які є математичним узагальненням емпіричних даних. Рівняння росту, згладжуючи окремі відхилення, визначає загальну тенденцію вікових змін, які є характерними для того чи іншого біологічного об'єкту. Чим точніше визначена така тенденція чи траєкторія росту, тим надійнішими будуть результати прогнозування вікових змін, за умови, якщо загальний рівень утримання і годівлі впродовж онтогенезу буде відносно сталим. Саме такі обставини були підставою для розвитку моделювання процесів росту.

З метою оцінки і прогнозу маси тварин у джерелах літератури вказуються такі моделі та їх модифікації (табл. 41).

Математичні розрахунки за формулами проводяться з використанням ПСВМ та програмованих калькуляторів, за допомогою спеціальних програм. Методика розрахунків полягає в тому, що знаючи показників перших 3-4 декад, або місяців можна розраховувати подальші показники на період до закінчення періоду росту. Порівняння теоретичних – математично розрахованих показників з фактичними – емпіричними, дозволяє зробити висновок про точність прогнозування. Модель вважається точною, якщо похибка прогнозу не перевищує 5% від фактичних показників продуктивності.

Так **логістичну модель** (формула 131) використали для прогнозування змін показників живої маси птиці у різному віці та отримали наступні показники (табл. 42), асимптота (w_f) 2100г.

42. – Точність використання логістичної моделі

Показники живої маси, г	Вік, тижнів						
	1	2	3	4	5	6	7
Факт	157,0	293,0	439,0	685,0	932,0	1214,0	1435,0
Прогноз	171,18	276,47	437,76	655,38	921,22	1204,95	1467,30
Похибка, %	+9,03	-5,64	-0,28	-4,32	-1,16	-0,75	+2,25

Програма автоматично визначила експоненційну швидкість росту (-0,2362) та кінетичну (1,2880). Похибка прогнозованих показників живої маси у віці 1 та 2 тижнів перевищує 5% порогу вірогідності. У наступні вікові періоди прогнозовані показники близькі до фактичних. У віці 1 та 7 тижнів прогноз перевищує фактичні показники живої маси. Точність прогнозу підтверджують і графіки живої маси (рис. 11), побудовані за даними фактичних – ряд 1, та розрахункових – ряд 2, показників живої маси птиці у віці від 1 до 7 тижнів.

Аналогічні дослідження з використанням формули моделі росту птиці **Т.К. Бріджеса** (формула 132) проведено на кросі «Смена» і точність прогнозу перевищує показники логістичної моделі (табл. 43), асимптота (w_f) 3500г, $t_0=-3$, $t=7$.

43. – Точність використання моделі Т.К. Бріджеса

Показники живої маси, г	Вік, тижнів						
	1	2	3	4	5	6	7
Факт	152,0	290,0	439,0	665,0	910,0	1167,0	1390,0
Прогноз	157,54	280,56	444,85	649,09	888,83	1156,68	1442,94
Похибка, %	+3,64	-3,25	+1,33	-2,39	-2,33	-0,88	+3,81

41. – Моделі прогнозування динаміки живої маси

Модель	Формула	Параметри моделі
Логістична (рівняння Ферхюльста)	$W = \frac{W_f}{1 + 10^{K+\alpha t}} + W_o \quad (131)$	<p>W - маса в час t $W_o A_o$ - початкова жива маса W_f - маса в зрілому віці – асимптота</p>
Т.К.Бриджеса	$W = W_f (1 - e^{-\alpha(t+t_0)^K}) \quad (132)$	<p>t – час досліді t_0 – період ембріонального розвитку</p>
Модифікації Т.К.Бриджеса	$W = W_f - (W_f - W_o)e^{-\alpha t^K} \quad (133)$	<p>K, α та B – параметри росту V_o - початкова швидкість росту</p>
	$W = W_f \left(\frac{W_o}{W_f}\right) \exp(-\alpha t^K) \quad (134)$	
	$W = W_f (1 - e^{-\alpha t^K}) \quad (135)$	
С.Броді	$W = W_f - B e^{-Kt} \quad (136)$	
В.І.Рясенко	$W = A_o + p \left(e^{V_o - K} - \frac{e^{Vt}}{e^K} \right) \div \left(1 - \frac{1}{e^K} \right) \quad (137)$	<p>p – критерій росту Vt - швидкість зростання живої маси в даному віці Δt - тривалість росту e та \exp – математичні константи</p>

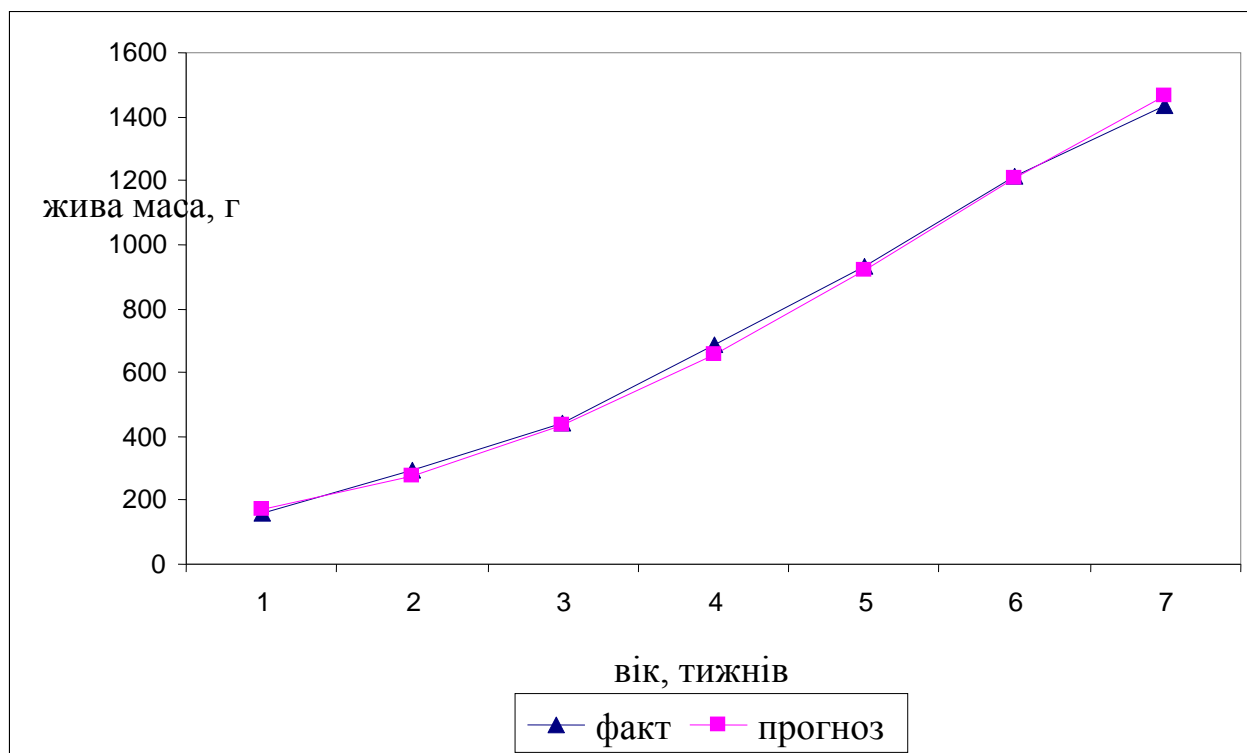


Рис. 11. Графік живої маси при оцінці точності логістичної моделі

Показники розрахованих коефіцієнтів становлять: кінетична (2,669) та експоненційна (0,999) швидкості росту птиці. Похибка прогнозу в усі вікові періоди не перебільшує 5%, що говорить про точність прогнозу та ефективність використання моделі Т.К. Бриджеса для прогнозування живої маси птиці, підтверджено графіком на рис. 12.

Математична модель прогнозування росту будується на підставі знань про закономірності росту та розвитку тварин. Якщо проаналізовані моделі використовувати з метою прогнозу росту коней, великої рогатої худоби, овець та свиней, то точність прогнозу буде невеликою. Тому для передбачення їх показників живої маси створені окремі **модифікації моделі Т.К. Бриджеса** (формули 133-135).

Результати прогнозування живої маси свиней української степової білої породи наведено в таблиці 44 та рисунку 13, в моделі

прийнята початкова жива маса поросяти (w_0) 3,5 кг, а асимптота (w_f) 300 кг.

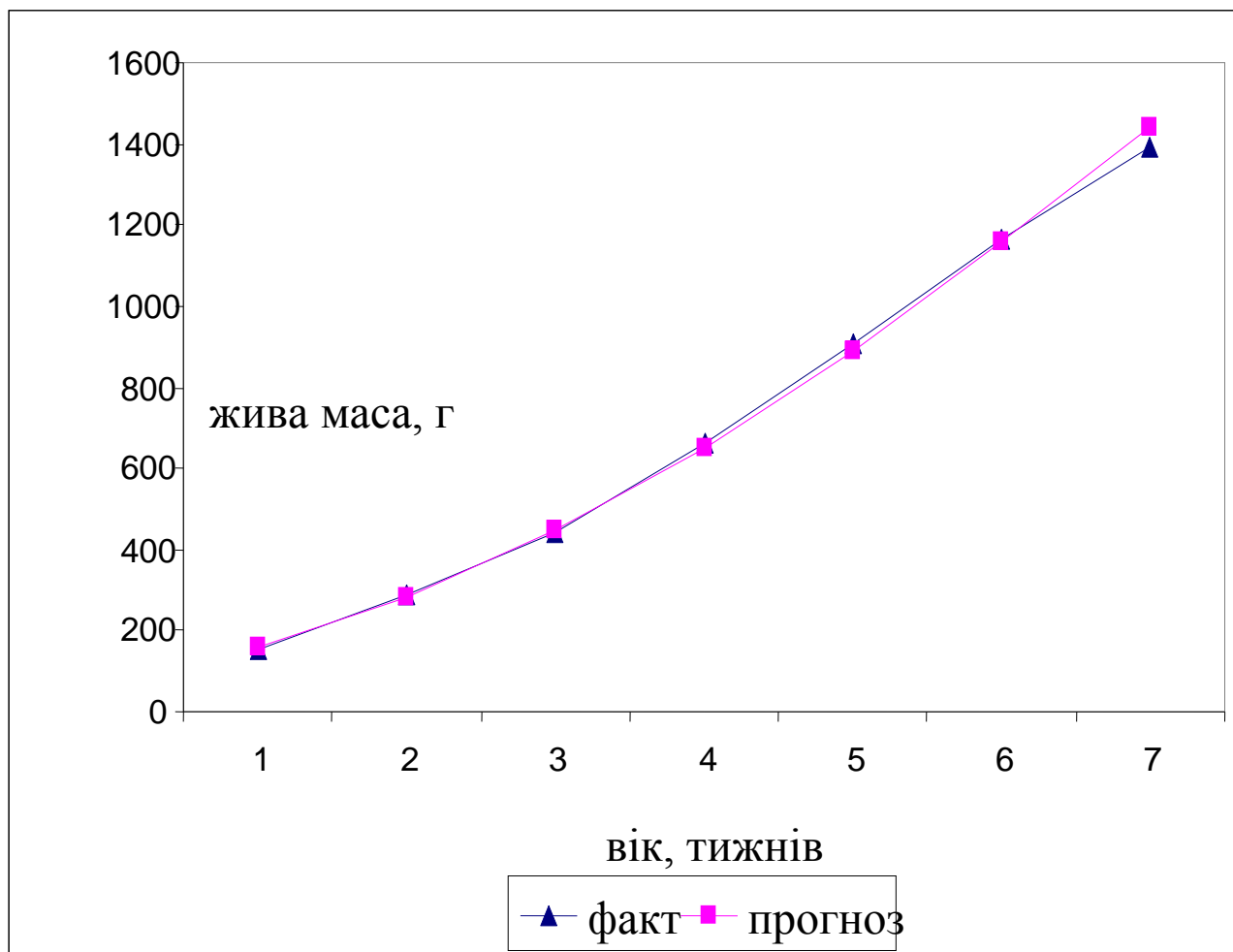


Рис. 12. Порівняльний графік прогнозу живої маси за моделлю Т.К. Бріджеса

Для свиней α дорівнює 0,0148, а k 1,6098, дослідження проводилися на свинках, точність прогнозу до 6-місячного віку висока, похибка не перебільшує 5% порога вірогідності. Найбільша похибка у віці 6 місяців становить 13,76%, і це пов'язано з фізіологічними особливостями тварин та процесом статевого дозрівання. Ці зміни пов'язані і зокрема, з досягненням статевої зрілості, і не враховуються в математичній моделі, так само як

простудні захворювання тварин, нестача кормів та вплив стресів. Загальна похибка прогнозу становить 5,82%.

44. – Точність використання модифікації моделі Т.К. Бріджеса

Показники живої маси, кг	Вік, місяців							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Факт	6,18	14,02	25,86	40,96	52,55	62,43	93,07	113,46
Прогноз	5,89	14,70	26,34	39,98	55,04	71,02	87,49	104,12
Похибка, %	-4,69	+4,85	+1,85	-2,39	+4,74	+13,76	-5,99	-8,23

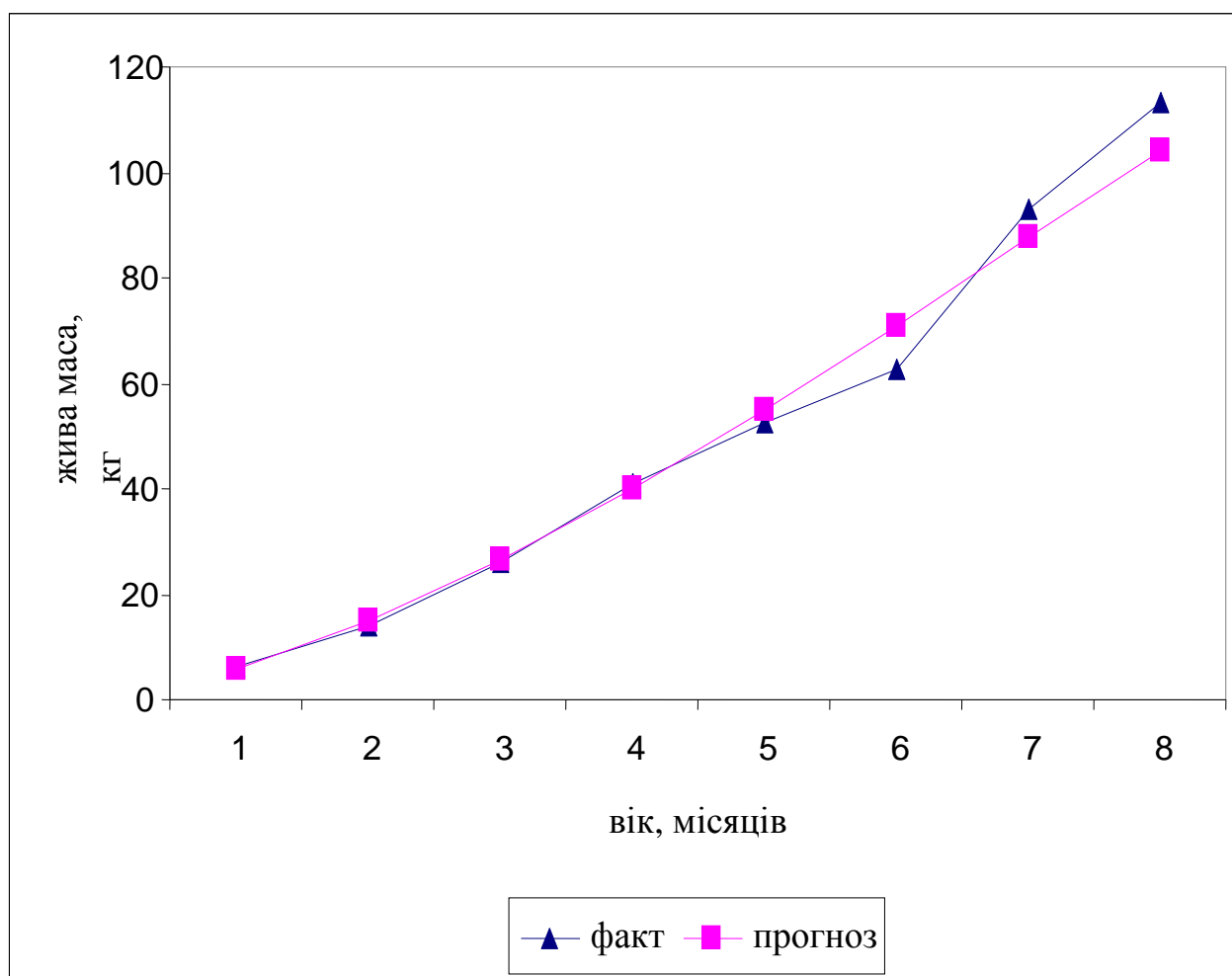


Рис.13. Графік оцінки точності прогнозу живої маси свиней за модифікацією моделі Т.К.Бріджеса

Велика рогата худоба має свої особливості росту та розвитку, які відрізняються від закономірностей, притаманних свинням.

Прогнозування показників живої маси великої рогатої худоби проводять за формулою С. Броді (136).

Прогнозування живої маси бугайців червоної степової породи, за показниками живої маси у перші три місяці вирощування, надало наступні результати (табл. 45, рис. 14), початкова жива маса тварин (w_0) 30кг, а асимптота 750кг.

45. – Точність використання моделі С. Броді

Показники живої маси, кг	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
Факт	100	185	298	400	460	540	560
Прогноз	94,14	176,46	311,40	414,59	493,50	553,85	600,00
Похибка, %	-5,86	-4,62	+4,50	+3,65	+7,28	+2,56	+7,14

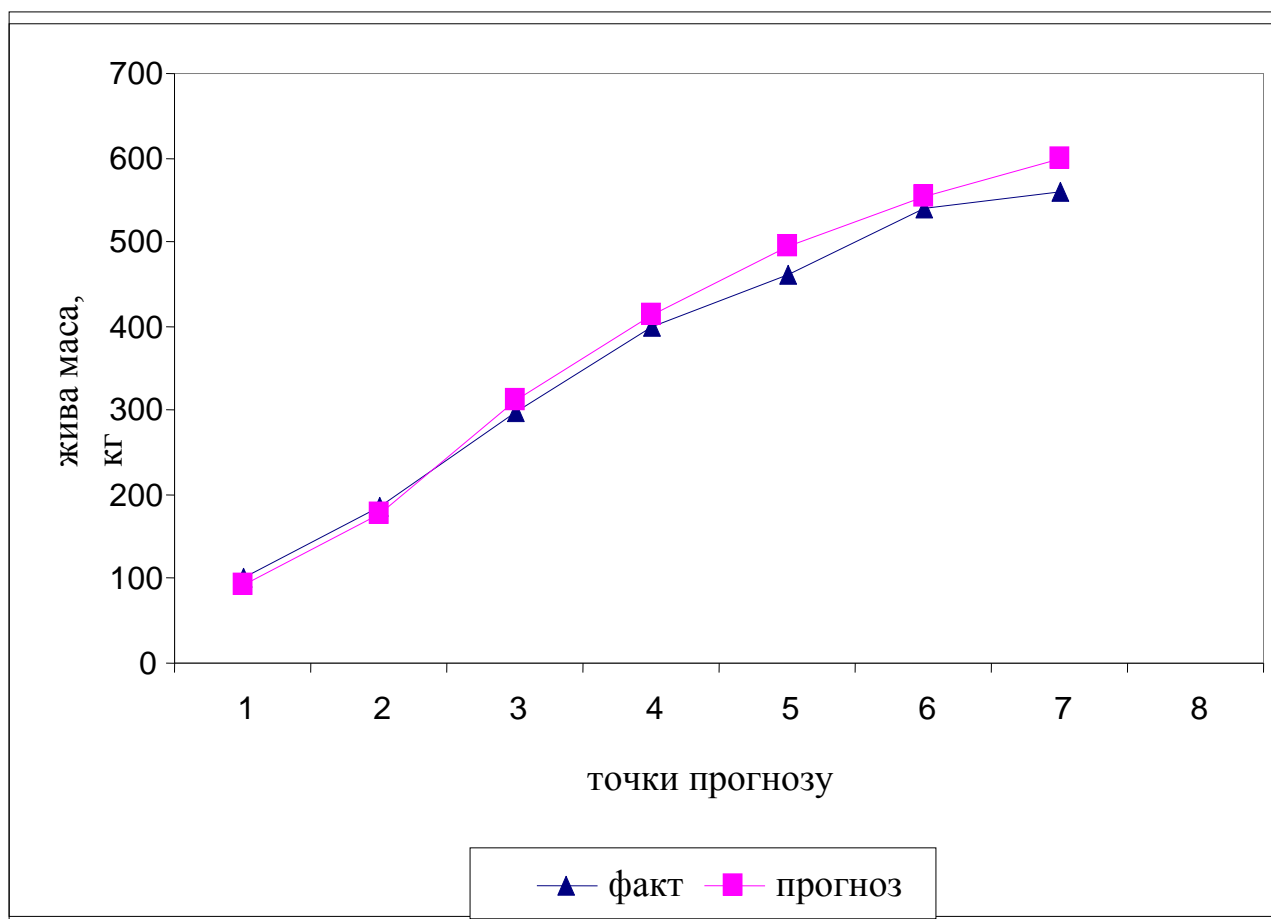


Рис.14. Модель росту великої рогатої худоби за С. Броді

Точність прогнозу до 18 місяців (4 точки) близька до порогового значення (5%), але в подальшому прогнозування є менш точним. Експоненційна та кінетична енергії росту дорівнюють 1146,96 та 0,1447, відповідно.

Продуктивність сільськогосподарських тварин різноманітна, тому математично моделювання використовують не лише для прогнозування показників живої маси, але й для попередньої оцінки молочної продуктивності (прогноз лактаційної кривої), кривої несучості.

Модель С. Броді (формула 136), дозволяє, на підставі фактичних показників лактації за перші три місяці, оцінити подальшу продуктивність молочної худоби (табл. 46, рис.15), асимптота визначена на рівні 3410кг.

46. – Точність використання моделі С. Броді

Надій молока, кг	Місяці лактації									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Факт	327	355	338	311	280	250	221	194	170	147
Прогноз	302	337	310	310	279	248	219	192	167	145
Похибка, %	-7,64	-5,07	-8,28	-0,32	-0,36	-0,80	-0,90	-1,03	-1,76	-1,36

Фактично прогнозування надою молока ведеться на підставі 3-перших місяців лактації і прогнозуються з 4-го по 10-ий місяці, похибки прогнозів для вказаних місяців не перебільшують 2 відсотків. Продуктивність прогнозована за формулою С.Броді вірогідно підтверджується фактичними показниками надою молока. Високу точність моделі підтверджує і графік (рис.15).

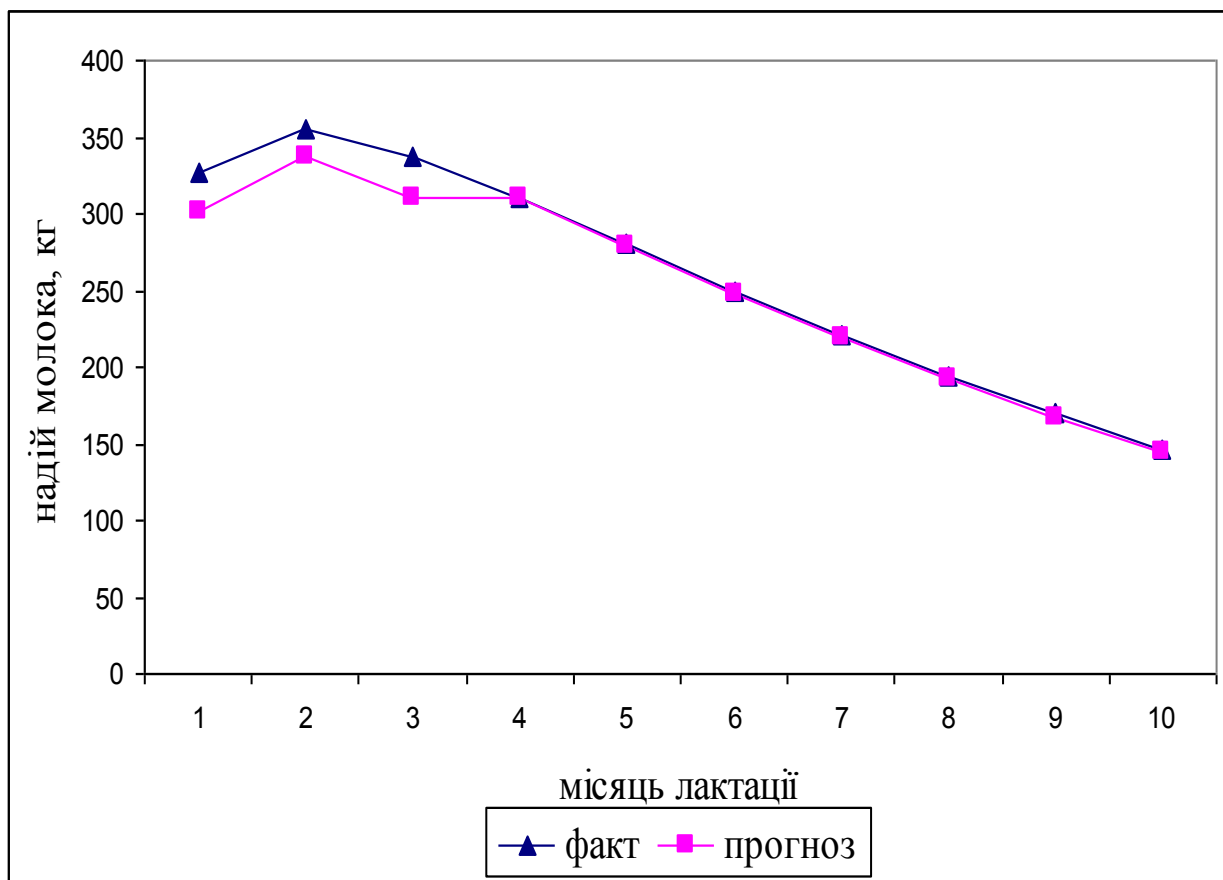


Рис.15. Моделювання лактаційної кривої великої рогатої худоби.

При проведенні моделювання лактації також визначається експоненційна та кінетична енергії нарощування надою, які становили 0,1008 та 1,1469, відповідно.

Оцінюючи ефективність використання моделі С. Броді (136) для прогнозування живої маси та молочної продуктивності великої рогатої худоби виявлено, що модель є більш ефективною для прогнозування лактації.

Модель В.І. Рясенко (формула 137) призначена для прогнозування живої маси великої рогатої худоби різної статі на підставі даних про живу масу під час народження і в тримісячному віці, також прогнозу лактаційної кривої за даними надою за перші два місяці.

Так, прогноз живої маси корів холмогорської породи, за умови нормального росту, і значеннях параметрів формули: $w_0 = 36$, асимптота (w_f) 750кг, $p = 1$, а $\Delta t = 108$, має наступний результат (табл. 47, рис.16.)

47. – Прогноз живої маси за моделлю В.І. Рясенко

Показники живої маси, кг	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
Факт	96	165	280	394	456	524	558
Прогноз	98,0	162,20	275,05	369,93	449,71	516,79	573,19
Похибка, %	+2,08	+1,69	+1,77	+6,11	-1,38	-1,37	+2,72
Швидкість росту	3,1209	3,0342	2,8608	2,6874	2,5141	2,3407	2,1673

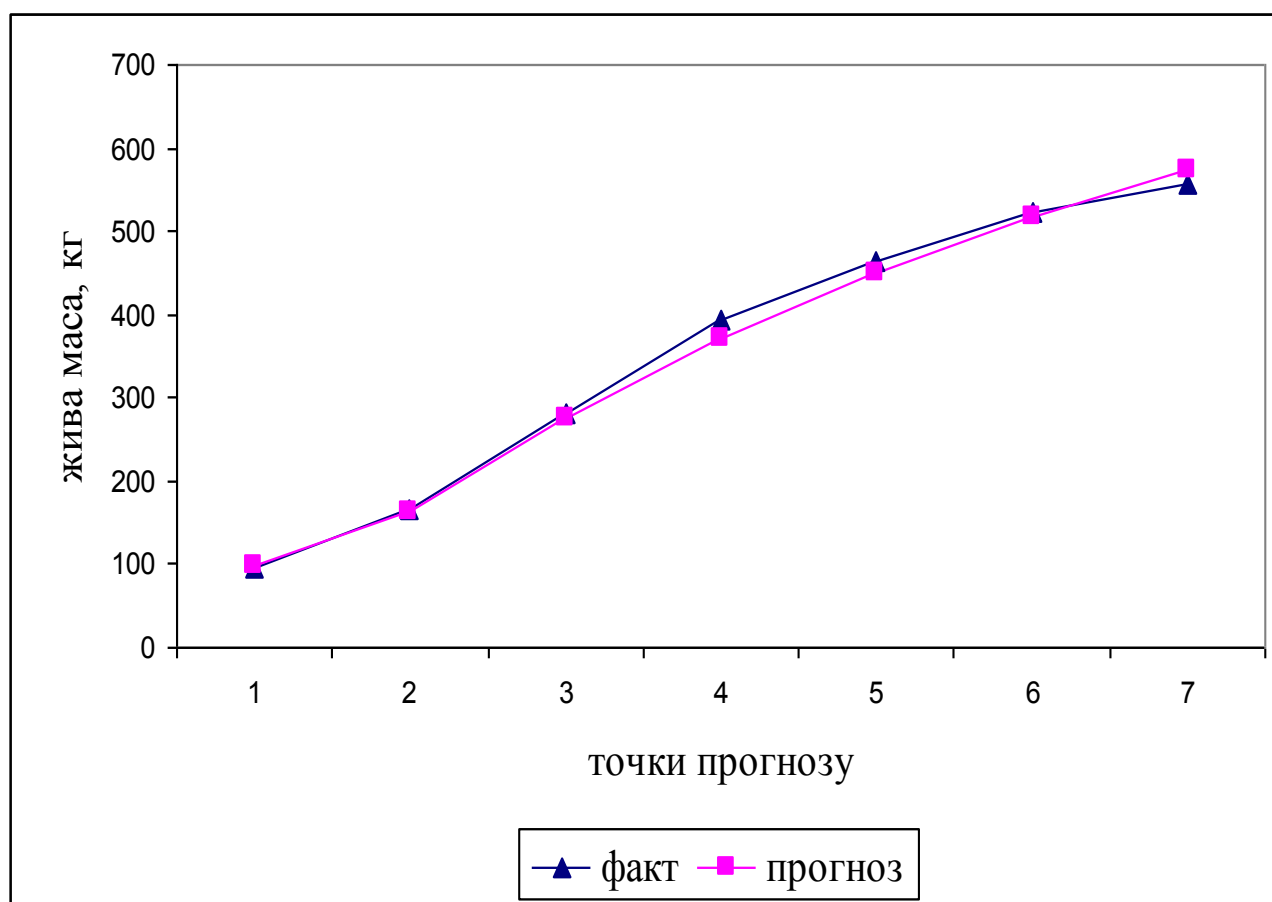


Рис. 16. Прогноз живої маси за моделлю В.І. Рясенко

Початкова швидкість росту становить $v_0 = 3,1209$, а кінетична енергія $K = 0,0289$. Точність прогнозування відповідає вимогам до біологічних досліджень. Модель В.І. Рясенко може мати модифікації залежно від статі тварин та особливостей росту (табл. 48).

48. – Індeksi параметрів моделі В.І. Рясенко

Мета прогнозування	Самки		Самці	
	p	Δt	p	Δt
Нормальний ріст	1	108	1	72
Прискорений ріст	1	72	1	48
Молочна продуктивність	120	19	-	-

Практичне використання моделей різними дослідниками показали, що логістична модель, модель Т.К. Бріджеса та С.Броді створювались та найбільш результативно використовуються для прогнозування живої маси птиці, причому живу масу беруть у грамах, у формулі врахований і ембріональний період розвитку курей. Живу масу свиней також можна моделювати, показник вивчають у кілограмах. Моделювання є точним, так як враховує високі темпи росту цих біологічних об'єктів: їх жива маса зростає в перші періоди життя в кілька разів – за чіткою прогресією.

Одну з модифікацій Т.К.Бріджеса та модель В.І.Рясенко було апробовано на вівцях.

Для прогнозування молочної продуктивності широко використовують модель В.І. Рясенко, при цьому максимальний надій за лактацію (W_f) розраховують за формулою:

$$A_o = \frac{A^*}{t^*} t, \quad (138)$$

де A_o – максимальний очікуєий надій молока за лактацію;

A^* - сума щомісячних надоїв з початку лактації, включаючи

максимальний місячний надій, у віці t^* ;

t – тривалість лактації, місяців.

Ця модель дозволяє прогнозувати та попередньо оцінювати надій великої рогатої худоби за фактичним показником перших двох місяців лактації.

Для прогнозування яєчної продуктивності, з урахуванням віку птиці найбільш ефективною виявилась модель Мак-Мілана. Ця модель характеризує норми нарощування та спада яєчної продуктивності, теоретичний пік інтенсивності, потенційну та фактичну продуктивність птиці. Причому висока точність прогнозу та параметрів кривих яєчної продуктивності є характерними як для високопродуктивних, так й низькопродуктивних кросів птиці.

Перевірка моделі Мак-Мілана продемонструвала, що вона дозволяє описувати за допомогою розрахованої кривої фактичну інтенсивність яєчної продуктивності з точністю до 94...95%. Розрахунок коефіцієнту кореляції свідчить про те, що параметри моделі в ряді випадків високо корелюють з фактичною яєчною продуктивністю птиці: так теоретично розрахований пік яєчної продуктивності та яєчна продуктивність за рік: час настання піку продуктивності +0,49, норма спаду - -0,85.

Модель Мак-Мілана вважається перспективною, оскільки є достатньо чутливою до потенційних можливостей птиці та надає достатню кількість параметрів кривої яєчної продуктивності, які можуть слугувати тестами високої чи низької продуктивності. Тому можна рекомендувати використання даного типу для характеристики генетичного потенціалу дослідної вибірки птиці з метою оптимізації селекційних програм, спрямованих на підвищення яєчної продуктивності птиці. Сама модель має вигляд:

$$N_t = V(1 - e^{-\xi(t-t_0)})e^{-\alpha t}, \quad (139)$$

де, N_t - кількість яєць за певний час;

- ξ – норма нарощування яєчної продуктивності;
- α - норма спада яєчної продуктивності;
- t – тривалість продуктивного періоду;
- t_0 – теоретичний початок яєчної продуктивності;
- V – потенційний максимум яєчної продуктивності.

У практиці тваринництва важливе значення має визначення показників, що дозволяють у ранньому віці оцінити майбутню продуктивність тварин. Однак відомо, що на ріст, розвиток, реалізацію спадкової інформації, формування фенотипу має вплив багато паратипових факторів, тому емпіричний шлях найбільш повної оцінки генотипу тварин за їх фенотипом є малоефективним. В період росту та розвитку тварин йде процес формування фенотипу: взаємодії генотипу та середовища. Тому став потрібен підхід для обґрунтування добору тварин бажаного типу за м'ясною продуктивністю і з метою кількісного прогнозування приростів їх живої маси. Існуючі методи прогнозування живої маси не завжди дають бажаний результат, тому вивчення цієї проблеми залишається актуальним.

Дослідження виявили доцільність використання критерію напруги росту, що визначає спад показника енергії росту в суміжні періоди, з метою оптимізації селекційних програм із збільшення виробництва м'яса. Для визначення окремих особин та їх груп, що мають високу інтенсивність росту й досягають максимальної живої маси в найкоротший термін, проводять індивідуальний розрахунок параметрів напруги росту (Wt), з використанням степенної функції :

$$W_t = W_K + p(t - t_K)^\alpha, \quad (140)$$

- де t – вік визначення живої маси, тижнів або місяців;
 t_K – вік визначення початкової живої маси (приклад: у птиці 2 тижні);
 W_K, W_t - маса тварини у відповідному віці;

α – параметр напруги росту;

p – параметр теоретичного початку кривої росту.

Запропонована модель дозволяє з досить високою точністю розрахувати значення прогнозованої живої маси, виходячи з показників початкового періоду вирощування.

Методика виконання типового завдання

Прогнозування живої маси поросят за моделлю Бріджеса (модифікована).

Авторським колективом науковців Херсонського державного університету (Плоткін С.Я., Коваленко В.П. та ін.) розроблена спеціалізована програма прогнозування живої маси тварин за даними перших трьох точок. Тобто, для прогнозу живої маси у різні місяці вирощування поросят потрібні дані їх приросту за перші три місяці вирощування.

Усі розрахунки проводяться в системі MATHCAD, введення даних за допомогою матриці дозволяє зробити індивідуальний прогноз одразу для тварин, які складають окрему групу. У нашому прикладі ми прогнозуємо масу поросят великої білої породи, які народилися в одному гнізді.

Алгоритм дій:

1. Після заходження в систему MATHCAD створюємо матрицю, для внесення похідних даних живої маси поросят у перші три місяці вирощування, та при наявності даних щомісячного зважування у наступні місяці. Живу масу кожного поросяти в дослідний період записуємо у стовпчики, згори донизу, так для третього поросяти це: 1,8; 6,9; 15,7; 25,3; 25,3; 46,3; 66,7; 85,8.

2. В останню, підсумкову таблицю ми вносимо дані порядкового номеру особини, живу масу якої прогнозують, у

нашому випадку це 3, тому $h \equiv 3$. Кількість точок, за якими буде проведено прогнозування 3 або 4, ми прогнозуємо масу поросяти за трьома першими місяцями вирощування, тому $Pr \equiv 3$. Останньою вказуємо асимптоту, яку автори програми визначають, як M . За попередніми розрахунками вона становила 305кг. Відповідно $M \equiv 305$.

$$V := \begin{pmatrix} 1.14 & 1.4 & 1.8 & 1.56 & 1.32 & 1.19 \\ 7.7 & 8.1 & 6.9 & 7.6 & 7.1 & 7.4 \\ 15.8 & 18.6 & 15.7 & 17.1 & 17.6 & 15.5 \\ 25.3 & 28.6 & 25.3 & 28.3 & 26.3 & 26.3 \\ 47.6 & 46.1 & 46.3 & 48.6 & 48 & 47.3 \\ 66.9 & 69.7 & 66.7 & 68 & 69.9 & 67.08 \\ 85.8 & 84.2 & 85.8 & 84.9 & 86.5 & 84.8 \end{pmatrix} \quad T := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\alpha := 0.5 \quad \mu := 0.01$$

$$Z := V^{(h)} \quad m := \text{length}(T) \quad i := 1..m \quad m = 7 \quad S(\alpha, \mu) := \sum_{t=1}^{Pr} \frac{[M \cdot (1 - e^{-\mu \cdot t^\alpha}) - Z_t]^2}{(Z_t)^{1.75}}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \mu \end{pmatrix} := \text{Minimize}(S, \alpha, \mu)$$

3. Використовуючи введені дані перших трьох місяців вирощування поросяти №3 за моделлю Бріджеса, та її авторської модифікації, програма визначає відповідність прогнозованої – «расч. Маса», до фактичної – «експ.», та відхилення у відсотках – «Sr». Ці дані автоматично виносяться у підсумкову таблицю.

4. Автоматизована система моделювання, на підставі даних живої маси тварини, за даними перших трьох точок, визначає експоненційну (α) швидкість росту, яка дорівнювала 1,992; кінетичну енергію росту, яку автори програми описали символом μ , яка становить 0,06. Співвідношення відповідних величин у такому разі дорівнює 339,964.

$$\alpha = 1,992$$

$$\mu = 0,06$$

$$\alpha/\mu = 339,964$$

$$N(t) := M \cdot \left[1 - e^{-\mu \cdot (t)^\alpha} \right]$$

$$B := ("№ \text{ Мес}" \quad "№ \text{ экп}" \quad "№ \text{ расч}" \quad "Ст") \quad L_1 := N(T_1)$$

$$A := \text{augment} \left(T, Z, L, \frac{Z - L}{Z} \cdot 100 \right)$$

$$V := \text{stack}(B, A)$$

$$RN := \text{corr}(Z, L)$$

$$\Delta t := \frac{Z_2 - Z_1}{(Z_2 + Z_1) \cdot 0.5} - \frac{Z_3 - Z_2}{(Z_3 + Z_2) \cdot 0.5}$$

$$\text{ИФ} := \Delta t \cdot 100$$

$$\text{СП} := \frac{Z_3 - Z_1}{60}$$

$$\text{ИР} := \frac{\text{СП}}{1 + \Delta t}$$

$$\text{ВП} := \frac{Z_3 - Z_2}{(Z_3 + Z_2) \cdot 0.5}$$

$$\text{ИН} := \frac{\Delta t}{\text{ВП}} \cdot \text{СП}$$

$$\text{AdN} := \frac{1}{m} \cdot \sum_i |A_{i,4}|$$

$$\Delta t = \blacksquare$$

$$k := 1..3 \quad X_k := \ln(k) \quad Y_k := \ln(Z_{k+1} - Z_1) \quad p := e^{\text{intercept}(X, Y)} \quad a := \text{slope}(X, Y)$$

Όδϊόεà Áδèäæåñà

$$N(t) = M \cdot \left[1 - e^{-\mu \cdot (t)^\alpha} \right]$$

$$\alpha = \blacksquare$$

$$\mu = \blacksquare$$

$$\frac{\alpha}{\mu} = \blacksquare$$

5. Запропонована програма одночасно дозволяє визначати інші показники: кореляцію між експоненційною та кінетичною енергіями росту, середнє абсолютне відхилення, інтенсивність формування, індекс рівномірності, середньодобовий темп росту, загальний темп нарощування, індекс напруженості росту, відносний темп росту та напругу росту. Ці параметри характеризують особливості росту як окремої тварини, так і окремих груп, продуктивність яких досліджується.

Відсутність україноомовного забезпечення призвела до необхідності введення термінології та позначення російською мовою.

6. Останньою фазою є створення підсумкової таблиці прогнозу для окремого поросяти та порівняльного графіку прогнозованої і фактичної динаміки живої маси тварини (рис 17).

h = 3

İđāīç ĩ

Pr = 3 òı-èàì

M = 305

№ Мес	Nэкп	Nрасч	Sr		
1	1,8	1,78	0,99	al	1,99233
2	6,9	7,03	-1,88	mu	0,00586
3	15,7	15,54	1,01	al/mu	339,964
4	25,3	27,02	-6,81	a	1,39665
5	46,3	41,09	11,25	p	5,14775
6	66,7	57,30	14,09	dt	0,39365
7	85,8	75,15	12,41	ИР	0,16623
				СП	0,23167
9				ВП	0,77876
10				ИИ	0,1171
11				M	305
12				Sr	4,84315
				AdN	6,91878
				RN	0,99794
				ИФ	39,3653

(V R)

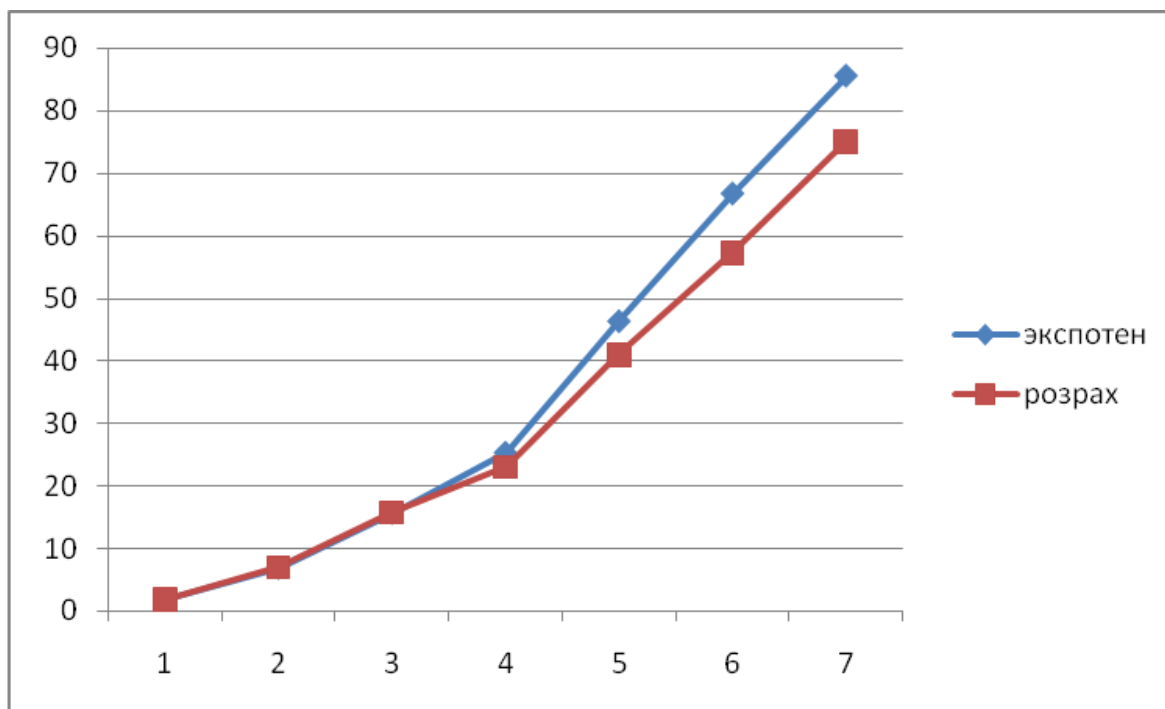


Рис. 17. Прогноз показників росту поросяти № 3

Самостійна робота

Користуючись моделлю Бріджеса та програмним забезпеченням в системі MATHCAD, проведіть прогнозування живої маси сільськогосподарських тварин та птиці. Визначте похибку прогнозу та зробіть висновок про ефективність використання моделі в кожному випадку окремо. Для прогнозування використовуйте дані перших трьох та чотирьох періодів вирощування.

1. При вирощуванні курчат яєчного кросу у фермерському господарстві були отримані наступні дані індивідуальної живої маси, г:

№ з/п	Вік, тижнів						
	1	2	3	4	5	6	7
1	152	289	425	460	870	987	1245
2	150	290	430	650	910	1057	1340
3	148	270	430	590	905	1030	1270
4	154	294	450	670	950	1130	1290

2. У племінному господарстві при вирощуванні підсвинків породи УСБ, відібраних з одного гнізда, були отримані наступні показники живої маси, кг

№ з/п	Вік, місяців							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,12	14,01	25,71	40,78	52,45	62,41	93,05	113,21
2	6,09	13,87	24,62	39,89	52,55	63,20	93,66	112,86
3	6,48	14,53	25,88	41,15	53,12	63,44	94,05	114,03
4	6,25	14,62	25,45	40,64	53,48	63,38	93,85	113,75

3. При вирощуванні молодняку великої рогатої худоби червоної степової породи були отримані наступні дані, кг:

№ з/п	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
1	99	185	298	400	455	535	560
2	100	187	304	403	461	542	564
3	99	186	304	406	458	547	563
4	98,5	189	303	405	460	542	566

4. При вирощуванні молодняку овець таврійського типу асканійської тонкорунної породи, були отримані наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	20	22	29	32	37	42	46	48	51	
2	20	27	30	38	43	52	55	57	60	
3	22	30	34	38	42	46	48	51	53	
4	24	30	34	38	44	48	52	55	57	

5. При вирощуванні курчат-бройлерів на птахофабриці отримали наступні показники живої маси, г:

№ з/п	Вік, тижнів							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	160	269	442	666	912	1165	1140	1765
2	155	258	440	645	910	1150	1138	1678
3	158	261	438	659	915	1170	1145	1800
4	162	278	455	670	950	1177	1165	1820

6. При вирощуванні племінного молодняку великої білої породи свиней в умовах племпідприємства отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,05	13,85	24,78	40,39	53,23	62,44	93,45	115,45
2	6,32	14,02	25,22	41,12	53,24	61,75	92,88	114,38
3	5,98	13,47	24,63	39,74	52,95	61,89	92,76	113,84
4	6,21	13,77	24,65	40,48	53,48	61,48	93,47	114,69

7. При вирощуванні телиць молочної худоби отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
1	100	190	300	408	460	530	560
2	102	195	302	410	468	535	567
3	98	194	301	409	458	525	535
4	101	192	304	405	455	532	561

8. При вирощуванні молодняку овець таврійського типу асканійської тонкорунної породи, були отримані наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	25	25	33	37	42	47	52	53	55	
2	22	24	29	34	39	44	49	51	53	
3	25	26	30	35	42	48	53	55	59	
4	25	26	39	49	51	52	53	54	56	

9. При вирощуванні курчат у фермерському підприємстві отримали наступні показники живої маси, г

№ з/п	Вік, тижнів						
	1	2	3	4	5	6	7
1	148	269	415	620	860	969	1232
2	150	278	425	623	905	1031	1288
3	139	258	424	578	894	1012	1180
4	145	294	430	635	935	1110	1255

10. При відгодівлі підсвинків трьохпородного кросу свиней отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5,85	13,75	22,56	41,13	51,89	61,43	91,66	110,45
2	6,09	14,56	23,23	40,65	52,33	62,69	93,36	112,77
3	6,28	14,13	25,36	40,88	52,92	63,69	94,25	113,73
4	6,15	14,52	23,95	41,75	52,48	62,98	93,75	112,77

11. На відгодівлі бугайців, виведених шляхом промислового схрещування, отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
1	99	191	300	410	464	544	589
2	98	188	299	402	451	522	544
3	100	184	300	404	448	537	539
4	100	179	308	425	458	533	565

12. При вирощуванні кросбредних овець у приватному господарстві були отримані наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	22	24	30	34	39	44	48	51	55	
2	21	26	30	36	40	45	56	58	64	
3	20	28	32	38	42	46	50	54	59	
4	23	27	31	36	41	48	52	56	60	

13. При проведенні контрольної відгодівлі підсвинків великої білої породи, витчизняної селекції отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	6,02	12,75	21,77	42,11	50,69	60,13	90,44	100,35
2	6,00	13,79	22,13	40,35	51,55	64,15	92,66	110,47
3	6,08	14,03	25,30	41,00	52,22	63,09	91,95	109,73
4	6,25	14,50	24,95	42,76	53,74	62,68	92,88	112,33

14. При спрямованому вирощуванні телиць молочної породи отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців						
	3	6	12	18	24	30	36
1	89	164	285	378	421	511	553
2	95	171	277	384	433	521	541
3	96	169	275	380	418	518	554
4	98	168	282	385	436	514	546

15. При оцінці росту баранців таврійського типу асканійської тонкорунної породи отримали наступні показники живої маси, кг:

№ з/п	Вік, місяців									
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	24	28	34	49	51	53	55	57	61	
2	27	32	39	44,5	50	55,5	61,5	67	70	
3	23	30	34	38	42	46	48	51	54	
4	27	30	39	43	48	54	59	62	66	

Контрольні запитання:

1. Які методи генетичних досліджень використовує біометрія?
2. На чому базується можливість математичного прогнозування росту тварин?
3. Які математичні моделі Вам відомі?
4. Які параметри, окрім живої маси, можна прогнозувати за допомогою математичного прогнозування?
5. Яка точність прогнозування продуктивності тварин?
6. Чому для оцінки приростів та надоїв, яєчної продуктивності користуються різними моделями та їх модифікаціями?
7. Які параметри моделей використовують для оцінки інтенсивності росту тварин?
8. Кількісні ознаки тварин успадковуються як моногенні чи полігенні ознаки?
9. Які фактори впливають на формування фенотипу тварин?

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Абрамова З.В. Практикум по генетике – М.: ВО Агропромиздат, 1992. – 224 с.
2. Абрамова З.В., Карлинский О.А. Практикум по генетике. – Л.: Колос, 1979. – 191 с.
3. Айала Ф., Кайгер Дж. Современная генетика. – М.: Мир, 1988. Т.1. – 368 с.
4. Алтухов Ю. П. Генетические процессы в популяциях. – М.: Наука, 1983. – 279 с.
5. Алихонян С.И. Актуальные вопросы современной генетики. – Изд.: Московского ун-та. – 1966. – 604 с.
6. Алтухов Ю.П. Вопросы общей генетики. – М.: Наука, 1988. – 454 с.
7. Альтшулер В.Е., Поляков А.Н. Генетика. – М.: Колос, 1970. – 127с.
8. Бердышев Г.Д., Криворучко И.Ф. Медицинская генетика. – К.: Вища школа, 1990. – 336 с.
9. Гофман-Кадошников П.В., Ларцева С.Х. Руководство к практическим занятиям по генетике. – М.: Колос, 1975. – 224 с.
10. Гуляев Г.В. Генетика. – М.: Колос, 1984. – 351 с.
11. Дубинин Н.П. Общая генетика. – М.: Наука, 1986. – 559 с.
12. Завертяев В.П. Генетические методы оценки племенных качеств молочного скота. – Л.: Агропромиздат, 1987. – 256 с. – 431 с.
13. Иванова О.А. Генетика. – М.: Колос, 1974.
14. Карликов Д.В. Селекция скота на устойчивость к заболеваниям. – М. Россельхозиздат. 1984. – 191 с.
15. Коваленко В.П., Коновалов В.С., Недвига І.Ю., та ін. Генетика сільськогосподарських тварин – К.: Урожай, 1996. – 432 с.

16. Коваленко В.П., Болелая С.Ю. Рекомендации по использованию моделей основных селекционируемых признаков сельскохозяйственных животных и птицы - Херсон, 1997. – 28с.
17. Клевезальд Г.А. Факторы влияющие на рост животных. – В кн.: Количественные аспекты роста организма. М.: Наука, 1975. – С. 161-167.
18. Ларцева С.Х. Практикум по генетике. – М.: Агропромиздат, 1985. – 288 с.
19. Лильин Е.Т., Богомазов Е.А., Гофман-Кадошников П.Б. Генетика для врачей. – М.: Медицина, 1983. – 144с.
20. Лисицин А.П. Разведение сельскохозяйственных животных. – М.: Агропромиздат, 1987. – 230с.
21. Лобашов М.Е. Генетика. – Л.: изд.-во Ленинградского с-х института, - 1969. – 752с.
22. Мацеевский Я., Земба Ю. Генетика и методы разведения животных. – М.: Высшая школа, 1988. – 488 с.
23. Медведев Н.Н. Практическая генетика. – М.: Наука, 1968. – 294 с.
24. Меркурьева Е.К., Шангин-Березовский Г.Н. Генетика с основами биометрии. – М.: Колос, 1983. – 400 с.
25. Меркурьева Е.К., Абрамова З.В., Бакай А.В. Генетика. – М.: Агропромиздат, 1991. – 446 с.
26. Меркурьева Е.К. Биометрия в селекции и генетике сельскохозяйственных животных. – М.: Колос, 1970. – 423 с.
27. Меркурьева Е.К. Биометрия в животноводстве. – М.: Колос, 1964. – 311 с.
28. Меркурьева Е.К. Генетические основы селекции в скотоводстве – М.: Колос, 1977. – 239 с.
29. Микитас Р.Є., Демчук В.В. Прогнозована молочна продуктивність корів червоної степової породи різного ступеня інбридингу. – Таврійський науковий вісник. – Вип. 17. – Херсон,

2001. –
С. 58-62.
30. Методы современной биометрии – М.: Университет, 1978. – 78с.
31. Нежлукченко Т.І., Папакіна Н.С. Прогнозування росту тонкорунних овець у ранньому віці. – Серія „Біологічна наука”. – Зб. наукових праць Луганського ДАУ. – Луганськ. – 2001. – С.140-143.
32. Нехаенко Г.Г., Чепур В.К. Методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Генетика с биометрией» для студентов по специальности 1506 (Методика работы с объектом генетических исследований – дрозофилой). – Одесса, 1986.
33. Павлів Б.А. Задачі з генетики. Методична розробка для студентів зооінженерного і ветеринарного факультетів. – Львів, 1989. – 50 с.
34. Паляничкин А.А. Популяционная генетика в птицеводстве. / Под ред. С.И.Боголюбского – М.: Колос, 1980. – 271с.
35. Петухов В.Л., Жигачев А.И., Назарова Г.А. Ветеринарная генетика с основами вариационной статистики. – М.: Агропромиздат, 1985. – 368с.
36. Плохинский Н.А. Методы измерения скороспелости живого веса скота. – В кн.: Генетика и селекция с.-х. животных. – М.:Сельхозгиз, 1936. – С. 3-11.
37. Плохинский Н.А. Информационные показатели в биологии. – В кн.: Методы современной биометрии. – М.: МГУ, 1976. – С.23-37.
38. Плохинский Н.А. Наследуемость – Новосибирск, 1964. – 196 с.
39. Плохинский Н.А. Руководство по биометрии для зоотехников. – М.: Колос, 1969. – 256 с.
40. Плохинский Н.А. Биометрия. – М.: Университет, 1970. – 367 с.

41. Плохинский Н.А. Алгоритмы биометрии – М.: Университет, 1980. – 160 с.
42. Проценко М.Ю. Генетика. – К.: Вища школа, 1994.
43. Слюсарев А.А., Жукова С.В. Биология. – К.: Вища школа, 1987. – 414 с.
44. Тихомирова М.М. Генетический анализ. – Л.: изд.-во Ленинградского университета, 1990. – 280 с.
45. Тихомиров М.М. Генетический анализ : учебное пособие – Изд-во Ленинградс. Ун-та. – 1990. – 280 с.
46. Тихонов В.И., Зверева М.И. Практическое руководство по количественному анализу – Л.: Университет, 1970. – 196 с.
47. Тихонов В.Н. Использование групп крови при селекции животных. - М.: Колос, 1967. – 391 с.
48. Хатт Ф. Генетика животных. – М.: Мир, 1969. – 445 с.
49. Чепур В.К. Методические указания к лабораторным занятиям по генетике. – Одесса, 1984. – 26 с.
50. Шмальгаузен И.И. Рост и общие размеры тела в связи с их биологическим значением. – В.кн.: Рост животных. М.: Биомедгиз, 1935. – С. 61-74.
51. Шишков В.П. Лейкозы и злокачественные опухоли животных. – М.: Агропромиздат, 1988. – 400 с.
52. Эйдригевич Е.В., Лапкин М.М. Генетические методы определения происхождения сельскохозяйственных животных. – К.: Урожай, 1975.–88 с.
53. Эрнст Л.К. Жигачев В.И. Профилактика генетических аномалий крупного рогатого скота. – Л.: Агропромиздат, 1990. – 240 с.

Додаток 1.

Стандартні значення критерію достовірності Стьюдента

v- число ступенів свободи	t ₁ P ≥ 0,95	t ₂ P ≥ 0,99	t ₃ P ≥ 0,999	v	t ₁ P ≥ 0,95	t ₂ P ≥ 0,99	t ₃ P ≥ 0,999
1	12,70	63,66	673,0	17	2,11	2,90	3,97
2	4,30	9,93	31,60	18	2,10	2,88	3,92
3	3,18	5,84	12,94	19	2,09	2,86	3,88
4	2,78	4,60	8,61	20	2,09	2,85	3,85
5	2,57	4,03	6,86	21	2,08	2,83	3,82
6	2,45	3,71	5,96	22	2,07	2,82	3,79
7	2,37	3,50	5,41	23	2,07	2,81	3,77
8	2,31	3,36	5,04	24	2,06	2,80	3,75
9	2,26	3,25	4,78	25	2,06	2,79	3,73
10	2,23	3,17	4,59	26	2,06	2,78	3,71
11	2,20	3,11	4,44	27	2,05	2,77	3,69
12	2,18	3,06	4,32	28	2,05	2,76	3,67
13	2,16	3,01	4,22	29	2,05	2,75	3,66
14	2,15	2,98	4,14	30	2,04	2,75	3,65
15	2,13	2,95	4,07	∞	1,96	2,58	3,29
16	2,12	2,92	4,02				

Додаток 2.

Стандартні значення критерію χ^2 (x_i – квадрат) для трьох рівнів імовірності при різному числі ступенів вільності (v)

v	Рівень імовірності			v	Рівень імовірності		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
1	3,8	6,6	10,8	26	38,9	45,6	54,1
2	6,0	9,2	13,8	27	40,1	47,0	55,5
3	8,8	11,3	16,3	28	41,3	48,3	56,9
4	9,5	13,3	18,5	29	42,6	49,6	58,3
5	11,1	15,1	20,5	30	43,8	50,9	59,7
6	12,6	16,8	22,5	32	46,2	53,5	62,4
7	14,1	18,5	24,3	34	48,6	56,0	65,2
8	15,5	20,1	26,1	36	51,0	58,6	67,9
9	16,9	21,7	27,9	38	53,4	61,1	70,7
10	18,3	23,2	29,6	40	55,8	63,7	73,4
11	19,7	24,7	31,3	42	58,1	66,2	76,1
12	21,0	26,2	32,9	44	60,5	68,7	78,7
13	22,4	27,7	34,5	46	62,8	71,2	81,4
14	23,7	29,1	36,1	48	65,2	73,7	84,0
15	25,0	30,6	37,7	50	67,5	76,2	86,7
16	26,3	32,0	39,3	55	73,3	82,3	93,2
17	27,6	33,4	40,8	60	79,1	88,4	99,6
18	28,9	34,8	42,3	65	84,8	94,4	106,0
19	30,1	36,2	43,8	70	90,5	100,4	112,3
20	31,4	37,6	45,3	75	96,2	106,4	118,5
21	32,7	38,9	46,8	80	101,9	112,3	124,8
22	33,9	40,3	48,3	85	107,5	118,2	131,0
23	35,2	41,6	49,7	90	113,1	124,1	137,1
24	36,4	43,0	51,2	95	118,7	130,0	143,3
25	37,7	44,3	52,6	100	124,3	135,8	149,4

Додаток 3.

Стандартні значення критерія Фішера $F = \sigma_X^2 / \sigma_Y^2$, ($\sigma_X^2 > \sigma_Z^2$)

при різному числі ступенів свободи $\nu_1 = r - 1$; $\nu_2 = N - r$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	167,5	148,5	141,1	137,1	134,6	132,9	131,8	130,6	130,0	129,5	128,9
	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,4	27,2	27,1
	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,9	8,8	8,8	8,8	8,8
4	74,1	62,1	56,1	53,4	51,7	50,5	49,8	49,0	48,6	48,2	47,8
	21,2	18,8	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,7	14,5
	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,1	6,0	6,0	6,0	5,9
5	47,0	36,6	33,2	31,1	29,8	28,8	28,2	27,6	27,3	27,0	26,7
	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	10,0
	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,9	4,8	4,8	4,7	4,7
6	35,5	27,0	23,7	21,9	20,8	20,0	19,5	19,0	18,8	18,5	18,3
	13,4	10,9	9,8	9,2	8,8	8,5	8,3	8,1	8,0	7,9	7,8
	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,1	4,1	4,0
7	29,2	21,7	18,8	17,2	16,2	15,5	15,1	14,6	14,4	14,2	13,9
	12,3	9,6	8,5	7,9	7,5	7,2	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5
	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6
8	25,4	18,5	15,8	14,4	13,5	12,9	12,5	12,0	11,8	11,6	11,4
	11,3	8,7	7,6	7,0	6,6	6,4	6,2	6,0	5,9	5,8	5,7
	5,3	4,6	4,1	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,1
9	22,9	16,4	13,9	12,6	11,7	11,1	10,8	10,4	10,2	10,0	9,8
	10,6	8,8	7,0	6,4	6,1	5,8	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2
	5,1	4,8	3,6	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1
10	21,0	14,9	12,3	11,3	10,5	9,9	9,6	9,2	9,0	8,9	8,7
	10,0	7,9	6,6	6,0	5,6	5,4	5,2	5,1	5,0	4,9	4,8
	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,9
11	19,7	13,8	11,6	10,4	9,6	9,1	8,8	8,4	8,2	8,0	7,8
	9,7	7,2	6,2	5,7	5,3	5,1	4,9	4,7	4,6	4,5	4,5
	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8
12	18,6	12,3	10,8	9,6	8,9	8,4	8,1	7,7	7,5	7,4	7,2
	9,3	6,9	6,0	5,4	5,1	4,8	4,7	4,5	4,4	4,3	4,2
	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7
13	17,8	12,3	10,2	9,1	8,4	7,9	7,6	7,2	7,0	6,9	6,7
	9,1	6,7	5,7	5,2	4,9	4,6	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0
	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,6
14	17,1	11,8	9,7	8,6	7,9	7,4	7,1	6,8	6,6	6,5	6,3
	8,9	6,5	5,6	5,0	4,7	4,5	4,3	4,1	4,0	3,9	3,9
	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6
15	16,6	11,3	9,3	8,3	7,6	7,1	6,8	6,5	6,3	6,2	6,0
	8,7	6,4	5,4	4,9	4,6	4,3	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7
	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,6	2,5
16	16,1	11,0	9,0	7,9	7,3	6,8	6,5	6,2	6,1	5,9	5,8
	8,5	6,2	5,3	4,8	4,4	4,2	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6
	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5	2,5
17	15,7	10,7	8,7	7,7	7,0	6,6	6,3	6,0	5,8	5,7	5,5
	8,4	6,1	5,2	4,7	4,3	4,1	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5
	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,4

Продовження додатка 3

12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500		
128,3	127,7	127,1	126,5	125,9	125,6	125,3	125,0	124,7	124,4	124,1	123,8	123,5	3
27,1	26,9	26,9	26,8	26,7	26,6	26,5	26,4	26,4	26,3	26,2	26,2	26,1	
8,7	8,7	8,7	8,7	8,6	8,6	8,6	8,6	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	
47,4	47,0	46,6	46,2	45,8	45,6	45,4	45,2	45,0	44,7	44,5	44,3	44,1	4
14,4	14,2	14,1	14,0	13,9	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5	13,5	13,0	513,5	
5,9	5,9	5,8	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,6	5,6	
26,7	26,4	26,1	25,8	25,4	25,1	24,9	24,6	24,5	24,3	24,1	24,0	23,8	5
9,9	9,8	9,7	9,6	9,5	9,4	9,3	9,2	9,1	9,1	9,1	9,0	9,05	
4,7	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	4,4	
18,0	17,7	17,5	17,2	16,9	16,8	16,6	16,5	16,4	16,2	16,1	15,9	15,9	6
7,7	7,6	7,5	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	7,0	6,9	6,9	6,9	
4,0	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	3,7	
13,7	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,5	12,3	12,2	12,1	12,0	11,8	11,7	7
6,4	6,3	6,2	6,1	6,0	5,9	5,9	5,9	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	
3,6	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,2	3,2	
11,2	11,0	10,8	10,5	10,3	10,2	10,1	10,0	9,9	9,7	9,6	9,5	9,4	8
5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,1	5,0	5,0	4,9	4,9	4,9	
3,3	3,2	3,2	3,2	3,1	3,1	3,1	3,0	3,0	3,0	3,0	2,9	2,9	
9,6	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,1	8,0	7,9	7,9	9
5,1	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,5	4,4	4,4	4,4	4,3	4,3	
3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,9	2,8	2,8	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	
8,5	8,3	8,1	7,8	7,6	7,5	7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	6,9	6,8	10
4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,3	4,2	4,1	4,1	4,0	4,0	3,9	3,9	
2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,5	
7,6	7,4	7,3	7,1	6,9	6,8	6,7	6,6	6,5	6,3	6,2	6,1	6,0	11
4,4	4,3	4,2	4,1	4,0	3,9	3,9	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	
2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	
7,0	6,8	6,7	6,5	6,3	6,2	6,1	6,0	5,9	5,7	5,6	5,5	5,4	12
4,2	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,6	3,5	3,5	3,4	3,4	3,4	
2,7	2,6	2,6	2,5	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	
6,5	6,3	6,2	6,0	5,8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,1	5,0	13
4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,2	
2,6	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	
6,1	5,9	5,8	5,6	5,4	5,3	5,2	5,1	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	14
3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,3	2,2	3,1	3,1	3,1	3,0	3,0	
2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	
5,8	5,6	5,5	5,3	5,1	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	15
3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,2	3,1	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,9	
2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,1	
5,6	5,4	5,3	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	16
3,5	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,8	
2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,0	2,0	2,0	
5,3	5,1	5,0	4,8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,3	4,2	4,1	4,0	3,9	17
3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	
2,4	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	

Навчальний посібник

**Коваленко Віталій Петрович
Халак Віктор Іванович
Нежлукченко Тетяна Івановна
Папакіна Наталія Сергіївна**

**БІОМЕТРИЧНИЙ АНАЛІЗ МІНЛИВОСТІ ОЗНАК
СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ
ТВАРИН І ПТИЦІ**

Формат 60x84/16. Папір офсетний. Тираж 400 пр.
Обл.-вид. 12,66. Ум. друк. 13,14

Надруковано з готових оригінал-макетів
Видавництво «Олді-плюс», м. Херсон
e-mail: dimg@meta.ua
Ліцензія сер. ХС № 2 от 16.08.2000 г.